TRATTATO
DEL MODO BREVISSIMO
Di trouare la Radice quadra delli numeri,

Et Regole da approssimarsi di continuo al vero nelle Radici de' numeri non quadrati, con le cause, & inuentioni loro,

Et anco il modo di pigliarne la Radice cuba, applicando il tutto alle OPERATIONI MILITARI, *& altre.*

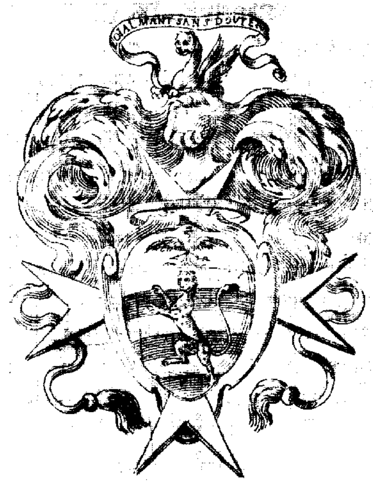
Di PIETRO ANTONIO CATALDI Lettore delle Scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.

All'Illustrissimo Signore, & Padrone Colendissimo

FRA LODOVICO MARISCOTTI

Conte, & Caualliero Hierosolimitano,

Gentilhuomo di Camera del Serenissimo Sig. Duca di Sauoia, & stipendiato dalla Sacra Maestà del Rè Catolico.

Capuccini  d. S. Agnese

IN BOLOGNA.

Appresso Bartolomeo Cochi. M. DC. XIII.

Con licenza de' Superiori.

Don Marcellus Baldassinus Clericus regularis Sancti Pauli, pro Illustrissimo, & Reuerendissimo Archiepiscopo Bonon.

Imprimatur.
Fr. Sixtus Lector, S. Inquisitionis Bonon. Not.

QVAS non virtutes, quæ non prægrandia facta,
Corporis, atq; animi, cernimus effigie?

All'Illustriss. Sig. & Padrone Colendissimo
FRA LODOVICO MARISCOTTI
Conte, & Caualliero Hierosolimitano,
Gentilhuomo di Camera del Serenissimo Signor Duca di Sauoia, & stipendiato dalla Sacra Maestà del Rè Catolico.

L'ANTICA seruitù mia con l'Illustrissima Casa Mariscotti, & particolarmente con la persona Sua, mi hà mosso à presentare à V. S. Illustrissima parte delle mie fatiche, come appartenenti ancora all'Arte Militare, alla quale Ella per propria elettione, lasciando gl'agi domestici, se bene Maiorasco, s'è totalmente dedicata, solo per acquistar gloria, come benissimo ne rende piena testimonianza il valor Suo, con li prosperi successi, à quali per giungere, si è sempre affaticata, trauagliando nelle guerre d'Vngaria, di Fiandra, & nei seruitij di Malta, come al presente non tralascia di continuare, seguitando pure li vestigij di tanti segnalati Caualieri sì in armi, come in lettere della Illustrissima Sua Casa: onde stimando io il nascimento, & Virtù Sue, qualitadi veramente degne d'esser premiate da qual si voglia Potentato, gl'inuio, & dedico questa mia Opera di numeri, con essempij alle Operationi Militari, acciò sij illustrata dal Suo glorioso nome, in segno della molta riuerenza gli professo, che per fine humilmente basciandoli le mani, le prego da N. S. Dio ogni augumento di salute.

Di V. S. Illustrissima

Humilissimo, & deditissimo Seruitore

Pietro Antonio Cataldi.

AD ILLVSTRISSIMVM
COMITEM AC EQVITEM
FR. LVDOVICVM MARISCOTTVM.
IOANNES ALBANVS BONON.

HÆC tibi debentur præclari scripta Cataldi
LVDOVICE potens viribus, ingenio,
Clara tui virtus, maiorum fama tuorum
Sic hominum mentes, sic animosq; trahit;
Et tua progenies quos non deuincit amore,
Cum calamo, & gladio, splendida vbiq; micet?
Et tua facta viros quos non deflectere possunt,
Queis populo; magnis Principibusq; places?
Nil mirum est igitur tibi si isthæc dedicet auctor,
Deuincti vt signum munera sint animi.

AD LECTORES.
EIVSDEM.

CORPORE dum Petrus, dictu mirabile, languet,
Viuida quam sanæ munera mentis habet?
Quot perdocta dedit nullum peritura per æuum?
Quot clam subripuit mens inimica nimis?
His tamen assiduus non deficit in noua scripta,
Vt referet magnos, quæ latuere viros;
Tot de mensuris, numerisq; tot abdita scripsit,
Tot dedit, vt nemo promere plura queat;
Cataldo o dociles quantum deuemus amici?
Miscuit hic nobis vtilitate decus.

DIFFINITIONE DELLA RADICE QVADRA,
ò quello, che sia la Radice quadra d'alcun numero, ò quantità data.

LA Radice quadra d'vna quantità data A, si intende essere quella quantità B, quale moltiplicata in se medesima *(cioè B, via B,)* produca la A, data. Per essempio, la radice quadra di 64 A, si dice essere quell'8 B, che moltiplicato in se medesmo *(cioè 8. via 8)* produce il 64 A, similmente nelli rotti, la ℞ di $\frac{25}{36}$ A, si dice essere quel $\frac{5}{6}$ B, che moltiplicato in se medesimo *(cioè $\frac{5}{6}$. via $\frac{5}{6}$.)* produce il $\frac{25}{36}$ A. Et nelli misti d'intiero, & rotto, la ℞ quadra di 30 $\frac{1}{4}$ A, si dice essere quel 5 $\frac{1}{2}$ B, che moltiplicato in se medesimo *(cioè 5 $\frac{1}{2}$. via 5 $\frac{1}{2}$.)* produce il 30 $\frac{1}{4}$ A. Ancora nelle quantità irrationali, la ℞ quadra di 7 p̃ ℞ 48 A, si dice essere quel 2 p̃ ℞ 3 B, che moltiplicato in se stesso *(cioè 2 p̃ ℞ 3. via 2 p̃ ℞ 3.)* produce A 7 p̃ ℞ 48. Et così in ogn'altra quantità, sia di qual si vogli qualità, la sua ℞ quadra si dice essere quella quantità B, che moltiplicata in se medesima, produce la A; Ma noi hora lassando questa vniuersalissima Diffinitione, & attendẽdo solo alli numeri rationali, cioè intieri, ò rotti, ò misti d'intiero, & rotto; Et per maggiore dilucidatione, trattando prima de i numeri quadrati, diremo, che fra le innumerabili spetie delli numeri se ne troua vna, che contiene i numeri quadrati, & essi numeri quadrati sono quelli, quali sono prodotti dal moltiplicare qual si vogli numero in se medesimo, ò vogliamo dire, de' quali si può trouare alcun numero, che moltiplicato in se medesimo gli produca; Cioè numero quadrato è quello, del quale si può trouare alcun num. B, che moltiplicato in se stesso lo produca, ò vogliamo dire, che può essere prodotto dal moltiplicare qualche num. in se medesimo; O *(come communemente si dice)* che nasce à moltiplicare alcun num. in se medesimo; Et quel num. B, che moltiplicato in se stesso produce il num. quadrato A, si dice essere ℞ quadrata d'esso num. quadrato A; Et perche, se bene innumerabili sono i num. quadrati, & intieri, & rotti, & misti *(poiche & il numero, & l'ordine delli numeri di qual si vogli sorte procede in infinito)* innumerabili ancora sono i numeri non quadrati, cioè di alcuno de' quali non si può trouare alcun num. che moltiplicato in se stesso gli produca, come per essempio ne gl'intieri, cominciando da 1. & seguendo à 100. solo dieci sono li quadrati, cioè 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64 81. 100. le ℞ quadrate de' quali si dicono essere 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. perche B 1. moltiplicato in se stesso, cioè 1. via 1. produce A 1. suo quadrato, & B 2. via B 2. produce A 4. suo quadrato, & così seguendo; Tutti gli altri numeri intieri mò fra 1. & 100. *(remossi li dieci quadrati detti)* cioè 2. 3. 5. 6. 7. 8. 10. 11. &c. sono non quadrati, perche non si può trouare alcun num. B, che moltiplicato in se stesso, produca alcun d'essi, & perciò nõ si può trouare la ℞ quadra precise d'alcun di loro, dico precise, perche preso poniamo 7 A, se bene non si troua alcun num. che moltiplicato in se medesimo, produca 7. se ne possono nondimeno trouare innumerabili, che moltiplicati in se stessi, eccederanno di poco il 7. ò mancaranno di poco ad esso 7. come fra gl'eccedenti possono essere 2 $\frac{3}{4}$. 2 [illegible]. 2 [illegible]. & altri, che anco continuamente haueranno i loro prodotti (7 [illegible]. 7 [illegible]. 7 [illegible].) più vicini al 7. l'vno dell'altro; & ciascuno di questi si potrà chiamare ℞ propinqua eccedente del 7 A. Che de gli scarsi potranno essere 2 $\frac{3}{5}$. 2 $\frac{5}{8}$. 2 [illegible]. & altri, che anco continuamẽte haueranno i loro prodotti (6 [illegible]. 6 [illegible]. 6 [illegible].) più vicini al 7. Et ciascuno di questi si potrà anco chiamare ℞ propinqua scarsa di 7 A. Queste radici propinque mò, ò scarse, ò eccedẽti de' numeri non quadrati, & di cõtinuo più vicine al vero inesplicabile, irreperibile, si mostra in questo Trattato d'andar trouando, & perche i numeri A, dati, così quadrati, come non quadrati possono essere grandi quanto si vogli, & contenuti da molte figure, & che perciò le loro ℞ quadrate B, ò precise, essendo li A, quadrati, ò non precise, essendo li A, non quadrati, saranno contenute da due, ò tre, ò più numero di figure, si principia à mostrare come ciascuna d'esse figure del B, si troui con Regola vniuersale, & breuissima. Supponendo hora per commodità, che si sappia il modo lungo ordinario, quale nondimeno con la causa d'esso per intiera intelligenza de gli Studenti si è posta nel fine del presente Trattato *(nel qual luogo potranno prima studiarla, & intenderla)* che quando io succintamente lo feci, mi proposi di scriuere alli già esperti nel trouare la ℞ delli numeri, onde solo nel fine risolsi di sodisfare anco alli principianti, & à tutti in vniuersale, che desiderano conoscere la causa delle Operationi, & di doue naschino, ò deriuino le Regole loro.

Modo breuissimo di pigliare la Radice quadra delli numeri.

PROPOSTO 7528416235. da pigliarne la Radice quadra, puntato esso numero al solito, pigliaremo la radice sino alli dui primi punti, il che con facilità si fà à mente, che ho a di 752. la radice è 27. (*che 27. via 27. fà 729.*) & auanza 23. quale auanzo si scriua al suo luogo sotto alla riga rincontro al 752. poi al 23. detto accompagnaremo l'8. seguente superiore con la mente; cioè supponendo, che doppo al 23. seguiti l'8. che farà 238. & si vegga quante volte nel 238. entri il doppio del 27. trouato, con conditione, che dal restante accompagnato al 4. seguente superiore puntato, si possa cauare il quadrato del numero delle volte, che il doppio del 27. farà entrato nel 238; Ma per non hauere à doppiare il 27. noi potiamo vedere quante volte detto 27. entra in 238. & poi pigliare la mità d'esso auuenimento; onde diremo 2. in 23. entra 10. volte, & auanza 3. che con l'8. seguente fà 38. ma 7. seguente del 27. in 38. non può entrare le medesime 10. volte, però vedremo se il 27. in 238. entri 8. volte (*che 9. volte non occorre à prouare, perche la mità di 9. non saria numero intiero, ne saria à nostro proposito; poiche douendo il doppio di 27. entrare, ò 1. volta, ò 2. volte, ò 3. ò 4. ò 5. ò 6. ò 7. ò 8. ò 9. volte in qualche numero, conuerrà prouare se esso 27. semplicemente entra nel medesmo numero, ò 2. volte, ò 4. ò 6. ò 8. ò 10. ò 12. ò 14. ò 16. ò 18. volte (numeri di volte doppij alli 9. sopradetti) che cercando altro numero di volte saria superfluo*) però diremo, 2. in 23. entra 8. volte, & auanza 7. che inteso, accompagnato all'8. seguente fà 78. nel qual 78. il 7. seguente del 27. entra anco egli 8. volte, & auanza molto, onde dal composto d'esso auanzo, accompagnato al 4. puntato, si potrà cauare il quadrato della mità di dette 8. volte, però 8. è buono, & la sua mità, cioè 4. è la figura, che cerchiamo da scriuere fra le righe sotto al 4. puntato, & hora per trouare l'auanzo da scriuere in margine, moltiplicaremo questo 4. in se stesso, & fà 16. qual 16. cauaremo dal 4. puntato, & perche non si può (*prestandoli tante decine quante li bisognano*) lo cauaremo da 24. che resta 8. da scriuere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 2. (*decine prestate*) poi moltiplicaremo il 4. istesso trouato, per il doppio di 27. & andaremo cauando il prodotto (*giontoli il 2. auanzato*) da 238. ma per non hauere à doppiare il 27. doppiaremo con più commodità il 4. detto, che farà 8. & moltiplicaremo il 27. via 8. ouero verremo moltiplicando il 4. detto, via le figure del 27. & doppiaremo i prodotti, dicendo 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 2. che auanza fà 58. da cauare da 8. & però da 58. (*prestandoli 5. decine, che li bisognano*) che resta 0. da scriuere sotto alla virgola, & auanza 5. poi moltiplicaremo 4. via 2. che fà 8. & 8. fà 16. & 5. auanzato fà 21. da cauare di 23. & resta 2. da scriuere sotto alla righetta, & così haueremo finito questa operatione, & l'auanzo farà 208. che in compagnia dell'1. seguente superiore significarà 2081. nel quale vedremo quante volte entri il 274. trouato, dicendo 2. in 20. entra 10. volte, ma 7. in 8. non può entrare le istesse 10. volte, però diremo 2. in 20. entra 8. volte, & auanza 4. che con l'8. seguente fà 48. nel qual 48. il 7. seguente non può entrare le istesse 8. volte, però sminuendo diremo, 2. in 20. entra 6. volte, & auanza 8. che con l'8. seguente fà 88. nel quale il 7. entra le 6. volte dette, & auanza molto (*che basta, che auanzi 18. acciochè in qual si vogli occasione, ò numeri, si sia sicuro, che le seguenti figure, se bene ciascuna d'esse fusse 9. entrino nelli seguenti numeri, se bene vi douessero entrare 18. volte, benche hora, che le figure antecedenti entrano 6. volte, bastaria, che auanzasse 6.*) però pigliando la mità di queste 6. volte, che è 3. lo scriueremo sotto al 6. puntato, & moltiplicando 3. in se stesso, che fà 9. cauaremo 9. da 6. & perche non si può, lo cauaremo da 16. che resta 7. da ponere sotto alla righetta tirata in margine, & auanza 1. (*decina prestata al 6.*) poi diremo 3. via 4. (*del 274.*) fà 12. che doppiato fà 24. & giontoli 1. che auanza fà 25. quale cauaremo da 1. seguente al 6. verso man sinistra, ma non si può, però lo cauaremo da 31. che resta 6. da scriuere in margine, & auanza 3. hora diremo 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 3. che auanzaua fà 45. quale cauaremo da 8. del 208. & perche non si può, lo cauaremo da 48. che resta 3. da scriuere in margine, & auanza 4. da serbare in mente, poi diremo 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 4 auanzato fà 16. da cauare di 20. che resta 4. & haueremo 4367. al quale imaginando accompagnato il 4. seguente superiore fà 43674. in questo vedremo quante volte entri il 2743. trouato, dicendo 2. in 43. entra 20. volte, ma auanza solo 3. che con il 6. seguente fà 36. nel quale il 7. seguente non può entrare le 20. volte, benche sappiamo, che l'auuenimento mai può essere più di 18. perche la sua mità saria più di 9. il che non occorre mai, operando rettamente al solito, diremo dunque 2. in 43. entra 18. volte, & auanza 7. che accompagnato con il 6. seguente fà 76. nel quale il 7. non può entrare 18. volte,

```
7528416235
. . . . .        164297
2 7 4 3 7 9      ------
                 274379
23
 208
  4367
   52673
    328594

Proua      274379
           274379
       7528416235
```


18. volte, però sminuendo si dirà, 2. in 43. entra 16. volte, & auanza 11. che con il 6. fà 116. nel quale il 7. entra le 16. volte, & auanza 4. che con il 7. seguente fà 47. nel quale il 4. del 2743. non può entrare le 16. volte dette, però conuerrà sminuire, & prouare, ò esperimentare 14. dicēdo 2. in 43. entra 14. volte, & auanza 15. che con il 6. fà 156. nel quale il 7. entra le 14. volte, & auanza molto, onde le seguenti figure potranno entrare le 14. volte dette, con la conditione, che poi si ricerca, cioè, che il quadrato di 7. mità di 14. si possa cauare dal restante accompagnato al 2. puntato; però scriueremo 7. rincontro al 2. puntato, & per trouare l'auanzo da ponere sotto alla righetta da tirarsi in margine, verremo moltiplicando, & sottrando, dicendo 7. via 7. fà 49. da cauare da 2. puntato, & perche non si può, diremo da 52. che resta 3. da ponere in margine, & auanza 5. poi diremo 7. via 3. fà 21. & 21. fà 42. & 5. auanzato fà 47. che da 4. non si può cauare, però da 54. resta 7. da scriuere al suo luogo, & auanza 5. poi diremo 7. via 4. fà 28. & 28. fà 56. & 5. auanzato fà 61. che da 7. non si può cauare, però lo cauaremo da 67. & resta 6. da scriuere in margine, & auanza 6. poi 7. via 7. fà 49. che il doppio è 98. & 6. che auanzaua fà 104. che cauato da 106. (*perche da 6. non si può*) resta 2. da scriuere in margine, auanzando 10 poi vltimamente 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 10. auanzato fà 38. che da 43 resta 5. quale scritto al suo luogo à canto all'altre figure trouate, vedremo l'auāzo essere 52673. hora in questo accompagnatoli il 3. superiore seguente, vedremo quante volte entri il 27437 trouato, dicendo 2. in 52. entra 18 volte (*che non occorre esperimentare ne 26 ne 24. ne 22. ne 20. che saria superfluo, perche la mità d'essi numeri saria più di 9. & però non si potria scriuere con vna figura*) & auanza 16. che con il 6. seguente fà 166. nel quale il 7. entra le medesme 18. volte, & auanza più di 18. però l'altre seguenti figure v'entraranno senza dubbio le istesse 18. volte, & auanzarà molto, onde 18. è buono auuenimento, perilche la sua mità, che è 9 scriueremo sotto al 5. puntato, & per trouare l'auanzo, diremo 9. via 9. fà 81. che cauato da 85 (*perche da 5. puntato non si può*) resta 4. da scriuere in margine sotto ad vna righetta, & auanza 8. poi 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. che auanzaua fà 134. che da 143 (*perche da 3. superiore seguente non si può cauare*) resta 9. da scriuere sotto alla righetta, & auanza 14. poi 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 14. auanzato fà 68. quale si caui da 3 del 52673. & perche non si può, si caui da 73. che resta 5. da scriuerli sotto al suo luogo, & auanza 47 poi si dica 9. via 4. fà 36. & 36. fà 72. & 7. auanzato fà 79. che da 7. & però da 87. resta 8. da scriuere in margine, & auanza 8. poi diremo 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. quale si caui da 136 in vece di cauarlo dal 6. seguente, & resta 2. da scriuere al suo luogo, auanzando 13. vltimamente diremo 9. via 2 fà 18. & 18. fà 36. & 13 auanzato fà 49 che cauato da 52. resta 3 & così haueremo finita la operatione. Hora per formare il rotto, perche l'auanzo 328594. è numero paro, però sottoscriuendoli il doppio della radice trouata, esso rotto si potria schifare per 2. necessariamente; Noi per breuità pigliaremo la mità di questo auanzo, & lo verremo ponendo per numeratore sopra ad vna riga à canto da man destra alla radice trouata, & sotto ad essa per denominetore scriueremo la radice trouata, & così formaremo $\frac{1}{2}\frac{6}{7}\frac{4}{4}\frac{2}{3}\frac{9}{7}\frac{7}{9}$. Et si concluderà, che la radice quadra di 7528416235. è quasi 274379 $\frac{1}{2}\frac{6}{7}\frac{4}{4}\frac{2}{3}\frac{9}{7}\frac{7}{9}$. Ouero quando non ci fusse lecito (*per essere il numero da pigliarne la radice numero di fanti, ò soldati da ponere in ordinanza, ò simili*) ò nō volessimo formar rotto, diremo, che essa radice è 274379. & auanza 328594. Per fare la proua della sopradetta operatione, ò estrattione di radice, Moltiplicaremo in se medesimo 274379. & lo potremo fare à mente, come insegna la nostra Regola, & li verremo giongēdo di mano in mano le figure dell'auanzo 328594. Et senza scriuere esso 274379. in alcun luogo, se vorremo, ci potremo seruire della radice trouata, fingendoli sotto vn numero à lui eguale, Et anco senza venir scriuendo il prodotto in alcun luogo, basta andar vedēdo se le figure d'esso prodotto di mano in mano, che si vanno trouando sono le medesme, che quelle del 7528416235. del quale s'è tolta la radice, che così essendo, saremo sicuri d'hauere bene operato.

Operatione fatta al modo ordinario.

```
         7528416235
         . . . . .
         2 7 4 3 7 9
4. 7     352
         329
54. 4    2384
         2176
548. 3   20816
         16449
5486. 7  436742
         384059
54874. 9 5267335
         4938741
auanza   328594
```

Et nel moltiplicare vn numero in se stesso, potiamo, cauando la regola dalla regola nostra, farlo à modo di Crocetta facilmēte, come si dirà nel presente esempio. Per moltiplicare 274379. in se stesso, diremo 9. via 9. fà 81. del quale poneremo, ò scriueremo l'1. destro, & auāzaremo 8. poi si dirà 9. via 7. fà 63. & 63. fà 126. & 8. auanzato fà 134. del quale poneremo il 4. destro, & auanzaremo 13. poi diremo 9. via 3. fà 27. & 27. fà 54. & 13. auanzato fà 67. Et ancora 7. via 7. fà 49 che con 67. fà 116. del quale poneremo il 6. destro, & auanzaremo 11. poi si dirà

Ouero più breuemẽte.

75284164235.

2 7 4 3 7 9

4 352

54 2384

548 20816

5486 436742

54874 5267335

auanza 328594

Ouero

75284164235

2 7 4 3 7 9

4 352

54 2384

8 20816

6 436742

74 5267335

auanza 328594

274379

274379

75283835641

ſi dirà 9. via 4. fà 36.& 36. fà 72.& 11.auanzato fà 83.& ancora 7.via 3. fà 21. & 21. fà 42. che gionto all'83. fà 125. del quale ſcriueremo il 5. deſtro, auanzando 12. poi diremo 9. via 7. fà 63.& 63.fà 126.& 12. auanzato fà 138. Et ancora 7. via 4. fà 28. & 28. fà 56. che gionto al 138. fà 194. & ancora 3. via 3. fà 9. & 194.fà 203.del quale poneremo il 3. deſtro, auanzando 20. poi diremo 9. via 2. fà 18. & 18. fà 36. & 20. che auanza fà 56. & 7. via 7. fà 49. & 49. fà 98. & 56. fà 154. & 3. via 4. fà 12. & 12. fà 24. & 154.fà 178.del quale poneremo l'8.deſtro, auanzando 17. Et hora è finito d'adoprare il 9. prima figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 7. diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 17. auanzato fà 45. & 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 45. fà 87. & 4. via 4. fà 16. & 87. fà 103. del quale ſcriueremo il 3. deſtro, auanzãdo 10. Et hora è finito d'adoprare il 7. ſeconda figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 3. diremo 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 10. auanzato fà 22. & 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 22.fà 78.del quale ſcriueremo l'8. deſtro, auanzando 7. Et hora è finito d'adoprare il 3.terza figura deſtra del 274379. però ſeguendo al 4. diremo 4. via 2. fà 8.& 8.fà 16.& 7.auanzato fà 23. & 7. via 7. fà 49.& 23.fà 72.del quale ſcriueremo 2. auanzando 7. & così è finito d'adoprare il 4. quarta figura deſtra del 274379. Et però ſeguendo al 7. diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 7. auanzato fà 35. del quale ſcriueremo il 5. deſtro, auanzando 3. & così è finito d'adoprare il 7. quinta figura deſtra del 274379. Però ſeguendo al 2. vltimamente diremo 2. via 2. fà 4. & 3. auanzato fà 7.da ſcriuere in margine al ſuo luogo à canto all'altre figura già ſcritte, & così ſarà finita la moltiplicatione, producendoſene 75283835641.

Et conſiderando noi il modo d'operare, conoſciamo, che quando nel venir facendo la operatione, ò moltiplicatione, il numero delle figure, i prodotti delle moltiplicationi delle quali vanno ſommati inſieme, è paro, cioè, che habbiamo 4. figure via 4. figure, ò 6. via 6. ouero 8. via 8. hor poniamo, che ſiano 8. figure via 8. figure, conoſciamo, dico, che allhora ſi fanno 4.moltiplicationi *(che è la mità del numero d'eſſo 8.)* doppiando ciaſcuna d'eſſe; cioè ſi moltiplica la prima via la ottaua, la ſecõda via la ſettima, la terza via la ſeſta, & la quarta via la quinta. Et quando il numero delle figure, i prodotti delle moltiplicationi delle quali vanno ſommati inſieme, è diſparo, cioè, che habbiamo 3. figure via 3. figure, ò 5.via 5.ò 7.via 7.poniamo, che ſiano 7. figure via 7. figure, conoſciamo, che allhora ſi fanno 4.moltiplicationi, cioè 3.moltiplicationi per le 6. figure laterali, che ciaſcuna moltiplicatione và duplicata, & vna moltiplicatione per la figura media, quale non và duplicata altramente, poiche è moltiplicatione ſemplice; Cioè ſi moltiplica la prima figura via la ſettima, la ſeconda via la ſeſta, la terza via la quinta, doppiando ciaſcun prodotto, & poi la quarta via la quarta ſemplicemente, che così queſta con le 3. duplicate fanno le 7.moltiplicationi, quali allhora occorrono per cauſa delle 7. figure dette.

Et proponendoſi 8264357.da pigliarne la radice quadrata, diremo la ℞ di 826.è 28.da ſcriuere fra le righe al ſuo luogo, & per trouare l'auanzo, potremo venir moltiplicando 28. in ſe medeſimo, & cauando il prodotto dall'826. dicendo 8. via 8 fà 64.da cauare da 6.dell'826.ma non ſi può, però diremo da 66. reſta 2. da ſcriuere ſotto alla riga, & auanza 6.poi 8.via 2.fà 16. & 16. fà 32. & 6. auanzato fà 38. da cauare da 2. ſeguente nell'826. & perche non ſi può da 42. che reſta 4. da ſcriuere ſotto alla riga, & auanza 4. poi diremo vltimamente 2. via 2. fà 4. & 4. auanzato fà 8. da cauare da 8. dell'826. & reſta 0. onde eſſendo queſto 0. cioè niente, nel fine della operatione, cioè la prima figura da man ſiniſtra dell'auanzo non occorre ſcriuerlo; hora all'auanzo trouato, che è 42. fingeremo accompagnato il 4. figura ſuperiore ſeguente, & farà 424. nel quale 424. vedremo quante volte entri il 28. dicendo 2. in 42. entra 18.volte, & auanza 6. che accompagnato al 4. ſeguente fà 64. nel quale l'8. non può entrare le 18. volte dette, però ſupponeremo, che il 2. in 42. entri ſolo 16. volte, & auanzarà 10.che accompagnato al 4. ſeguente fà 104.nel quale l'8.del 28.non può entrare le 16.volte dette, però ſupponeremo, che il 2. nel 42. entri ſolo 14. volte, & auanzarà 14. che accõpagnato al 4. ſeguente fà 144.nel quale l'8. può anco egli entrare le 14. volte, & anco auanza molto, di modo, che eſſo auãzo accompagnato al 3. ſeguente puntato farà numero tale, che d'eſſo ſi potrà cauare il quadrato di 7. mità del 14.num. delle volte, che il 28. entra in 424. Queſto 7. dunque mità del 14. è la figura, che và

8264357

2 8 7 + 4481/5748

42

274

Proua fatta à mẽte, cioè con il modo di moltiplicare à crocetta, & venẽdoli giongendo l'auanzo di mano in mano, che ne riſulta per ſomma il numero, del quale ſi è preſa la ℞, però di q̃ſta operatione della proua non ſi vede veſtigio alcuno in margine.

8264357

2 8 7 4 4481

42

74

Operatione fatta al modo ordinario.

8264357

2 8 7 4

4 426

384

56 4243

3969

574 27457

22976

4481

Ouero più breuemente.

8264357.

2 8 7 4

4 426

56 4243

574 27457

4481

che và poſta ſotto al 3.puntato; & hora per trouare l'auanzo diremo 7. via 7. fà 49. quale ſi caui dal 3 puntato ſoprapoſtoli, & perche non ſi può, lo cauaremo da 53. che reſta 4. da ſcriuere di ſotto ad vna righetta in margine, & auanza 5. per le 5. decine date, ò preſtate al 3.puntato à farne la ſottrattione, poi diremo 7. via 8. fà 56. & 56. fà 112. & 5. auanzato fà 117 *(ouero più breuemẽte adoprando il doppio del 7. cioè 14. diremo 14. via 8. ò 8. via 14. fà 112. & 5. auanzato fà 117)* quale cauaremo da 4. ſeguente ſuperiore, & perche non ſi può lo cauaremo da 124.che reſta 7.da ſcriuere in margine al ſuo luogo à canto al 4. già ſcritto, auanzando 12. vltimamente diremo 7. via 2. fà 14. & 14 fà 28 *(ouero adoprando ſemplicemente il doppio di 7. cioè 14. diremo 14. via 2. ò 14. volte 2. ò 2. via 14. fà 28)* & 12. che auanza fà 40. quale cauaremo dal 42. ſeguente nel 424. imaginato, & reſta 2.da ſcriuere in margine à canto al 74. *(ouero, perche eſſo 2.reſtante è eguale al 2.del 42.noi ſenza ſcriuere altro 2.in margine, ci potremo ſeruire del già ſcritto, ſeparandolo con vna righetta per il lungo, ò in altro modo dal 4.che li ſegue à man ſiniſtra)* & così il reſtante ſarà 274.al quale fingeremo, che ſi accompagni il 5. ſuperiore, che ſegue, & farà 2745. nel quale conſideraremo quante volte entri il 287. fin' hora trouato, dicendo 2. in 27. entra 12. volte, & auanza 3. che accompagnato al 4. ſeguente fà 34 nel quale l'8 che ſegue del 287.non può entrare le 12. volte dette, però ſupponeremo, che il 2. nel 27. entri ſolo 10. volte, & auanzarà 7. che con il 4. farà 74. nel quale l'8.non può entrare le 10.volte dette, però ſupponeremo, che il 2. nel 27. entri ſolo 8.volte, & auanzarà 11.che con il 4.ſeguente accompagnatoli farà 114.nel quale l'8.ſeguente può entrare le dette 8. volte *(che 8. via 8. fà 64.)* & di più auanza molto *(che auanza più d'8. anzi più di 18.)* talmente, che queſto 8. volte è quello, che ci ſerue, però la ſua mità, che è 4. ſarà il numero, ò figura da ſcriuere fra le righe, ſotto, ò vogliamo dire rincontro al 7. puntato, & per trouare l'auanzo, che è l'vltimo, & però lo potremo ſcriuere ſopra ad vna righetta per numeratore à canto da man deſtra al 2874.radice trouata; diremo 4. via 4 fà 16.quale cauaremo da 7. puntato ſoprapoſtoli, & perche non ſi può lo cauaremo di 17. che reſta 1. da ſcriuere ſopra alla righetta, & auanza 1. *(decina preſtata al 7.)* poi diremo 4. via 7. fà 28.& 28.fà 56. *(ouero adoprando ſemplicemente il doppio di 4 cioè 8.diremo 8.via 7.fà 56)* & 1.auanzato fà 57.quale cauaremo da 5.& perche non ſi può, da 65. che reſta 8. da ſcriuere ſopra alla righetta auanzando 6. poi ſeguendo con il doppio di 4. ſempre, ſe ci parerà più commodo, cioè hora con 8. diremo 8. via 8. *(che ſegue al 7)* fà 64. & 6. auanzato fà 70. quale cauaremo da 4. & perche non ſi può da 74. che reſta 4. da ſcriuere ſopra alla righetta. & auanza 7. poi vltimamente diremo 8. via 2 fà 16.& 7.auanzato fà 23. quale cauaremo dal 27. che ancora ſi troua nel 27457. dal quale hora ſi fà la ſottrattione, & reſta 4 da ſcriuere ſopra alla righetta, & ſarà finita la operatione totale, mediante la quale trouiamo la radice del propoſto 8264357. eſſere 2874. & auanzare 4481.con il quale ſe vorremo formare il rotto, ad eſſo ſottoſcriueremo il doppio del 2874. che è 5748. & haueremo $\frac{4481}{5748}$.

Per fare la proua di queſta eſtrattione di radice, moltiplicãdo 2874. in ſe ſteſſo, & giongendo al prodotto il 4481. auanzato. Diremo *(ſenza ponere di nuouo il 2874. in alcun luogo per non fare figure di nuouo)* 4. via 4. fà 16. & à queſto giongeremo 1 prima figura deſtra del 4481 auanzo, & fà 17. del quale il 7. deſtro, che ſi poneria in margine, à noi ſenza ponerlo in alcun luogo per non fare nuoue figure, baſta vedere ſe è eguale al 7. prima figura deſtra dell'8264357. numero del quale ſi tolſe la ℞, & che deue naſcere dalla noſtra operatione, che hora ſi fà per proua, & vedremo, che gli è eguale, eſſendo anco ella 7. il che ci moſtra fin' hora operatione ben fatta, queſto veduto ſerbaremo l'1. che ſi troua nel 17. detto, oltre al 7.& ſeguẽdo diremo 4. via 7.

Trouiſi la radice quadrata di

9042590268436OO

Operat. fatta al modo ordinario.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

42049

60140 5412684

auanza 33600

Ouero più breuemente.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0

600 42590

140 5412684

auanza 33600

Ouero breuiſsimamente con il modo di ſopra moſtrato.

904259026843600

3 0 0 7 0 9 0 0 $\frac{}{3}\frac{}{0}\frac{}{0}\frac{1}{7}\frac{6}{0}\frac{8}{9}$

541

3

Proua fatta ſenza ſcriuere figura alcuna.

Trouiſi la radice quadra di

503532236636820009 50

7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

12681

18 85123

14192000 766368200

709600025

10 5676817509

5676800416

auāza 1709350

Ouero più breuemente.

5035322366368200095 0

7 0 9 6 0 0 0 5 4 0

140 13532

18 85123

14192000 766368200

10 5676817509

auāza 1709350

Ouero breuiſsimamente.

50353223663682000950

è quaſi 7 0 9 6 0 0 0 5 4 0 $\frac{}{1}\frac{}{4}\frac{}{1}\frac{}{9}\frac{1}{2}\frac{7}{0}\frac{0}{0}\frac{9}{1}\frac{3}{0}\frac{5}{8}$

1

851

7

56768175

17093

Proua fatta ſenza ſcriuere figura alcuna.

4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 1. ſerbato fà 57. & 8. ſeconda figura ſeguente del 4481. fà 65. del quale il 5. deſtro è eguale al 5. ſeconda figura ſeguente dell' 8264357. come conuiene, però ſerbaremo il 6. del 65. & ſeguendo diremo 4. via 8. fà 32. & 32. fà 64. & 6. ſerbato fà 70. & 7. via 7. fà 49. & 70. fà 119. & 4. ſeguente terza figura del 4481. fà 123. del quale il 3. deſtro è eguale al 3. terza figura ſeguente dell'8264357. però ſerbando il 12. del 123. & ſeguendo alla operatione diremo 4. via 2. fà 8. & 8. fà 16. & 12. ſerbato fà 28. & 7. via 8. fà 56. & 56. fà 112 che con il 28. fà 140. & 4. quarta, & vltima figura del 4481. fà 144. del quale il 4. deſtro è eguale al 4. quarta figura dell'8264357. però ſerbaremo il 14. del 144. detto, & ſeguendo diremo 7. via 2. fà 14. & 14. fà 28. & 14. ſerbato fà 42. & 8. via 8. fà 64. & 42. fà 106. del quale il 6. deſtro è eguale al 6. ſeguente quinta figura dell'8264357. però ſerbaremo il 10. del 106. & ſeguendo diremo 8. via 2. fà 16. & 16. fà 32. & 10. ſerbato fà 42. del quale il 2. deſtro è eguale al 2. ſeguente ſeſta figura dell'8264357. come biſogna, onde ſerbando il 4. che rimane nel 42. detto, noi vltimamente diremo 2. via 2. fà 4. & 4. ſerbato fà 8. qual'8. vltima figura, ò numero della totale operatione, è à punto eguale all'8. vltima figura, ò numero, che rimane nell'8264357. però conoſciamo, che il numero, qual naſce à moltiplicare 2874. in ſe medeſmo giongendo al prodotto il 4481. che auanzò è preciſe l'8264357. del quale ſi è tolta la radice, come conuiene, onde concluderemo, che la noſtra operatione ſtia bene.

La cauſa naturale del modo d'operare nel pigliare la radice quadra delli numeri, ſi riſerba à moſtrare à tempo commodo, & quando hauerò facoltà di tenere ſcrittori intelligenti, che mi aiutino, poiche non poſſo per molta debolezza ſcriuere da me ſteſſo ſe non poche coſe, & imperfette,

perfette, non le potendo intieramente io ſolo ponere in carta, mentre che l'intelletto le và ritrouando, & accommodando.

Et ſe anco piaceſſe alli pronti di memoria, & intelletto, vaghi d'vſare artificio per apparere ſommamente breui nella ſcrittura delle operationi Aritmetiche, eſsi potriano circa al pigliare la radice quadra delli numeri, moſtrare di valerſi della ſcrittura di pochiſsime figure, operando come ſi moſtrarà, pigliando per eſempio il 75284164235. adoprato da principio à trouarne la ſua radice, che veduto del 752. la radice eſſere 27. & moltiplicando eſſo 27. in ſe ſteſſo, con venir ſottrando il prodotto dal 752. nell'andar trouando il 23. che reſta, egli ſi verrà ſcriuendo ſotto alla riga al ſuo luogo, ma in figure piccoliſsime da potere facilmēte mutare, & annullare; A queſto 23. conſideraremo accompagnarſi l'84. che ſegue componendo 2384. & nel 238. veduto, che il 27. entra 8. volte con la conditione, che ſi ricerca *(cioè, che il quadrato di 4. ſua mità ſi poſſa cauare dal num. formato dall'auanzo accōpagnato al 4. figura puntata del 2384.)* che però 4. ſarà la figura, che và poſta fra le righe, noi trouaremo l'auanzo dicendo, 4. via 4. fà 16. da cauare da 4. puntato ſopraposto li, & perche non ſi può, lo cauaremo da 24. che reſta 8. qual' 8. ſcriueremo ſotto alla riga principale in figura piccoliſsima da potere mutare, & annullare facilmente, & auanzaremo 2. per cauſa delle 2. decine preſtate al 4. puntato nel fare la ſottrattione, poi ſeguendo diremo, à moltiplicare 4. via 7. fà 28. & 28. fà 56. & 2. auanzato fà 58. da cauare da 8. che ſegue verſo man ſiniſtra doppo il 4. puntato, & perche non ſi può, lo cauaremo da 58. & reſta niente, cioè 0. qual 0. ſcriueremo ſotto alla riga principale in forma piccoliſsima, & auanzando 5. ſeguiremo à dire 4. via 2. fà 8. & 8. fà 16. & 5. auanzato fà 21. & queſto cauaremo dal 23. che è ſotto alla riga, & reſta 2. però traſmutaremo il 3. in 2. & leuaremo il 2. ſiniſtro del 23. & così hora ſotto alla riga principale haueremo per auanzo 208. al quale conſiderato accompagnarſi il 16. che ſegue componendo 20816. & nel 2081. veduto, che il 274. entra 6. volte con la conditione, che ſi ricerca, che però 3. ſua mità ſarà la figura, che và poſta fra le righe; noi trouaremo l'auanzo dicendo 3. via 3. fà 9. da cauare da 6. puntato ſopraposto li, & perche non ſi può, lo cauaremo da 16. che reſta 7. qual 7. ſcriueremo ſotto alla riga principale, intendendoſi ſempre in figura piccola da poter mutare facilmente, & auanzaremo 1. per cauſa dell'vna decina preſtata al 6. puntato nel fare la ſottrattione, poi ſeguendo diremo, à moltiplicare 3. via 4. fà 12. & 12. fà 24. & 1. auanzato fà 25. da cauare da 1. che ſegue verſo man ſiniſtra doppo al 6. puntato, & perche non ſi può lo cauaremo da 31. & reſta 6. da ſcriuere ſotto alla riga principale, auāzando 3. & ſeguendo diremo 3. via 7. fà 21. & 21. fà 42. & 3. auanzato fà 45. quale cauaremo da 8. figura, che ſi troua nel luogo ſubito ſeguente ſotto alla riga principale, & perche non ſi può lo cauaremo da 48. *(preſtandoli 4. decine, che li biſognano)* & reſta 3. però traſmutaremo l'8. in 3. auanzando 4. & ſeguendo diremo vltimamente 3. via 2. fà 6. & 6. fà 12. & 4. auanzato fà 16. quale cauaremo da 20. che ſegue ſotto alla riga principale, & reſta 4. però del 20. traſmutaremo il 0. in 4. & leuaremo il 2. & così hora ſotto alla riga principale haueremo per auanzo 4367. al quale conſiderato accompagnato il 42. che ſegue componendo 436742. & veduto, che nel 43674. il 2743. entra 14. volte con la conditione, che ſi ricerca, & che perciò 7. ſua mità è la figura, che ſi hà da ponere fra le righe ſotto al 2. puntato, poſta che l'haueremo, trouaremo l'auanzo nel modo detto, traſmutando le figure come biſogna, & annullando quelle, che occorrerà di annullare, & così ſeguendo fino al fine della totale operatione, eſſendoſi trouato la radice del propoſto numero eſſere 274379. haueremo ſotto alla riga principale il ſolo 328594. auanzo della operatione, con il quale potremo formare il rotto della ℞ à noſtro beneplacito. Et potremo vſare il medeſmo modo nell'altre operationi.

75284164235

2 7

23

75284164235

2 7 4

208

75284164235

2 7 4 3

4367

75284164235

2 7 4 3 7

52673

75284164235

2 7 4 3 7 9

328594

2578) 4456289

1

1878

2578) 4456289

17

18736

2578) 4456289

172

2212

2578) 4456289

1728

1505

Et notiſi, che queſto ſi può ſimilmēte vſare nelle operationi del partire, che per eſempio partendo 4456289. per 2578. che ne viene 1728. poſto fra le righe, noi ſotto ad eſſe righe haueremo ſolo 1505. che è l'auanzo della partitione.

Discorso intorno al formare il Rotto nella estrattione delle radici di qual si vogli sorte.

NEL formare il rotto nell'estrattione delle radici, poniamo nelle quadrate, ci mostra il giudicio, & ragion naturale, che essendo numeratore l'auanzo, che resta nel numero proposto da pigliarne la radice, leuatone il quadrato dell'intiero, che haueremo trouato; allhora il denominatore deue esser tale, che egli possa seruire à tutti gli auanzi; cioè che sempre se ne formi vn rotto minore d'1. intiero, qual rotto di mano in mano si vada auuicinando all'intiero, & vi peruenga à punto quando saremo arriuati al quadrato del numero intiero, che subito segue all'intiero già trouato. Et perciò esso denominatore deue essere quel numero, che mostra la differenza, che si troua fra il quadrato dell'intiero trouato, & il quadrato dell'intiero subito seguente per l'ordine delli numeri, cioè che è maggiore dell'intiero trouato in vna vnità, ma questa differenza nelli numeri quadrati è sempre la somma di detti dui intieri *(come mostraremo di sotto)* che è quanto il doppio, & 1. più dell'intiero trouato, & perciò nella estrattione della ℞ quadra conosciamo, che il denominatore del rotto deue essere il doppio, & 1. più dell'intiero trouato. Et il formare il rotto in questo modo è causa, che la ℞ così trouata sarà scarsa, cioè che il suo quadrato non arriuarà al numero proposto, ma noi potremo andare continuamente ritrouando altre ℞ più propinque, cioè tali, che i quadrati loro più si andaranno auuicinando al numero proposto.

Che la differenza delli quadrati di dui numeri intieri prossimi sia quãto la somma d'essi dui numeri intieri prossimi, ò vogliamo dire *(che è il medesimo)* sia quanto il doppio, & 1. più del minore, lo conosceremo, se pigliando per esempio per numeri intieri prossimi 7. & 8. i quadrati delli quali sono 49. & 64. consideraremo, che il prodotto di 8. via 8. cioè il quadrato d'8. maggiore è quanto il prodotto di 7. via 8. & di 1. via 8. *(supponendo l'vn'8. diuiso in 7. & 1.)* & di questi il prodotto di 7. via 8. è quanto il prodotto di 7. via 7. & di 7. via 1. *(supponendo l'8. diuiso similmente in 7. & 1.)* perilche il prodotto di 8. via 8. viene ad esser composto di questi tre, che sono 7. via 7; 7. via 1; & 1. via 8. onde il quadrato d'8. *(cioè 8. via 8. che fà 64.)* supera il quadrato di 7. *(cioè 7. via 7. che fà 49.)* nelli dui prodotti, che rimangono, cioè di 7. via 1. & 1. via 8. che è quanto vna volta 7. & vna volta 8. & però è quanto vna volta 15. somma di 7. & 8. intieri propinqui detti; & perche l'8. è vna vnità maggiore di 7. intiero minore à lui propinquo, vediamo, che tanto importa giongere insieme 7. minore, & 8. maggiore, che fà 15. quanto pigliare due volte, ò doppiare il 7. minore, che fà 14. & à questo giongere 1. differenza di 7. ad 8. che fà il medesmo 15. Et così si conclude, che la differenza di 49. quadrato di 7. à 64. quadrato d'8. intieri propinqui è 15. doppio, & 1. più di 7. intiero minore.

Ma notisi di più, che la differenza di dui numeri quadrati è sempre quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza d'esse radici loro; che per esempio la differenza di 225. à 9. è quel numero, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, cioè di 15. & 3. che fà 18. via la differenza d'esse due radici, cioè di 15. à 3. che è 12. & 12. via 18. fà 216. che è la differenza di 225. à 9. Il che se bene noi Geometricamente già dimostrammo nel nostro libretto intitolato, *Modo breuissimo di misurare le superficie rettilinee*, hora nondimeno ne mostraremo la causa, procedendo naturalmente al nostro solito. Presi i dui numeri quadrati sopradetti 225. & 9. le radici delli quali sono 15. & 3. & supponendo il 15. maggiore diuiso in 3. minore, & in 12. differenza loro, conosciamo, che 15. via 15. importa tãto, quanto 15. via 12. & 15. via 3. & di questi nel 15. via 3. diuidendo il 15. in 3. *(eguale al 3. numero minore delli dui detti 15. & 3.)* & in 12. vediamo, che tanto importa il totale 15. via 3. quanto 12. via 3. & 3. via 3. perilche conosciamo il prodotto di 15. via 15. constare, ò essere contenuto da questi tre, che sono 15. via 12; 12. via 3; & 3. via 3. ma di questi tre, li dui 15. via 12. & 12. via 3. ò vogliamo dire 15. via 12. & 3. via 12. *(che risulta l'istesso)* si può dire, che *(sommando noi il 15. & 3. che fà 18.)* vengono à componere, ò importare tanto, quanto il solo prodotto di 18. via 12. & però in vece delli tre prodotti superiori, che sono 15. via 12; 12. via 3; & 3. via 3. intendendo, ò adoprando questi dui 18. via 12. & 3. via 3. che sono equiualenti alli tre superiori detti, conosciamo, che tanto è, ò importa il prodotto di 15. via 15. quanto li dui di 18. via 12. & 3. via 3. & che perciò il quadrato di 15. cioè 225. eccede il quadrato di 3. cioè 9. nel prodotto di 18. via 12. ma il 18. vediamo essere la somma di essi dui numeri 15. & 3. & il 12. essere la differenza delli medesmi dui numeri 15. & 3. però conosciamo, che la differenza delli dui numeri quadrati è quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma delle radici loro, via la differenza delle medesme radici. Et così se facilmente vorremo sapere quanto è la differenza del quadrato di 37. al quadrato di 59. bastarà moltiplicare 96. somma d'essi 37. & 59. via 22. differenza loro, che fà 2112. & questo è la differenza delli quadrati di detti dui numeri. Similmente volendo

sapere

sapere la differenza, che è dal quadrato di 29. al quadrato di $35\frac{2}{3}$. Moltiplicaremo $64\frac{2}{3}$. via $6\frac{2}{3}$. cioè $64\frac{2}{3}$. via $\frac{20}{3}$. cioè $21\frac{5}{9}$. via 20. che fà $11\frac{1}{9}$. & 420. cioè $431\frac{1}{9}$. & questa è la differẽza del quadrato di 29. al quadrato di $35\frac{2}{3}$. Et volendo sapere la differenza, che è dal quadrato di $138\frac{1}{2}$. al quadrato di $256\frac{1}{2}$. moltiplicaremo 395. somma delli dui numeri detti, via 118. differenza loro, che fà 46610. & questa è la differenza delli quadrati di detti dui numeri.

Et accioche si conosca, che delli numeri non quadrati è impossibile trouarne la ℞ precise, cioè per esempio di 20. è impossibile trouare numero alcuno, che moltiplicato in se stesso lo produca; si dice, che potendosi trouare alcun numero, quale moltiplicato in se stesso producesse 20. numero intiero; questo numero cõuerria, che fusse, ò intiero, ò misto d'intiero, e rotto; ma intiero, il quadrato del quale sia 20. non si troua, perche di 4. il quadrato è solo 16. & di 5. intiero prossimo seguente il quadrato è 25. Ne intiero, & rotto, cioè misto alcuno, il quadrato del quale sia numero intiero; non si può manco trouare, & lo conosceremo dal seguente discorso. Di vn numero misto *(& per commodità chiamiamolo A B, che A, sia la parte, che contiene l'intiero, & B, la parte, che contiene il rotto)* il suo quadrato consta del quadrato d'A, intiero, & chiamiamolo I, del quadrato di B, rotto, & chiamiamolo R; & del prodotto, che nasce à moltiplicare il doppio dell'A, intiero, via il rotto B, qual prodotto chiamaremo P. Quanto all'I, quadrato d'A, intiero, egli sarà sempre intiero *(poiche à pigliare vn numero intiero per numero intiero di volte, il prodotto è intiero)* l'R, quadrato di B, rotto sarà sempre rotto; perche à moltiplicare vn rotto in se medesmo, cioè à pigliare vna quantità, che hora è vn rotto, ò parte d'vnità; manco d'vna volta, il prodotto è sempre minore della quantità presa, & però è manco del rotto moltiplicato, & consequentemente è anco egli manco d'vna vnità, cioè necessariamente è rotto; il qual rotto, che si produce, cioè l'R, quadrato di B, che hà per numeratore il quadrato del numeratore di B; & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B, mai si potrà schisare, & però mai si potrà ridurre à rotto, che per denominatore habbi il denominatore medesmo di B, *(intendendosi lo schisare al modo ordinario, nel quale ciascun rotto, che ne deriua deue hauere vn numero intiero per numeratore, & similmente vn numero intiero per denominatore)* ne il quadrato di rotto alcuno si può mai schisare, perche essendo il numeratore incommunicante al denominatore, ancora il quadrato del numeratore sarà incommunicante al denominatore medesmo, & però il quadrato di detto denominatore sarà anco egli incommunicante al numero istesso, cioè al quadrato del numeratore, onde essendo il quadrato del numeratore incommunicante al quadrato del denominatore, il rotto, che da essi dui quadrati si forma viene ad essere inschisabile. Il prodotto P, che nasce à moltiplicare il doppio dell'intiero A, via il rotto B, cioè che è prodotto da vn'intiero moltiplicato con vn rotto, può essere intiero, & anco può essere semplice rotto; & può essere misto; sarà intiero, quando il denominatore del rotto B, entrarà vna volta, ò più precise nel doppio dell'intiero A; sarà semplice rotto, cioè non arriuarà ad vn'intiero, quando il prodotto, che nasce à moltiplicare il numeratore del rotto B, via il doppio dell'intiero A, non arriuarà al denominatore del rotto B, che allhora questo P, sarà vn semplice rotto, quale hauerà per denominatore il denomiuatore medesmo del rotto B; & si potrà schisare, ò non schisare, secondo che il denominatore del rotto B, sarà communicante, ò incommunicante al doppio dell'intiero A. Ma il prodotto P, sarà misto, cioè composto d'intiero, e rotto, sempre che à moltiplicare il numeratore del rotto B, via il doppio dell'intiero A, ne nasca numero maggiore del denominatore del rotto B, di modo, che in esso numero il denominatore del rotto B, entri vna, ò più volte con auanzo, che le volte intiere, che v'entrarà sarà intiero, & l'auanzo sarà il numeratore del rotto, che di più vi sarà, essendo denominatore il denominatore del rotto B; & questo rotto di più, che vi sarà, quale, come s'è detto, hauerà per denominatore il denominatore istesso del rotto B, si potrà schisare, quando il doppio dell'intiero A, sia communicante al denominatore del rotto B; ma non si potrà schisare, quando il doppio detto dell'intiero A, non sia communicante con il denominatore del rotto B. Sin'hora dunque conosciamo, che I, quadrato dell'intiero A, è sempre intiero, che R, quadrato del rotto B, è sempre rotto inschisabile, & hà per denominatore il quadrato del denominatore di B. Et che P, nato da moltiplicare il rotto B, via il doppio dell'intiero A, è ò intiero, ò rotto, ò misto, & che quando egli sia rotto, il suo denominatore è il denominatore del rotto B, *(che à noi non occorre hora schisare esso rotto P, se bene si potesse)* & quando esso P, sia misto, allhora il suo rotto hauerà pure per denominatore il denominatore istesso del rotto B, *(che à noi similmente non occorre schisarlo, se bene si potesse.)* Questo inteso, vediamo, che quando il prodotto P, sia intiero, egli giongendosi all'I, che è intiero, la somma sarà intiero, & à questo giongendo l'R, che è rotto, la somma totale, cioè d'I, P, & R, & però il quadrato di A B, conuiene, che sia misto, cioè intiero, & rotto, & così allhora siamo sicuri, che A B, non può essere radice precise d'alcun numero

mero

mero intiero. Ma quando il prodotto P, fusse semplice rotto, allhora giongendolo ad R, (*che è rotto inschisabile, hauente denominatore maggiore del denominatore di P,*) la somma non potrà mai essere intiero, ma solo, ò rotto, ò misto. Sarà semplice rotto, quando la somma di P, & R, non fusse tanto grande, che ella superasse vna vnità intiera, & però questa somma, ò rotto, gionto all'I, sarà per somma d'I,P,& R, vn numero misto d'intiero, e rotto, & perche questa total somma è il quadrato di A B, sappiamo, che perciò A B, non può essere ℞ precise d'alcun numero intiero; poiche moltiplicato in se stesso, produce numero misto. Ma la somma detta di P,& R, sarà numero misto, quando, ò essendo P, semplice rotto, egli fusse tanto grande, che insieme con R, superasse la vnità intiera, & così la somma loro fusse vna vnità,& vn rotto di più; ouero quando essendo P, numero misto, il suo rotto gionto all'R, ò non superasse la vnità intiera, restando pur rotto, ouero la superasse, formando vna vnità, & vn rotto di più, che così la totale somma di P, & R, saria numero misto,& questo gionto ad I, intiero, componeria vn numero similmente misto, & perche questo composto d'I, P,& R, è il quadrato d'A B, conosciamo similmente, che A B, non può essere ℞ precise d'alcun numero intiero. Ma ci resta à mostrare da che nasca, che il rotto di P, gionto con il rotto R, formi, ò vn rotto semplice, cioè che sia parte d'vna vnità; ouero formi vn numero misto, superando la vnità, cioè, perche il rotto P, & R, gionti insieme non possino fare vna vnità precise. Notisi dunque, che. Proposto vn rotto P, accioche vn'altro rotto, & chiamiamolo R, gionto ad esso P, facci per somma vna vnità precise, conuiene, che l'R, sia eguale à quello, che resta à cauare il P, da vna vnità intiera, ma questo restante (*come è noto*) è sempre vn rotto, & chiamiamolo S, che hà per numeratore quel numero, che resta à cauare il numeratore di P, dal suo denominatore,& hà per denominatore il medesmo denominatore di P, onde conosciamo, che hauendo S, la istessa denominatione di P, conuiene, che l'R, anco egli habbia, ò si possa ridurre alla medesma denominatione di P, & S, (*& che allhora di più il suo numeratore sia l'istesso numero, che è numeratore d'S,*) onde quando R, nõ hauesse, ò non si potesse ridurre alla denominatione di P, conosciamo, che ne manco detto R, potrà essere quel rotto S, ò vogliamo dire eguale à quel rotto S, quale solo è quello, che gionto à P, può fare per somma vn'intiero precise. Questo notato, noi già di sopra habbiamo mostrato, che il prodotto P, quando egli sarà rotto, ò misto, il denominatore del suo rotto (*non lo schisando però, quando ben si potesse, che non accade schisarlo*) sarà sempre il denominatore istesso del rotto B; & anco habbiamo mostrato, che il rotto R, quadrato di B, hauerà sempre per denominatore non il denominatore di B, ma il quadrato del denominatore di B, & che esso rotto R, sarà inschisabile, & consequentemente non si potrà ridurre al denominatore di B, ouero di P, più piccolo del denominatore di esso R, però siamo sicuri, che mai il rotto di P, gionto al rotto R, potrà fare vna vnità precise; che è quello, che si voleua mostrare. Et così sappiamo la causa, perche delli numeri intieri non quadrati sia impossibile trouarne la ℞ precise. Il medesmo si dice delli numeri rotti,& misti nõ quadrati, & si può conoscerne la causa nel medesimo modo; Che nelli rotti preso per esempio $\frac{7}{9}$. non quadrato, è impossibile à trouarne la ℞ precise, perche douendo ella essere vn rotto, il numeratore del quale sia la ℞ di 7. & il denominatore sia la ℞ di 9. se bene di 9. ella è 3. per essere 9. numero quadrato, vediamo poi, che di 7. numero intiero è impossibile à trouarla precise, come conuerria, accioche di $\frac{7}{9}$. si hauesse ℞ precise, similmente se il rotto fusse $\frac{9}{15}$. perche se bene di 9. numeratore la ℞ è precise 3. che serue per numeratore, del 15. poi intiero non quadrato sappiamo essere impossibile poterne trouare la ℞ precise; & però essere impossibile formare vn rotto, che moltiplicato in se stesso, produca $\frac{9}{15}$. Il medesmo conosciamo occorrere se il rotto fusse $\frac{15}{28}$. ò altro simile. Et delli misti non quadrati preso per esempio $12\frac{3}{4}$. che ridotto à forma di rotto sarà $\frac{51}{4}$. perche il 51. intiero numerat. è non quadrato non si può trouarne la ℞ precise, onde se bene di 4. denom. la ℞ è precise 2. per denom. conosciamo, che è impossibile trouare alcun num. misto in forma di rotto, che moltiplicato in se stesso facci $\frac{51}{4}$. ò vogliamo dire $12\frac{3}{4}$. Et d'vn num. misto la ℞ non può essere num. intiero, perche sappiamo, che à moltiplic. vn'intiero in se stesso, ꝑduce similmẽte intiero.

11.	121	19.	361
21.	441	29.	841
31.	961	39.	1521
41.	1781	49.	2401
51.	2601	59.	3481
61.	3721	69.	4761
71.	5041	79.	6241
81.	6561	89.	7921
91.	8281	99.	8801

Et accioche si conosca facilmẽte dal vedere solo vn numero, se egli possa essere quadrato, ò nò, sappiasi, che li numeri quadrati non possono mai terminare da man destra in 2. ne in 3. ne in 7. ne in 8. & però quando d'vn numero proposto la sua prima figura da man destra fusse 2. ò 3. ò 7. ouero 8. allhora siamo sicuri, che egli non può essere quadrato. Delli numeri poi, che terminano in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. per conoscere se sono quadrati, conuien cercare se hanno la ℞ precise, che non potiamo sapere in altro modo, se essi sono quadrati,

1.	1
2.	4
3.	9
4.	16
5.	25
6.	36
7.	49
8.	64
9.	81

ò non

12.	144	18.	324	15.	225
22.	484	28.	784	25.	625
32.	1024	38.	1444	35.	1225
42.	1764	48.	2304	45.	2025
52.	2704	58.	3364	55.	3025
62.	3844	68.	4624	65.	4225
72.	5184	78.	6084	75.	5625
82.	6724	88.	7744	85.	7225
92.	8464	98.	9604	95.	9125

ò non quadrati; E' ben vero, che quando alcun numero termina da man destra in 1. se egli non hauerà per seconda figura seguente vn numero paro, ouero vn zero, cioè se la figura seguente non sarà 2. ouero 4. ouero 6. ouero 8. ouero o. egli non potrà essere quadrato, & però nõ occorrerà à cercare se egli habbi ℞ precise, che saremo da questo sicuri, che egli non la può hauere. Et quando alcun numero termina da man destra in 4. se egli nõ hauerà per seguẽte seconda figura vn numero paro, ouero vn zero, cioè se la seguente figura non sarà 2. ouero 4. ouero 6 ouero 8. ouero o. egli non potrà essere numero quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 5. se la seguente seconda figura non sarà 2. egli non potrà essere numero quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 6. se la seguente seconda figura non sarà disparo, cioè 1. ouero 3. ouero 5. ouero 7. ouero 9. esso numero non potrà essere quadrato. Et quando alcun numero termina da man destra in 9. se la seguente seconda figura non sarà numero paro, ouero zero, cioè se ella non sarà 2. ouero 4 ouero 6. ouero 8. ouero o. egli non potrà essere numero quadrato. Et perche delli numeri, che terminano in zero, alcuni possono essere quadrati, & alcuni non quadrati, sappiasi, che quelli, che hauerãno da man destra zeri continui in numero disparo, cioè che vi sia vn solo zero, ouero tre zeri, così, o o o. ouero cinque zeri, ouero sette, ouero noue, ouero vndici, &c. non possono essere quadrati; Et quelli numeri, che hauerãno da man destra numero paro di zeri continui, cioè, ò dui zeri, così, o o. ouero quattro, ouero sei, ouero otto, ouero dieci, ouero dodici, &c. non hauendo poi nelle due prime figure seguenti le qualità dette di sopra, che deuono hauere li numeri quadrati, che finiscono, ò terminano in figura significatiua non potranno essere quadrati. Ma più breuemente riducendo le sopradette regolette à minor numero, potiamo dire.

14.	196	16.	256	13.	169	17.	289
24.	576	26.	676	23.	529	27.	729
34.	1156	36.	1296	33.	1089	37.	1369
44.	1936	46.	2116	43.	1849	47.	2209
54.	2916	56.	3136	53.	2809	57.	3249
64.	4096	66.	4356	63.	3969	67.	4489
74.	5476	76.	5776	73.	5329	77.	5929
84.	7056	86.	7396	83.	6889	87.	7569
94.	8836	96.	9216	93.	8649	97.	9409

Li numeri quadrati non possono terminare da man destra in altro, che in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. ouero o.

Quelli, che terminano in 1. ouero 4. ouero 9. cioè, che terminano in figura di numero quadrato, conuiene, che per figura seguente habbino vn numero paro, ouero zero (*che anco il o. in questo caso si piglia per paro, poiche forma numero paro, accõpagnatoli da man sinistra, che figura si vogli.*)

Quelli, che terminano in 5. conuiene, che habbino per figura seguente 2.

Quelli, che terminano in 6. conuiene, che habbino per seguente figura vn numero disparo, ouero 1, che anco la vnità, cioè 1. in questo caso si piglia per disparo.

Quelli, che terminano in o. conuiene, che habbino da man destra vn numero paro di zeri, & che oltre à ciò remossi tutti li zeri destri continui, il numero, che rimane da man sinistra habbi le qualità, ò conditioni sopradette, cioè, che termini in 1. ouero 4. ouero 5. ouero 6. ouero 9. & che terminando in 1. ò 4. ò 9. la seguente figura sia paro, Ma terminando in 6. essa seguente figura sia disparo, Et terminando in 5. ella sia 2.

Et così li numeri, che non haueranno le sopradette qualità, diremo non potere essere quadrati. Ma quando haueranno dette qualità, potranno essere, & non essere quadrati, cioè molti, che le haueranno saranno quadrati, & molti non quadrati; onde per conoscere li quadrati, conuien cercare la sua radice, che hauendola precise saranno quadrati, & non la hauendo saranno non quadrati. Che le sopradette regolette, ò auuertimenti si sono dati solamente, accioche conoscendo noi facilmente quelli numeri, che non possono essere quadrati, non perdiamo tempo à cercare se hanno ℞ precise, ò nò; ma si facci questa fatica, ò esperimento solo in quelli numeri, delli quali stiamo in dubbio se siano quadrati, ò nò, non sapendo certo, che essi non siano quadrati.

Discorso

Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia più del douere, Et della Approssimatione continua.

PROPOSTO poniamo di trouare la radice quadra di 44. Dicendosi ella essere 6. & $\frac{8}{12}$. formando il 12. denominatore del rotto $\frac{8}{12}$. con il doppio del 6. intiero, ne seguirà, che à quadrare, ò vogliamo dire à moltiplicare in se stesso detto $6\frac{8}{12}$. cioè $6\frac{2}{3}$. il prodotto sarà più di 44. Perche se 8. differenza di 36. à 44. si parte per il doppio di 6. che ne viene $\frac{2}{3}$. è necessario, che ancora à moltiplicare $\frac{2}{3}$. per il doppio di 6. facci 8. quale con il quadrato di 6. *(intiero detto della radice)* fà à punto il 44. Onde di $6\frac{2}{3}$. il quadrato di 6. & il doppio della moltiplicatione, ò rettangolo di 6. in $\frac{2}{3}$. constituiscono il 44. Ma il quadrato di $6\frac{2}{3}$. consta del quadrato di 6. & del doppio del rettangolo di 6. via $\frac{2}{3}$. Et anco del quadrato di $\frac{2}{3}$. però il 44. è superato dal quadrato di $6\frac{2}{3}$. nel quadrato di $\frac{2}{3}$. che è $\frac{4}{9}$. Cioè la ℞ quadra propinqua d'vn numero proposto, trouata in questo modo, formãdo il denominatore del rotto con il doppio dell'intiero, supera sempre con il suo quadrato il numero proposto in tanto, quanto importa il quadrato del rotto della ℞ trouata.

Et per trouare radice più propinqua, cioè che superi il 44. in manco di $\frac{4}{9}$. Partasi esso $\frac{4}{9}$. superamento, per il doppio della ℞ trouata, cioè per $13\frac{1}{3}$. che sono $\frac{120}{9}$. & ne viene $\frac{4}{120}$. cioè $\frac{1}{30}$. & questo si caui dalla ℞ trouata, cioè da $6\frac{20}{30}$. che resta $6\frac{19}{30}$. & questo $6\frac{19}{30}$. è ℞ di 44. più propinqua al vero incognito, che non è il $6\frac{2}{3}$. Che il suo quadrato eccederà il 44. solo nel quadrato dell' $\frac{1}{30}$. differenza delle due ℞ dette, cioè lo eccederà in $\frac{1}{900}$. Perche il quadrato di $6\frac{19}{30}$. sarà $44\frac{1}{900}$. Et tutto questo si conosce di quì. Perche à partire $\frac{4}{9}$. per $13\frac{1}{3}$. ne viene $\frac{1}{30}$. ne segue, che à moltiplicare $13\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{30}$. facci $\frac{4}{9}$. Ma se moltiplicassimo vn num. A, minore di $13\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{30}$. il ꝓdotto saria minore di $\frac{4}{9}$. & tãto minore di $\frac{4}{9}$. quanto importasse il prodotto, che nasceria à moltiplicare il numero B, in che l'A, fusse minore del $13\frac{1}{3}$. via l'istesso $\frac{1}{30}$. Onde moltiplicando $13\frac{9}{30}$. via $\frac{1}{30}$. farà manco di $\frac{4}{9}$. cioè di $\frac{400}{900}$. tanto, quanto importa il prodotto da $\frac{1}{30}$ B, in che $13\frac{9}{30}$ A, è minore di $13\frac{10}{30}$. moltiplicato via $\frac{1}{30}$. detto, qual prodotto da $\frac{1}{30}$. via $\frac{1}{30}$. è $\frac{1}{900}$. Cioè $13\frac{9}{30}$. via $\frac{1}{30}$. fà $\frac{1}{900}$. mãco, che $13\frac{10}{30}$. via $\frac{1}{30}$. cioè farà $\frac{4}{9}$. manco $\frac{1}{900}$. Hora hauendo $6\frac{20}{30}$. & $6\frac{19}{30}$. & volendo trouare la differenza delli quadrati loro, sappiamo, che ella è il numero, che nasce à moltiplicare la loro somma via la loro differenza, cioè di $13\frac{9}{30}$. via $\frac{1}{30}$. che faria $\frac{399}{900}$. & questo necessariamente è manco di $\frac{4}{9}$. che nasce à moltiplicare il doppio di $6\frac{20}{30}$. cioè $13\frac{10}{30}$. via $\frac{1}{30}$. *(perche ancora $13\frac{9}{30}$. somma di $6\frac{20}{30}$. con $6\frac{19}{30}$. è manco del doppio di $6\frac{20}{30}$. (essendo $6\frac{19}{30}$. manco, ò minore di $6\frac{20}{30}$.))* & è mãco come s'è detto in $\frac{1}{900}$. perche à moltiplicare la differẽza, che è da $13\frac{9}{30}$. à $13\frac{10}{30}$. quale è la istessa differenza, che si troua fra $6\frac{19}{30}$. à $6\frac{20}{30}$. per $\frac{1}{30}$. detto, fà $\frac{1}{900}$. Se dunque la differenza del quadrato di $6\frac{19}{30}$. al quadrato di $6\frac{20}{30}$. è $\frac{399}{900}$. & questo è manco di $\frac{4}{9}$, in $\frac{1}{900}$. ne segue, che se il quadrato di $6\frac{2}{3}$. è più del douere in $\frac{4}{9}$. che il quadrato di $6\frac{19}{30}$. sarà più del douere solo in $\frac{1}{900}$. Onde se quello supera 44. in $\frac{4}{9}$. questo lo superarà solo in $\frac{1}{900}$. Et perche $\frac{399}{900}$. differenza delli quadrati delle due radici $6\frac{19}{30}$. & $6\frac{2}{3}$. è sempre minore di $\frac{400}{900}$. cioè di $\frac{4}{9}$. perche $13\frac{9}{30}$. di doue deriua il $\frac{399}{900}$. è sempre minore di $13\frac{10}{30}$. di doue deriua il $\frac{4}{9}$. ne segue, che sempre il $\frac{399}{900}$. si potrà cauare dal $\frac{4}{9}$. Onde il quadrato di $6\frac{19}{30}$. sarà sempre maggiore del 44. intiero, & in tanto, quanto resta à cauare $\frac{399}{900}$. da $\frac{400}{900}$. cioè in $\frac{1}{900}$. che è il prodotto d' $\frac{1}{30}$. via $\frac{1}{30}$. ò vogliamo dire, che è il quadrato d' $\frac{1}{30}$. cauato dalla prima ℞, per formarne la seconda.

Et se alcuno dicesse, che operando così, alle volte occorreria trouar radice, il quadrato della quale non arriuasse all' intiero proposto (44.) Si risponde, che ciò è impossibile, perche alhora conuerria, che la differenza del quadrato d'essa radice al quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) fusse più, cioè maggiore dell'eccesso ($\frac{4}{9}$.) in che il quadrato della radice antecedente ($6\frac{2}{3}$.) superasse l'intiero proposto (44.) accioche à cauarla dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato della radice antecedente, restasse numero minore dell' intiero proposto (44.) per il quadrato della radice detta; il che mai può occorrere; poiche habbiamo mostrato essa differenza de' quadrati delle due radici douere essere sempre minore dell' ($\frac{4}{9}$.) eccesso, in che il quadrato della radice antecedente supera l'intiero proposto (44.) onde cauata dal ($44\frac{4}{9}$.) quadrato d'essa radice antecedente, restarà sempre più dell' (44.) intiero proposto, & però il quadrato di qual si vogli radice così trouata eccederà sempre l' (44.) intiero proposto.

Et volendo trouare vn'altra radice più prossima *(cioè manco eccedente il vero)* che nõ è $6\frac{19}{30}$. potremo partire l' $\frac{1}{900}$. in che il quadrato d'esso $6\frac{19}{30}$. eccede il 44. proposto, per il prodotto d'esso

d'esso $6\frac{19}{30}$. ouero *(che risulta l'istesso)* partiremo la mità d' $\frac{1}{900}$. cioè $\frac{1}{1800}$. per il semplice $6\frac{19}{30}$. Ouero partiremo l' $\frac{1}{900}$. per il semplice, $6\frac{19}{30}$. & poi pigliaremo la mità dell' auuenimẽto, che ne viene $\frac{1}{11940}$. & questo cauaremo da $6\frac{19}{30}$. che resta $6\frac{7561}{11940}$. & questa è più propinqua ℞ eccedente di 44. perche il suo quadrato eccederà 44. ma solo in $\frac{1}{142563600}$. quadrato d' $\frac{1}{11940}$. cauato dal $6\frac{19}{30}$. radice antecedẽte; Perche similmẽte, come di sopra si disse, Se à partire $\frac{1}{900}$. per il doppio di $6\frac{19}{30}$. ne viene $\frac{1}{11940}$. ne segue, che à moltiplicar'il doppio di $6\frac{19}{30}$. via $\frac{1}{11940}$. facci $\frac{1}{900}$. Ma à moltiplicare via

con $6\frac{19}{30}$. partasi $\frac{1}{900}$

199

cioè con $\frac{5970}{900}$. partasi $\frac{1}{900}$

ne viene $\frac{1}{5970}$. che la mità è $\frac{1}{11940}$. da cauare da $6\frac{19}{30}$. che resta $6\frac{7561}{11940}$. però la radice più ꝓpiqua sarà $6\frac{7561}{11940}$. il quadrato della quale eccederà il 44. in $\frac{1}{142563600}$. quadrato d' $\frac{1}{11940}$. num. cauato da $6\frac{19}{30}$. seconda ℞ antecedente.

Moltiplichisi in se stesso

$6\frac{7561}{11940}$

79201
79201
79201
158402
712809
554407
142563600) 6272798401
44
5702544

fà $44\frac{1}{142563600}$

$\frac{1}{11940}$. vn numero, che sia manco del doppio di $6\frac{19}{30}$. farà manco di $\frac{1}{900}$. & però il prodotto si potrà cauare da $\frac{1}{900}$. Et come si disse, Se à moltiplicare $6\frac{19}{30}$. in se stesso fà $44\frac{1}{900}$. A moltiplicare $6\frac{7561}{11940}$. *(numero minore di detto $6\frac{19}{30}$. in $\frac{1}{11940}$.)* in se stesso, farà manco di $44\frac{1}{900}$. & la differenza di questi dui quadrati è il numero, che nasce a moltiplicare $\frac{1}{11940}$. differenza d'essi dui numeri, via la somma loro; che $6\frac{19}{30}$. & $6\frac{7561}{11940}$. è quanto il doppio di $6\frac{19}{30}$. mãco $\frac{1}{11940}$. Ma se à moltiplicare $\frac{1}{11940}$. via il doppio di $6\frac{19}{30}$. fà $\frac{1}{900}$. A moltiplicare esso $\frac{1}{11940}$. via vn numero, che sia minore del doppio di $6\frac{19}{30}$. in $\frac{1}{11940}$. verrà à far mãco d' $\frac{1}{900}$. tanto, quãto importa la moltiplicatione d' $\frac{1}{11940}$. in $\frac{1}{11940}$. cioè nel quadrato d' $\frac{1}{11940}$. però conosciamo, che à moltiplic. $\frac{1}{11940}$. via la somma di $6\frac{19}{30}$. & $6\frac{7561}{11940}$. non farà $\frac{1}{900}$. ma farà tanto manco, quãto importa il quadrato d' $\frac{1}{11940}$. Adunque il quadrato di $6\frac{7561}{11940}$. è minore del quadrato di $6\frac{19}{30}$. in vn numero tale, che cauato da $\frac{1}{900}$. resta il quadrato d' $\frac{1}{11940}$. Se dunque il quadrato di $6\frac{19}{30}$. è $44\frac{1}{900}$. cioè $\frac{1}{900}$. più del douere, ne segue, che il quadrato di $6\frac{7561}{11940}$. sarà più del douere solo quanto è il quadrato d' $\frac{1}{11940}$.

Proposto 496. da trouarne la radice quadrata eccedente, ella primieramente diremo essere $22\frac{3}{11}$. il quadrato della quale supera il 496. proposto in $\frac{9}{121}$. quadrato del rotto $\frac{3}{11}$. accõpagnato al 22. intiero della ℞. Questo $\frac{9}{121}$. partito p il doppio di $22\frac{3}{11}$. cioè per $44\frac{6}{11}$. cioè per $\frac{490}{11}$. cioè per $\frac{5390}{121}$. ne viene $\frac{9}{5390}$. da cauare dalla prima ℞ detta $22\frac{3}{11}$. cioè da $22\frac{1470}{5390}$. & resta $22\frac{1461}{5390}$. per la seconda ℞ eccedente più propinqua; il quadrato della quale superarà il 496. proposto nel quad. di $\frac{9}{5390}$. *(numero in che la seconda ℞ è superata dalla prima)* cioè in $\frac{81}{29052100}$. Se hora partiremo $\frac{81}{29052100}$. per il doppio della seconda radice, cioè per $44\frac{2922}{5390}$. che ne verrà $\frac{81}{1294041980}$. & questo auuenimento cauaremo da detta seconda ℞, il restante sarà la terza ℞ eccedente del proposto 496. molto più propinqua della seconda, poiche il quadrato di questa terza, che si trouarà, eccederà il 496. nel solo quadrato di $\frac{81}{1294041980}$.

Di 496. la prima ℞ eccedente è $22\frac{3}{11}$.
il suo quadrato è $496\frac{9}{121}$.

La seconda ℞ è $22\frac{1461}{5390}$

$22\frac{1461}{5390}$

16071
64284
4994
11
5390
2234521
44946
14982
24970
29052181
29052100
81

Il suo quad. è $496\frac{81}{29052100}$

Il doppio della seconda radice è $44\frac{2922}{5390}$

5390
5929
237160
cioè $\frac{240082}{5390}$
2160738
720246
1200410
cioè $\frac{1294041980}{29052100}$. col quale partito l' $\frac{81}{29052100}$. ne viene $\frac{81}{1294041980}$. da cauare da $22\frac{1461}{5390}$. secõda ℞, & il restãte sarà la terza ℞ più propinqua.

$\frac{81}{1234041980}$. numero in che la terza ℞ è ſuperata dalla antecedente ſeconda. Propoſto 55. da trouarne la ℞ quadra propinqua eccedente, Diremo ella eſſere $7\frac{3}{7}$. il quadrato della quale eccede il 55. in $\frac{9}{49}$. quadrato del rotto $\frac{3}{7}$. quale ecceſſo $\frac{9}{49}$. partito per il doppio di detta ℞, cioè per $14\frac{6}{7}$. che è $\frac{104}{7}$. cioè $\frac{728}{49}$. ne viene $\frac{9}{728}$. quale cauato dalla prima ℞ $7\frac{3}{7}$. ò vogliamo dire $7\frac{312}{728}$. reſta $7\frac{303}{728}$. & queſta è la ſeconda ℞ eccedente più propinqua, quale col ſuo quadrato ſupera il 55. propoſto, ſolo nel quadrato di $\frac{9}{728}$. in che la ſeconda ℞ è ſuperata dalla prima à lei antecedente.

Di 55. la prima ℞ è $7\frac{3}{7}$. il ſuo quad. è $55\frac{9}{49}$.

La ſeconda ℞ è $7\frac{303}{728}$

$7\frac{303}{728}$

$7\frac{303}{728}$

4242

602

$54\frac{602}{728}$

91809

438256

530065

529984

81

il ſuo quadrato è $55\frac{81}{529984}$

Il doppio della ſeconda ℞ è

$14\frac{303}{364}$

cioè $\frac{5399}{364}$ col quale partito $\frac{81}{529984}$ ne viene $\frac{81}{7860944}$ da cauare da $7\frac{303}{728}$. ſeconda ℞.

1456

1

75586

302344

7860944

Il 728. in 7860944. entra il prodotto di 2. via 5399. cioè 10798. volte *(perche 728. in 1456. entra 2. volte, & il 1456. in 7860944. entra 5399. volte)* però moltiplicando 303. numeratore via 10798.

che fà 3271794. per numeratore.

ne cauaremo 81. numeratore.

reſta 3271713. per numeratore.

terza ℞ $7\frac{3271713}{7860944}$

$7\frac{3271713}{7860944}$

45803982

5 | 6499262

25997048

25997048

58493358

38995572

506942436

42532269

55619121

22901991

6543426

9815139

61794440577697

7860944

7860944

31443776

31443776

70748496

47165664

613153632

61794440571136

6561

$55\frac{6561}{61794440571136}$ è il quadrato della terza ℞, però egli ſupera il 55. nel rotto ſopraſcritto.

Reſta $7\frac{3271713}{7860944}$. che è la terza ℞; della quale, eſſendo maggiore la ſeconda in $\frac{81}{7860944}$. ne ſegue, che nel quadrato di queſto, che è $\frac{6561}{61794440571136}$. eſſa terza radice col ſuo quadrato ſuperarà il 55.

Ancora propoſto 3. da trouarne la ℞ quadra eccedente. Sia primamente, che ſi dica ella eſſere 1. & $\frac{2}{2}$. cioè 2. il quadrato della quale eccede il 3. propoſto in 1. *(quadrato del $\frac{2}{2}$. rotto, ò quãtità, che tiene il luogo del rotto nella detta ℞)* Per trouare la ſeconda ℞ eccedẽte più propinqua della prima; partiremo 1. in che il quadrato della prima eccede il 3. propoſto per il doppio di eſſa prima ℞, cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{4}$. quale ſi caui dalla prima ℞, cioè da 2. & reſta $1\frac{3}{4}$. & queſta è la ſeconda ℞ eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 3. propoſto nel quadrato dell' $\frac{1}{4}$. cauato dalla prima ℞, per trouare la ſeconda, cioè eccederà in $\frac{1}{16}$. Queſto $\frac{1}{16}$. per trouare la terza ℞ eccedẽte più propinqua della ſeconda, ſi partirà per il doppio d'eſſa ſeconda, cioè per $\frac{7}{2}$. ò vogliamo dire per $\frac{56}{16}$. il che è partire 1. per 56. & ne viene $\frac{1}{56}$. quale ſi caui dalla ſeconda ℞ detta, che è $1\frac{3}{4}$. cioè $1\frac{42}{56}$. & reſta $1\frac{41}{56}$. il che è la terza ℞ eccedente più propinqua della ſeconda; che il quadrato di queſta terza ℞ eccederà il 3. propoſto nel quadrato dell' $\frac{1}{56}$. che ſi è cauato dalla ſeconda per trouare queſta terza, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{3136}$. Queſto $\frac{1}{3136}$. per trouare la quarta ℞ eccedente più propinqua della terza, partiremo per il doppio d'eſſa terza ℞, cioè per $\frac{97}{28}$. & perciò potremo ridurre eſſo $\frac{97}{28}$. à 3136. eſimi, che il 3136. naſce da 56. via 56. ma il 28. denominatore del $\frac{97}{28}$. entra 2. volte in 56. però, perche 2. via 56. fà 112. eſſo 28. entrarà 112. volte nel 3136. cioè ciaſcun 28. eſimo ſarà 112. 3136. eſimi, onde li $\frac{97}{28}$. ſaranno 97. volte 112. cioè 10864. 3136. eſimi; però partendo

Propoſto 3. da pigliarne la ℞ quadrato eccedente.

Dicendo ella eſſere 1. & $\frac{2}{2}$. cioè 2. l'ecceſſo del ſuo quad. ſarà $\frac{4}{4}$. cioè 1. doppio della ℞, partitore 4.) ecceſſo da partire 1.

ne viene $\frac{1}{4}$. che cauato da 2. prima ℞, reſta $1\frac{3}{4}$. che è ſecõda ℞ più propinqua, l'ecceſſo del ſuo quad. è $\frac{1}{16}$. quad. d' $\frac{1}{4}$. in che la ſecõda è min. della prima. Doppio della ſecõda ℞ partit. $\frac{7}{2}$.) $\frac{1}{16}$. ecceſſo da partire.

ne viene $\frac{1}{56}$. che cauato da $1\frac{3}{4}$. ſecõda ℞, reſta $1\frac{41}{56}$. che è terza ℞ più propinqua; Il ſuo quadrato eccede in $\frac{1}{3136}$. quadrato d' $\frac{1}{56}$. in che la terza ℞ è minore della ſeconda.

doppio della terza ℞ partit. $\frac{97}{28}$.) $\frac{1}{3136}$. ecceſſo da partire.

ne viene $\frac{1}{10864}$. che cauato da $1\frac{41}{56}$. terza ℞, reſta $1\frac{7953}{10864}$. che è la quarta ℞ più propinqua, quale con il ſuo quadrato eccederà in $\frac{1}{118026496}$. quadrato d' $\frac{1}{10864}$. in che la quarta ℞ è minore della terza.

Il doppio della quarta ℞, che è partitore è $\frac{18817}{5432}$. l'ecceſſo da partire è $\frac{1}{118026496}$.

97

112

10864

972

194

41

7594

10864

10864

86912

695296

10864

118026496

10864 2

21728

18817

131719

526876

395157

408855776

2 18817

37634

7953

112902

188170

338706

263438

299303202

Ne viene $\frac{1}{408855776}$. che cauato da $1\frac{7953}{10864}$. quarta ℞, reſta $1\frac{299303201}{408855776}$. che è la quinta ℞ più propinqua, il quadrato della quale eccederà ſolo nel quadrato di $\frac{1}{408855776}$. in che la quinta ℞ detta è minore della quarta.

$1\frac{299303201}{408855776}$. ſi moltiplichi in ſe ſteſſo

708158977. via 708158977

4957112839

54528241229

6373430793

5665271816

3540794885

57360877137

fà 501489136705686529

408855776. via 408855776

1635423104

31073038976

35979308288

2861990432

2044278880

2044278880

fà 167163045568562176

ſono li 3. intieri 501489136705686528

reſta p l'ecceſſo $\frac{1}{167163045568562176}$

partendo 1. 3136. eſimo, per 10864. 3136. eſimi, ne verrà $\frac{1}{10864}$. Ouero per fare detta partitione, abbreuiando i denominatori, che ſono communicanti, nel modo, che ſi moſtrò nell'Elemẽto del Partire, nel Trattato delli numeri rotti, ridurremo li dui denominatori 28. & 3136. ad 1. & 112. & poi al ſolito moltiplicando 1. denominatore via 1. numeratore fa 1. per numeratore, & moltiplicãdo 97. via 112. fà 10864. per denominatore dell'auuenimẽto. Queſto auuenimento $\frac{1}{10864}$. cauaremo hora dalla terza ℞, detta, cioè da $1\frac{41}{56}$. che ſi riduce ad $1\frac{7954}{10864}$. *(perche il 10864. ſi cõpone da 112. & 97. & il 56. in 112. entra 2. volte, però 56. in 10864. entrarà 2. volte 97. cioè 194. volte, onde ciaſcuno 56. eſimo ſarà 194. 10864. eſimo, & li 41. 56. eſimi ſaranno 41. volte 112. cioè 7954. 10864. eſimi)* & reſtarà $1\frac{7953}{10864}$. il che ſarà la quarta ℞ eccedente più propinqua della terza, perche il quadrato di queſta quarta eccederà il 3. propoſto ſolo nel quadrato dell' $\frac{1}{10864}$. cauato dalla terza per ritrouare queſta quarta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{118026496}$. Queſto ecceſſo, per trouare la quinta ℞ eccedente più propinqua della quarta, partiremo per il doppio d'eſſa quarta ℞, cioè per $\frac{18817}{5432}$. & perciò potremo ridurre eſſo $\frac{18817}{5432}$. à 118026496. eſimi, Ouero abbreuiando queſti dui denominatori ridurremo il 5432. ad 1. partendo per l'iſteſſo 5432. che egli nell' 118026496. entra 21728. volte *(che cõpouendoſi l'118026496. da 10864. via 10864. perche il 5422. entra in l'vno d'eſſi 2. volte, egli entrarà nel prodotto loro 2. volte l'altro, cioè 2. volte 10864. che fà 21728.)* & però l'118026496. douẽtarà 21728. & così partẽdo $\frac{1}{21728}$. per $\frac{18817}{1}$. ne verrà $\frac{1}{408855776}$.

Queſto auuenimento cauaremo dalla quarta ℞ detta, che è $1\frac{7953}{10864}$. & perciò ridurremo $\frac{7953}{10864}$. à 408855776. eſimi, che il 10864. nel 408855776. entra 37634. volte, perche 18817. via 2. *(numero delle volte, che 10864. entra in 21728. quale inſieme con il 18817. compongono il 408855776.)*

408855776.) fà 37634. però ciascuno 10864. esimo sarà 37634. 408855776. esimi; perilche moltiplicaremo 7953. numeratore con il detto 37634. & fà 299303202. 408855776. esimi, dal quale cauato l' $\frac{1}{408855776}$. resta $\frac{299303201}{408855776}$. & però la quinta ℞ eccedente più propinqua della quarta sarà $1\frac{299303201}{408855776}$. il quadrato della quale eccederà il 3. proposto solo nel quadrato d' $\frac{1}{408855776}$. cauato dalla quarta ℞ per trouare questa quinta, cioè eccederà il 3. in $\frac{1}{1671630554085502176}$. Et se vorremo ancora trouare vna sesta ℞ eccedente più propinqua, & poi vna settima, & vna ottaua, &c. noi potremo seguire al modo detto, che per le medesme cause già mostrate haueremo l'intento nostro.

Et proposto $3\frac{2}{3}$. da trouarne la ℞ quadra eccedente. Sia primamente, che si dica ella essere 1, & $\frac{2\frac{2}{3}}{2}$. cioè 1. & $\frac{4}{3}$. cioè $2\frac{1}{3}$. il quadrato della quale eccede il $3\frac{2}{3}$. proposto in $1\frac{7}{9}$. *(quadrato del $\frac{4}{3}$. rotto, ò quantità, che tiene il luogo del rotto nella detta ℞.)* Per trouare la seconda ℞ eccedente più propinqua della prima, partiremo il $1\frac{7}{9}$. in che il quadrato della prima ℞ eccede il $3\frac{2}{3}$. proposto per il doppio d'essa prima ℞, cioè per $4\frac{2}{3}$. che ne viene $\frac{16}{42}$. cioè $\frac{8}{21}$. quale si caui dalla prima ℞, che è $2\frac{1}{3}$. & resta $1\frac{20}{21}$. & questo è la seconda ℞ eccedente più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{8}{21}$. cauato dalla prima ℞ per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{64}{441}$. Questo $\frac{64}{441}$. per trouare la terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, si partirà per il doppio di essa seconda, cioè per $\frac{82}{21}$. *(& però abbreuiando i denominatori, ci ridurremo à partire $\frac{64}{21}$. per $\frac{82}{1}$.)* & ne verrà $\frac{64}{1722}$. ò vogliamo dire $\frac{32}{861}$. quale si caui dalla seconda ℞ detta, che è $1\frac{20}{21}$. cioè $1\frac{820}{861}$. & resta $1\frac{788}{861}$. & questo è la terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, che il quadrato di questa terza eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato del $\frac{32}{861}$. cauato dalla seconda per trouare questa terza, cioè eccederà in $\frac{1024}{741321}$. Et così potremo seguire al solito se vorremo oltre di ciò trouare la quarta ℞, ò quinta, ò sesta, ò altra eccedente più propinqua di mano in mano l'vna dell'altra.

Terza ℞ eccedente.

$1\frac{788}{861}$

1649

2719201. numeratore.

741321. denominat.

$3\frac{495238}{741321}$. è il quadrato.

741321

247106

494214

Cioè $\frac{1024}{741321}$. più di $3\frac{2}{3}$.

Et notisi, che se bene la prima ℞ non sarà presa, con il formare il suo rotto, ò quantità, che serue in luogo di rotto *(qual quantità, come nelli superiori esempij s'è veduto, può arriuare ad 1. & anco essere più d'1.)* che habbi per numeratore l'auanzo, & per denominatore il doppio dell'intiero, ma sia essa prima ℞, che quantità si vogli, pur che il suo quadrato ecceda il numero proposto, cioè che essa prima ℞ sia eccedente, come si propone, noi potremo nel modo detto, mediante questa prima eccedente, trouar poi la seconda, la terza, &c. solo vi sarà questa differenza, che non sapremo in quãto sia ecceduto il numero proposto dal quadrato della detta prima, se noi non quadraremo essa ℞, ò vogliamo dire la moltiplicaremo in se medesma, & cauaremo il suo quadrato dal numero proposto; poiche il quadrato del rotto di detta prima ℞ non sarà l'eccesso del quadrato d'essa prima ℞ sopra il numero proposto, se non quando il rotto d'essa sarà formato dall'auãzo per numeratore, & dal doppio dell'intiero per denominatore. Che per esempio dicẽdo la ℞ di $3\frac{2}{3}$. essere $1\frac{11}{12}$. noi mediante questa prima ℞ $1\frac{11}{12}$. potremo trouare la seconda più propinqua, partendo l'eccesso $\frac{1}{144}$. per il doppio d'$1\frac{11}{12}$. cioè per $3\frac{5}{6}$. che ne viene $\frac{1}{552}$. quale cauaremo dalla prima ℞ $1\frac{11}{12}$. & resta $1\frac{505}{552}$. & questa è la seconda ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato d' $\frac{1}{552}$. cauato dalla prima ℞, per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{304704}$. Et poi nel modo medesmo potremo seguire à trouare la terza ℞, ò altra eccedente, più propinqua di mano in mano.

Di $3\frac{2}{3}$. dicendo la prima ℞ eccedente essere $1\frac{11}{12}$. la seconda sarà $1\frac{505}{552}$. moltiplichisi in se stessa

$\frac{1057}{552}$ $\frac{1117249}{304704}$

Il suo quadrato è $3\frac{203137}{304704}$

101568

203136

Eccede il $3\frac{2}{3}$. in $\frac{1}{304704}$

Et se proposto pure $3\frac{2}{3}$. si dica la sua ℞ quadra eccedente essere 2; perche qui non è rotto formato dall'auanzo, & doppio dell'intiero, non sapremo similmẽte in che il quadrato di questa ℞ ecceda il numero proposto, se non trouaremo esso quadrato, che è 4. & da esso cauaremo il $3\frac{2}{3}$. proposto, che resta $\frac{1}{3}$. & così sapremo l'eccesso essere $\frac{1}{3}$. quale $\frac{1}{3}$. hora per trouare la seconda

conda ℞ più propinqua, partiremo per il doppio di detta prima ℞, cioè per 4. & ne viene $\frac{1}{12}$. quale cauaremo da detto 2. prima ℞, & resta $1\frac{11}{12}$. & questo sarà la seconda ℞ più propinqua del 2. prima, & il quadrato d'essa seconda eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{1}{12}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{1}{144}$. Et così potremo seguire alle altre.

Et se hauessimo detto la prima ℞ eccedente di $3\frac{2}{3}$. essere vn numero qual si vogli maggiore di 2. cioè $2\frac{1}{2}$. ò 4. ò 6. ò altro numero, poniamo, che si dicesse ella essere 6. noi con questo 6. preso per prima ℞ eccedente, potressimo pure trouare vna seconda ℞ più propinqua, poi la terza, &c. nel modo detto. Che perciò venendo alla operatione, vedressimo quanto è l'eccesso del quadrato del 6. cioè di 36. sopra al $3\frac{2}{3}$. proposto, che cauato $3\frac{2}{3}$. da 36. resta $32\frac{1}{3}$. Questo eccesso partiressimo per il doppio di 6. prima ℞, cioè per 12. che ne viene $2\frac{25}{36}$. & questo auuenimento cauaressimo dal 6. prima ℞, che restaria $3\frac{11}{36}$. il che saria la seconda ℞ più propinqua della prima, che il suo quadrato eccederia il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato di $2\frac{25}{36}$. cauato dalla prima ℞, per deriuarne la seconda, Et hora per trouare la terza ℞ più propinqua, trouato il quadrato del $2\frac{25}{36}$. egli sarà $7\frac{337}{1296}$. quale è l'eccesso da partire per il doppio di $3\frac{11}{36}$. seconda ℞, cioè per $6\frac{22}{36}$. che ne viene $1\frac{841}{8568}$. da cauare dalla seconda ℞ $3\frac{11}{36}$. & resta $2\frac{1777}{8568}$. il che saria la terza ℞ più propinqua della secõda, il quadrato della quale eccederia il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato d'$1\frac{841}{8568}$. cauato dalla seconda ℞, per ritrouare questa terza, cioè eccederà in $\frac{88529281}{73410624}$. qual eccesso partendolo per il doppio della terza ℞, cioè per $\frac{37826}{8568}$. ne verrà $\frac{88529281}{324093168}$. & cauandolo da $2\frac{1777}{8568}$.

Di $3\frac{2}{3}$. sia la prima ℞ 6.

la seconda saria $3\frac{11}{36}$

la differẽza loro è $2\frac{25}{36}$

$\frac{97}{36}$

9409

1296

$6\frac{22}{36}$) $7\frac{337}{1296}$. è l'eccesso

238

1428

8568) 9409

auuenimẽto $1\frac{841}{8568}$. da cauare da $3\frac{11}{36}$. seconda ℞.

2618

resta $2\frac{1777}{8568}$. che è la terza ℞.

quadrisi $\frac{9409}{8568}$

84681

37636

84681

88529281. numeratore

68544

51408

42840

68544

73410624. denominat.

eccesso da partire $\frac{88529281}{73410624}$

mità del partitore $\frac{18913}{8568}$

1

8568

151304

1059628

151304

mità del den. 162046584

ne viene $\frac{88529281}{324093168}$. da cauare dalla terza ℞

Cauisi $\frac{88529281}{324093168}$. da $2\frac{1777}{8568}$

18913. via 2. fà 37826

264782

2912602

37826

67216802

324093168

391309970

88529281

302780689

resta $1\frac{302780689}{324093168}$

che è la quarta ℞ eccedente.

terza ℞, che restarà $1\frac{302780689}{324093168}$. questa sarà la quarta ℞ eccedente, il quadrato della quale eccederà il $3\frac{2}{3}$. proposto nel quadrato dell' $\frac{88529281}{324093168}$. cauato dalla terza ℞, per trouare la quarta, Et così al modo solito si seguiria à trouarne quant'altre più propinque ci piacesse.

Et se pigliando poniamo la ℞ di 10. dicessimo ella essere $2\frac{6}{4}$. ò vogliamo dire $2\frac{1}{2}$. hauendo formato il rotto $\frac{6}{4}$. con il 6. auanzo per numeratore, & con il doppio del 2. intiero per denominatore, noi perciò sapremo, che il quadrato di questo $2\frac{6}{4}$. cioè $2\frac{1}{2}$. prima ℞, eccederà il 10. proposto nel quadrato del $\frac{6}{4}$. quãtità, che tiene il luogo di rotto in essa, cioè eccederà in $\frac{36}{16}$. che è $2\frac{1}{4}$. Et mediante questa prima ℞ eccedente, volendo trouare la seconda più propinqua, partiremo il $2\frac{1}{4}$. eccesso, per il doppio d'esso $3\frac{1}{2}$. prima ℞, cioè per 7. che ne viene $\frac{9}{28}$. & questo si cauarà dal $3\frac{1}{2}$. prima ℞, & resta $3\frac{5}{28}$. che è la seconda ℞ più propinqua della prima, il quadrato della quale eccederà il 10. proposto nel quadrato di $\frac{9}{28}$. cauato dalla prima per trouare la seconda, cioè eccederà in $\frac{81}{784}$. Quest'eccesso poi si partiria per il doppio della seconda ℞, & l'auuenimento si cauaria da essa seconda ℞, che il restante saria terza ℞ eccedente più propinqua della seconda, Et così si seguiria à trouare dell'altre più propinque, quanto ci piacesse.

Discorso

Discorso intorno al Modo di pigliare, ò trouare la Radice quadra prossima delli numeri non quadrati, formando il rotto, che sia minore del douere, Et della Approssimatione continua.

PROPOSTO di trouare la ℞ quadra, poniamo di 44. Dicendosi ella essere 6. & $\frac{8}{13}$. formando il rotto, che habbi per numeratore l'auanzo di 36. *(quadrato del 6. intiero)* à 44. *(numero proposto)* & per denominatore la differenza, che è dal quadrato di 6. intiero della ℞ al quadrato di 7. numero intiero seguente, cioè che habbi per denominatore il doppio più 1. del 6. intiero della ℞. Ne seguirà, che esso $6\frac{8}{13}$. sarà ℞ scarsa, cioè che il quadrato d'essa non arriuarà à 44. Et quello, che manca al $6\frac{8}{13}$. per arriuare al 44. si troua così; Cauisi 8. numeratore del rotto da 13. denominatore, che resta 5. qual 5. si moltiplichi per 8. numeratore, che fà 40. per numeratore d'vn rotto, il denominatore del quale è il quadrato di 13. denominatore dell' $\frac{8}{13}$, però sarà 169. & haueremo $\frac{40}{169}$. che è quello, che manca al quadrato della detta ℞ $6\frac{8}{13}$. per arriuare al 44. proposto. Et notisi, che quando il rotto della ℞ fusse stato $\frac{5}{13}$. che è il resto dell' $\frac{8}{13}$. rotto d'essa ℞, sino ad 1. intiero; allhora, ò sia poi l'intiero, ò 6. medesmo, ò altro, cioè ò fusse la ℞, ò $6\frac{5}{13}$. ò $19\frac{5}{13}$. ò altro, essendosi tolta la ℞, ò di 41. ò di 376. ò d'altro numero proposto alla ℞, del quale per rotto côuenisse il $\frac{5}{13}$. allhora, dico, il quadrato del $6\frac{5}{13}$. saria minore di 41. Ouero il quadrato del $19\frac{5}{13}$. saria minore del 376. nel medesmo rotto $\frac{40}{169}$. trouato di sopra; perche similmente nel $\frac{5}{13}$. si moltiplica 5. via 8. *(che sono il numeratore, & differenza d'esso al denominatore)* che fà pure 40. per numeratore; & si moltiplica similmente 13. via 13. cioè il denominatore in se medesmo, che fà pure 169. per denominatore, formandosi similmente $\frac{40}{169}$. La causa delle cose sopradette si conoscerà di quì. Dicendosi la ℞ di 44. essere 6. & $\frac{8}{12}$. formando il 12. denominatore con il doppio del 6. intiero della ℞, Perche à moltiplicare due volte, ò vogliamo dire à moltiplicare il doppio del 6. intiero, cioè 12. via $\frac{8}{12}$. rotto, produrria à punto l'8. numeratore dell' $\frac{8}{12}$. che è il numero, in che il 44. eccede il quadrato di 6. intiero della ℞, ne segue, che la differenza del prodotto di $\frac{8}{12}$. via 6. 2. volte, al prodotto di $\frac{8}{13}$. via 6. 2. volte, insieme con il quadrato d' $\frac{8}{13}$. *(perche il quadrato di $6\frac{8}{13}$. consta del quadrato di 6. del quadrato di $\frac{8}{13}$. & del prodotto di 6. via $\frac{8}{13}$. due volte)* sia la differenza, che è dal quadrato di $6\frac{8}{13}$. al 44. Ma à moltiplicare $\frac{8}{12}$. via il doppio di 6. intiero, cioè via 12. faria l'8. che è da 36. à 44. Et à moltiplicare $\frac{8}{13}$. via l'istesso 12. faria $\frac{8}{13}$. medesmo manco d'8. perche douendo moltiplicare 8. via 12. & partire il prodotto per 13. numero del quale il 12. moltiplicante è minore d'vna vnità; l'auuenimento sarà minore dell'8. detto tanto, quanto importa 8. vnità partite per 13. cioè sarà minore dell' 8. in $\frac{8}{13}$. Ma d'esso $\frac{8}{13}$. *(manco dell'8.)* se ne deue defalcare il quadrato d' $\frac{8}{13}$. che è $\frac{64}{169}$. *(& il quadrato d' $\frac{8}{13}$. si potrà sempre cauare da esso $\frac{8}{13}$. perche il quadrato d'vn rotto, ò parte d'vnità è sempre minore d'esso rotto, che $\frac{8}{13}$. via $\frac{8}{13}$. significa pigliare $\frac{8}{13}$. $\frac{8}{13}$. di volta, cioè manco d'vna volta, & però il prodotto sarà manco d'vna volta $\frac{8}{13}$. cioè manco d'esso $\frac{8}{13}$. & però si potrà cauare da esso $\frac{8}{13}$.)* & per cauarlo ridurremo l' $\frac{8}{13}$. à 169. esimi, moltiplicando 8. numeratore via 13. *(che ogni 13. esimo è 13. 169. esimi)* & fà 104. però l' $\frac{8}{13}$. è $\frac{104}{169}$. & di questo cauaremo il $\frac{64}{169}$. che resta $\frac{40}{169}$. & in questo $\frac{40}{169}$. il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è minore del quadrato di 6. giontoli il dutto del doppio di 6. via $\frac{8}{12}$. cioè in questo $\frac{40}{169}$. il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è minore del 44. Ma vediamo, che del $\frac{40}{169}$. il 40. numeratore nasce dal cauare il quadrato d'8. numeratore d' $\frac{8}{13}$. dal prodotto di 8. numeratore via 13. denominatore, dunque per formare il 40. si hà da moltiplicare 8. via 13. & 8. via 8. & cauare questo prodotto 64. da quello 104. ma 8. via 8. è sempre minore di 8. via 13. & di quanto importa à moltiplicare 8. via la differenza d'8. à 13. che è 5. & però à moltiplicare 8. via 5. che fà 40. questo mostra, che 8. via 8. è minore di 8. via 13. in 40. onde conosciamo, che per trouare il 40. basta à moltiplicare l'8. numeratore d' $\frac{8}{13}$. via la differenza, che è da 8. numeratore à 13. denominatore, cioè via 5. che fà 40. per numeratore, & il 169. denominatore è sempre il quadrato di 13. denominatore. Cioè il $\frac{40}{169}$. nasce à moltiplicare l' $\frac{8}{13}$. rotto della prima ℞ $6\frac{8}{13}$. per $\frac{5}{13}$. che li manca ad arriuare à 7. seguête intiero.

Et per trouare ℞ più propinqua, ò vogliamo dire mâco scarsa, cioè che s'auuicini più al 44. proposto, ò vogliamo dire al quadrato della quale manchi manco di $\frac{40}{169}$. per arriuare al 44. proposto. Partasi il $\frac{40}{169}$. in che è scarso il quadrato della prima ℞, per il numero, che nasce à sommare la prima ℞ $6\frac{8}{13}$. con l'intiero seguête, cioè con 7. qual numero, ò somma è $13\frac{8}{13}$. cioè $\frac{177}{13}$. che è $\frac{2301}{169}$. & l'auuenimento, che è $\frac{40}{2301}$. si gionga alla prima ℞ $6\frac{8}{13}$. che fà $6\frac{112}{177}$. & questo è la seconda ℞ più prossima, ò mâco scarsa. Perche essendo $6\frac{112}{177}$. maggiore di $6\frac{8}{13}$. in $\frac{40}{2301}$. il quadrato di $6\frac{112}{177}$. sarà maggiore del quadrato di $6\frac{8}{13}$. in tâto,

Di 44. la ℞ prossima è $6\frac{8}{13}$

Il 13. denominat. del rotto è il doppio più 1. del 6. intiero, cioè è la differêza del quadrato di 6. al quadrato di 7. intiero, che segue, & poi il 13. serue per denominat. à tutti li auanzi, che sono fra 36. & 49.

$6\frac{8}{13}$

$6\frac{8}{13}$

$36\frac{64}{169}$

$7\frac{5}{13}$

$43\frac{129}{169}$. è il suo quadr.

che manca di $\frac{40}{169}$. per arriuare al 44. proposto.

A, prima ℞ scarsa $6\frac{8}{13}$

B, intiero seguente 7

somma $13\frac{8}{13}$. che è partitore.

C 177

2301

La scarsezza del quadrato della prima ℞ è $\frac{40}{169}$. da partire, ne viene $\frac{40}{2301}$. che si gionge à $6\frac{8}{13}$. prima ℞

177. via 8. numerat. fà 1616

40

1456

2301

la somma è $6\frac{112}{177}$. che è la secôda ℞ più propinqua, ò manco scarsa.

Moltiplichisi in se stesso

$6\frac{112}{177}$ | 112
$6\frac{112}{177}$ | 112

1344 | 12544
1239 | 18585

$7\frac{105}{177}$ | 13129

36

$43\frac{31429}{31329}$. è il quadrato della seconda ℞, che è minore di 44. in $\frac{200}{31329}$. qual si chiami il rotto N. & il suo denominatore si chiami D, per commodità.

N $\frac{200}{31329}$ D.

A trouare il numero D, denominatore del rotto N, che manca al quadrato della seconda ℞, per arriuare à 44. vediamo, che egli è il quadrato di 177 C, & questo 177. è il numero, che nasce à moltiplicare 13. somma delli intieri d'A, & B, & però denominatore dell' $\frac{8}{13}$. rotto della prima ℞, via esso denominatore, & però si può dire il denominatore in se stesso, & al prodotto, ò quadrato 169. giongerli il numeratore 8. Cioè per trouare il denominat. D, moltiplichisi nella prima ℞ il denominatore del rotto in se stesso, & al prodotto si gionga il numeratore, & la somma moltiplicata in se stessa produrrà il numero D.

Di 44. proposto la prima ℞ scarsa è $6\frac{8}{13}$

La seconda ℞ più propinqua è $6\frac{112}{177}$. Il suo quadrato manca in $\frac{200}{31329}$. quale partito p $13\frac{112}{177}$. ne viene $\frac{200}{427101}$. che gionto à $6\frac{112}{177}$. fà $6\frac{1528}{2413}$. che è la terza ℞ più propinqua.

seconda ℞ $6\frac{112}{177}$

intiero seguente 7

partitore $13\frac{112}{177}$ $\frac{200}{31329}$. da partire

2413

16891

41021

cioè $\frac{427101}{31329}$

$\frac{200}{427101}$. auuenimento da giongere à $6\frac{112}{177}$

2413. volte entra 177. denom. in 427101. denominat.

112. numeratore

4826

26543

200. numeratore

177) 270456. numeratore, che si può schifare per 177. come il 427101. denominatore, la somma è $6\frac{1528}{2413}$. che è la terza ℞.

1528

934

495

1416

terza ℞ $6\frac{1528}{2413}$

$6\frac{1528}{2413}$

$\frac{18336}{}$

$\frac{1445}{}$

$7\frac{}{2413}$

18785

34680

2334784

$43\frac{5821569}{5822569}$. è il quadrato.

manca in $\frac{1000}{5822569}$. per arriuare à 44.

Il rotto della scarsezza del quadrato della terza ℞, si trouaria anco moltiplicãdo il numero, in che la terza ℞ è minore del 7. intiero seguẽte, via il numero in che essa terza ℞ è maggiore della seconda ℞ antecedente, cioè moltiplicãdo $\frac{885}{2413}$. via $\frac{200}{427101}$. che fà il medesmo $\frac{1000.}{5822569}$

$\frac{885}{2413}$. via $\frac{200}{427101}$. fà $\frac{1000}{5822569}$

5   2413

quanto importa à moltiplicare la somma d'essi dui numeri $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. *(differenza loro)* ma questo prodotto nõ arriuarà à $\frac{40}{169}$. in che il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è minore del 44. & consequentemente il quadrato di $6\frac{112}{177}$. non arriuarà à 44. ma sarà minore di 44. Et la causa, che questo prodotto nõ arriuarà à $\frac{40}{169}$. è, che se à partire $\frac{40}{169}$. p $13\frac{8}{13}$. *(somma di $6\frac{8}{13}$. & 7. intiero seguente)* ne viene $\frac{40}{2301}$. ne segue conuersamente, che à moltiplicare $13\frac{8}{13}$. via $\frac{40}{2301}$. farà $\frac{40}{169}$. ma la somma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. è minore di $13\frac{8}{13}$. cioè della sõma di $6\frac{8}{13}$. con 7. perche $6\frac{112}{177}$. è minore di 7. però à moltiplicare la somma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. farà necessariamente manco di $\frac{40}{169}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicare $\frac{40}{2301}$. via $\frac{65}{177}$. in che il $\frac{112}{177}$. è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{200}{31329}$. Che se à moltiplicare la somma di $6\frac{8}{13}$. con $6\frac{112}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. facesse precise $\frac{40}{169}$. allhora il quadrato di $6\frac{112}{177}$. saria precisemente maggiore del quadrato di $6\frac{8}{13}$. in $\frac{40}{169}$. & però esso quadrato di $6\frac{112}{177}$. saria à pũto 44. ma perche detta moltiplicatione è minore di $\frac{40}{169}$. in $\frac{200}{31329}$. ne segue, che esso quadrato di $6\frac{112}{177}$. sarà manco di 44. in detto $\frac{200}{31329}$. Et per trouare q̃sto $\frac{200}{31329}$. che à detta seconda ℞ mãca ad arriuare al 44. vediamo, che bisogna moltiplicare il numero, che ad essa seconda ℞ manca ad arriuare à 7. seguente numero intiero, il che è $\frac{65}{177}$. via $\frac{40}{2301}$. numero, che si è giunto alla prima ℞.

$\frac{40}{2301}$. via $\frac{65}{177}$ 5   177

fà $\frac{200}{31329}$

Et per trouare vna terza ℞, il quadrato della quale s'accosti più al 44. Partiremo similmente $\frac{200}{31329}$. che mãca al quadrato della seconda à peruenire à 44. per la somma di essa seconda ℞, & di 7. num. intiero seguente, cioè per $13\frac{112}{177}$. che ne viene $\frac{200}{427101}$. quale giongeremo à detta seconda ℞ $6\frac{112}{177}$. & fà $6\frac{1528}{2413}$. & questa è la terza ℞ più propinqua, il quadrato della quale *(perche ella è maggiore della seconda)* più s'accosta al 44. ma non vi arriua, perche à douerui arriuare, conuerria che il quadrato di questa terza ℞ fusse maggiore del quadrato della seconda in $\frac{200}{31329}$. *(nnmero, che manca al quadrato della seconda per arriuare à 44.)* ma egli è maggiore di detto quadrato della seconda ℞ in manco d'esso $\frac{200}{31329}$. il che si conosce così. Perche à partire $\frac{200}{31329}$. per la somma di $6\frac{112}{177}$. seconda ℞, & di 7. intiero seguente, ne viene $\frac{200}{427101}$. ne segue, che à moltiplicare detta somma per esso $\frac{200}{427101}$. produchi $\frac{200}{31329}$. ma la somma di $6\frac{112}{177}$. seconda ℞, & di $6\frac{1528}{2413}$. terza ℞, è minore della somma di $6\frac{112}{177}$. seconda ℞, con 7. intiero seguente; perche la terza ℞ è minore di 7. però à moltiplicare la somma della secõda, & terza ℞ per $\frac{200}{427101}$. *(& questo prodotto, perche nasce à moltiplicare la somma di dette due radici, via la differenza loro, è quel numero, in che il quadrato della terza supera il quadrato della seconda)* farà necessariamente manco di $\frac{200}{427101}$. & tanto manco, quanto importa à moltiplicare $\frac{200}{427101}$. via $\frac{885}{2413}$. in che la terza ℞ è minore di 7. qual moltiplicatione produce $\frac{1000}{5822569}$. onde se producesse $\frac{200}{31329}$. il quadrato della terza ℞ saria à punto 44. ma perche produce $\frac{1000}{5822569}$. manco, vediamo, che esso quadrato della terza ℞ non arriua à 44. ma vi manca detto $\frac{1000}{5822569}$. Conosciamo dunque, che al quadrato della terza ℞ mancarà ad arriuare al 44. proposto, tanto, quanto nasce à moltiplicare il numero, in che la terza ℞ è minore di 7. intiero seguente, via il numero, in che essa terza ℞ è maggiore della antecedente seconda ℞. Et l'istesso occorre similmente nella quarta, quinta, & altre radici più propinque *(& però maggiori)* che si trouassero; che il quadrato di ciascuna di mano in mano si approssimarà sempre più al 44. proposto, ma mai vi arriuaranno; anzi li mancarà sempre tanto, quanto nasce à moltiplicare il numero, in che la ℞ trouata è minore, ò vogliamo dire è differente dall'intiero seguente, via il numero, in che essa ℞ trouata è differente *(ò vogliamo dire è maggiore)* dalla ℞ à lei prossima antecedente.

Et notisi,

Et notisi, che se bene la prima ℞ non sarà presa con il formare il suo rotto, che habbi per numeratore l'auãzo, ò numero, che resta à cauare il quadrato dell'intiero dal numero proposto; & per denominatore il doppio più 1. dell'intiero, ma che con esso intiero sia aggiunto, che rotto si vogli, pur che il quadrato della ℞ totale non ecceda il numero proposto da pigliarne la ℞, cioè pur che essa ℞ sia scarsa; noi essa prima ℞ mediãte potremo poi trouarne vn'altra più propinqua, & poi vn'altra, & quant'altre vorremo, nel medesmo modo già detto, & per le medesme cause. Che dicendosi la ℞ scarsa di 44. essere $6\frac{5}{8}$. il quadrato della quale $43\frac{57}{64}$. manca ad arriuare al 44. proposto in $\frac{7}{64}$. Noi volendo, mediante questa prima ℞, trouarne vna più propinqua, partiremo il $\frac{7}{64}$. mancamento del quadrato d'essa prima ℞ al 44. proposto, per $13\frac{5}{8}$. somma d'essa prima ℞, & di 7. intiero seguente, & ne viene $\frac{7}{872}$. quale giongeremo alla prima ℞ $6\frac{5}{8}$. & fà $6\frac{69}{109}$. che è la seconda ℞ più propinqua, il quadrato della quale sarà minore del 44. proposto solo nel prodotto, che nasce à moltiplicare $\frac{40}{109}$. in che questa seconda ℞ è minore di 7. intiero seguente via $\frac{7}{872}$. in che questa seconda ℞ è maggiore della prima, qual prodotto è $\frac{35}{11881}$. Et se questo si partisse per $13\frac{69}{109}$. somma della seconda ℞, & di 7. intiero seguente, & l'auuenimento si giongesse à $6\frac{69}{109}$. seconda ℞, la somma saria terza ℞ più propinqua della seconda. Et così si potria seguire à trouarne quant'altre più propinque ci piacesse.

Di 44. la ℞ scarsa sia $6\frac{5}{8}$

$6\frac{5}{8}$

$36\frac{25}{64}$

$7\frac{1}{2}$

il suo quadrato è $43\frac{57}{64}$

manca $\frac{7}{64}$. per arriuare à 44.

secõda ℞ $6\frac{69}{109}$

$6\frac{69}{109}$

828

$7\frac{65}{109}$

4761

7085

$43\frac{11846}{11881}$. è il ■ mãca in $\frac{35}{11881}$. p arriuare à 44.

prima ℞ $6\frac{5}{8}$

intiero seguente 7

partitore $13\frac{5}{8}$ $\frac{7}{64}$. da partire.

109

872

ne viene $\frac{7}{872}$. da giongere alla prima ℞ $6\frac{5}{8}$. & fà $6\frac{69}{109}$. che è seconda ℞ più propinqua, quale è minore di 7. intiero seguẽte in $\frac{40}{109}$. & maggiore della prima ℞ in $\frac{7}{872}$. che moltiplicati insieme fanno $\frac{35}{11881}$. che è quello, in che il quadrato di questa seconda ℞ è minore del 44. proposto.

$6\frac{5}{8}$. con $\frac{7}{872}$

109

5

545

7

552

872

fà $6\frac{69}{109}$

5

$\frac{40}{109}$. via $\frac{7}{872}$

fà $\frac{35}{11881}$

Piglisi la ℞ non eccedẽte di $20\frac{1}{2}$. ella sarà $\frac{4\frac{1}{2}}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. il ■ d'lla quale è scarso d'$\frac{1}{4}$.

int. d'lla ℞. pri. ℞. tot. int. seg.

4   $4\frac{1}{2}$ 5

differẽza $\frac{1}{2}$ differẽza $\frac{1}{2}$.

pd. delle differ. $\frac{1}{4}$. che è q̃llo che mãca al quad. della prima ℞ per arriuare al $20\frac{1}{2}$.

prima ℞ $4\frac{1}{2}$

int. seguẽte 5

sõma partit. $9\frac{1}{2}$.) $\frac{1}{4}$. mãcam. da partire.

ne viene $\frac{1}{38}$. da giõgere alla prima ℞ $4\frac{1}{2}$. & fà $4\frac{10}{19}$. che è la seconda ℞.

prima ℞. secõda ℞. int. seg.

$4\frac{1}{2}$ $4\frac{10}{19}$ 5

differ. $\frac{1}{38}$ differ. $\frac{9}{19}$.

pd. delle differ. $\frac{9}{722}$. che è quello, che manca al quadr. della seconda ℞, per arriuare al $20\frac{1}{2}$. proposto.

seconda ℞ $4\frac{10}{19}$.

int. seguẽte 5   mãc. da part.

sõma partit. $9\frac{10}{19}$.) $\frac{9}{722}$.

181

6878

ne viene $\frac{9}{6878}$. da giõgere alla sec. ℞, & fà $4\frac{191}{362}$. che è la terza ℞ più propinqua.

sec. ℞ $4\frac{10}{19}$. con $\frac{9}{6878}$.

362

fà $4\frac{3629}{6878}$. si schisa per 19. denomin. del $\frac{10}{19}$. rotto della ℞. cioè $4\frac{191}{362}$. che è la terza ℞.

secõda ℞. terza ℞. int. seguẽte.

$4\frac{10}{19}$. $4\frac{191}{362}$.   5.

differ. $\frac{9}{6878}$. differ. $\frac{171}{362}$. 9

362

prod. delle differ. [illegible]. che è quello, che manca al quadrato della terza ℞, per arriuare al $20\frac{1}{2}$. proposto.

terza ℞ $4\frac{191}{362}$
int. seguēte 5 — mācam. da part.

sōma partit. $9\frac{161}{362}$ — $\frac{81}{131044}$ — 3449

69142
A. 1179326
1248538

ne viene $\frac{81}{1248538}$. da giongere alla terza ℞, & fà $4\frac{1820}{3449}$. che è la quarta ℞ più propinqua.

terza ℞
$4\frac{191}{362}$. con $\frac{81}{1248538}$

3449
3449
65531
658759
81
658840

362) 658840
1820
2968
724

fà $4\frac{1820}{3449}$

$\frac{658840}{1248538}$. si può schisare per il 362. denominatore del $\frac{191}{362}$. rotto della ℞. Et questo per loro mirabile proprietà occorre sempre in ciascuna ℞, quando se li gionge l'auuenimento, formando la seguente ℞ più propinqua.

Et così si seguiria à trouare dell'altre ℞ scarse più propinque.

A. Nella moltiplicat. A, doue si vuol ridurre $9\frac{161}{362}$. cioè $\frac{3449}{362}$. à 131044. esimi, che 362. in 131044. entra 362. volte, & però conuien moltiplicare 3449. numerat. per 362. che faria 1248538. per nuouo numerat. Questo 1248538. s'è trouato con altro modo così. Senza mouere il $9\frac{161}{362}$. del suo essere s'è finto moltiplicarlo per 131044. *(per ridurlo à 131044. esimi)* & quanto al rotto $\frac{161}{362}$. perche il suo denominat. 362. nel 131044. entra 362. volte, con questo 362. volte si è moltiplicato il numerat. 161. che fà 69142. & & così il rotto $\frac{161}{362}$. è 69142. 131044. esimi, Et quanto al 9. intiero, si è moltiplicato esso 9. via 131044. che fà 1179395. & questo gionto al 69142. spettante al rotto fà 1248538. però 1248538. 131044. esimi è il $9\frac{161}{362}$. detto.

terza ℞. quarta ℞. int. seguēte.
$4\frac{191}{362}$ — $4\frac{1820}{3449}$ — 5

differ. $\frac{81}{1248538}$. differ. $\frac{1629.9}{3449}$
6898

prod. delle differ. $\frac{729}{23791202}$

6898
3449
62082
27692
27592
20694
23791202

che è quello, che manca al quadrato della quarta ℞, per arriuare al $20\frac{1}{2}$. proposto.

quarta ℞ $4\frac{1820}{3449}$. moltiplichisi in se stessa.

14560
$4\frac{764}{3449}$
13796
20694
24143
3312400
5947436
fà $20\frac{5947436}{11895601}$
$5947800\frac{1}{2}$
$364\frac{1}{2}$

cioè $\frac{729}{23791202}$. manco di $20\frac{1}{2}$.

Trouisi la ℞ propinqua non eccedente di $55\frac{1}{4}$. Diremo essa ℞ *(& la chiamaremo prima)* essere $\frac{6\frac{1}{4}}{15}$. cioè $7\frac{5}{12}$. Al suo quadrato per arriuare al $55\frac{1}{4}$. manca il $\frac{35}{144}$. che nasce à moltiplicare il rotto d'essa ℞, cioè $\frac{5}{12}$. via quello, che ad essa ℞ māca per arriuare ad 8. seguente intiero, cioè via $\frac{7}{12}$. ò vogliamo dire, che nasce à moltiplicare il numero, in che ella supera l'intiero antecedente 7. via quello, in che ella è superata dall'intiero seguente 8. Per trouare la seconda ℞ più propinqua, si partirà il $\frac{35}{144}$. che manca al quadrato della prima ℞ per $15\frac{5}{12}$. somma della prima ℞, & di 8. intiero seguente, & ne viene $\frac{7}{444}$. & questo si gionge alla prima ℞ $7\frac{5}{12}$. & fà $7\frac{16}{37}$. per la seconda ℞, al quadrato della quale per arriuare al $55\frac{1}{4}$. manca $\frac{49}{5476}$. numero, che nasce à moltiplicare quello, in che essa seconda ℞ è minore d'8. intiero seguente *(& è $\frac{21}{37}$.)* via quello, in che la istessa seconda ℞ è maggiore della antecedente prima *(& è $\frac{7}{444}$.)* cioè à moltiplicare $\frac{21}{37}$. via $\frac{7}{444}$. che fà $\frac{49}{5476}$.

la prima ℞ di $55\frac{1}{4}$. è $7\frac{5}{12}$.
l'intiero seguente è 8
somma partitore $15\frac{5}{12}$) $\frac{35}{144}$ mācam. da part.
185
2220
ne viene $\frac{7}{444}$.

prima ℞ $7\frac{5}{12}$. con $\frac{7}{444}$
37 — 185
192
444

fà $7\frac{16}{37}$. che è secōda ℞ più propinqua.

Et notisi, che doppo la prima ℞ scarsa d'vn numero proposto, per trouarne dell'altre più propinque, noi non solo potiamo seruirci dell'intiero, che segue alla prima ℞, ma potiamo seruirci ancora d'alcuna qual ci piaccia ℞ eccedente in vece di detto intiero seguente, & procedere nel modo medesmo; Che proposto 44.

la seconda ℞ è maggiore della prima in $\frac{7}{444}$
148

via

la seconda ℞ è minore d'8. seguente intiero in $\frac{21}{37}$. fà $\frac{49}{5476}$. che è quello, che manca al quadrato della secōda ℞, per arriuare à $55\frac{1}{4}$.

seconda ℞ $7\frac{16}{37}$
intiero seguentè 8
somma partitore $15\frac{16}{37}$) $\frac{49}{5476}$. mancam. da partire.
2368 — 148
$\frac{82140}{84508}$. ne viene $\frac{49}{84508}$. da giōgere alla secōda ℞, p formarne la terza.

seconda ℞
$7\frac{16}{37}$. con $\frac{49}{84508}$
36544 — 2284
49
36593. numeratore della somma, che si può sempre schisare per il 37. denominatore del $\frac{16}{37}$. rotto della ℞, con la quale si fà la somma, come anco si schisa l'84508. denominatore.
989
329
333

fà $7\frac{989}{2284}$. che è la terza ℞ più propinqua

Di 44. proposto.

la prima ℞ scarsa è $6\frac{8}{13}$. la scarsezza è $\frac{40}{169}$

la eccedente $6\frac{2}{3}$

sōma, che è partitore $13\frac{11}{39}$ | $\frac{40}{169}$
$259\frac{518}{39}$ — $\frac{40}{169}$ — 20
3 — 13

ne viene $\frac{60}{3367}$. da giongere alla prima ℞ $6\frac{8}{13}$
259. via 8. fà 2072
60
13. den. del rotto della ℞ schisatore, | 2132. numeratore.

la sōma, che è secōda ℞ è $6\frac{164}{259}$. più ꝑpinqua

seconda ℞ scarsa $6\frac{164}{259}$. con $\frac{60}{3367}$
20668 — 5167
82672 — 4325
60 — 1813
numeratore 847448. si schisa p 269. denomin. del $\frac{164}{259}$. rotto della ℞.
3272
704
1864
518

fà $6\frac{2277}{3367}$. che è la terza ℞ più propinqua.

posto 44. da trouarne la ℞ scarsa, dicendosi ella essere $6\frac{8}{13}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{40}{169}$. prodotto di $\frac{8}{13}$. via $\frac{5}{13}$. *(ò vogliamo dire quantità, che nasce à cauare il quadrato del rotto $\frac{8}{13}$. dal medesmo $\frac{8}{13}$.)* noi per trouare vna seconda ℞ più propinqua, potremo seruirci di $6\frac{8}{12}$. ℞ eccedēte del proposto 44. giongēdo la prima ℞ $6\frac{8}{13}$. à $6\frac{8}{12}$. che fà $13\frac{11}{39}$. & cō questo partire $\frac{40}{169}$. mancamento del quadrato della prima ℞, che ne viene $\frac{60}{3367}$. & q̄sto giongere alla prima ℞ $6\frac{8}{13}$. che fà $6\frac{164}{259}$. & questa è seconda ℞ più propinqua, ò vogliamo dire manco scarsa della prima. Perche se à partire $\frac{40}{169}$. per $13\frac{11}{39}$. ne viene $\frac{60}{3367}$. ne segue, che à moltiplicare $13\frac{11}{39}$. via $\frac{60}{3367}$. produca $\frac{40}{169}$. Onde à moltiplic. p il $\frac{60}{3367}$. vn numero, che sia minore di $13\frac{11}{39}$. il prodotto sarà minore di $\frac{40}{169}$. ma la sōma della prima,

pri. ℞ scarsa. — sec. ℞ scarsa. — ℞ ecced. adoprata
$6\frac{8}{13}$ — $6\frac{164}{259}$ — $6\frac{2}{3}$ — $86\frac{1}{3}$
$8\frac{2}{3}$ — $172\frac{2}{3}$
differenza $\frac{60}{3367}$ — differēza $\frac{26}{777}$

prodotto delle differēze $\frac{520}{872053}$ — 30303
84175
872053

cioè $\frac{40}{67081}$. che è quello, in che il quadr. della seconda ℞ è min. del 44. proposto.

seconda ℞ scarsa $6\frac{164}{259}$ — $86\frac{1}{3}$
℞ eccedente $6\frac{2}{3}$ — $77\frac{2}{3}$
sōma partitore $13\frac{233}{777}$) $\frac{40}{67081}$. scarsezza da partire.

777. in 67081. entra volte $86\frac{1}{3}$. però si moltiplica 233. via $86\frac{1}{3}$
$77\frac{2}{3}$
1398
1864
872053
numerat. $892168\frac{2}{3}$. in 40. numeratore
cioè 2676506. in 120.

ne viene $\frac{60}{1338153}$. da giongere alla seconda ℞ scarsa, & se ne formarà la terza.

seconda

sec. ℞ scarsa.	ter. ℞ scarsa.	℞ ecced. adop.	
$6\frac{164}{259}$	$6\frac{3272}{5167}$	$6\frac{2}{3}$	

$172\frac{2}{3})1338253$ | $1722\frac{1}{3}$ | 518 | 4014759 | $3444\frac{2}{3}$ | $7750\frac{1}{2}$ | 3887 | 2615 | 259

differ. $\frac{60}{1338253}$. via differ. $\frac{172\frac{2}{3}}{5167}$

che è quãto $\frac{60}{7750\frac{1}{2}}$. via $\frac{1}{5167}$. perche $172\frac{2}{3}$. in 1338253. entra volte $7750\frac{1}{2}$.

cioè $\frac{120}{15501}$ via $\frac{1}{5167}$ | 5167 | 25835 | 78505 | 80093667

che fà $\frac{120}{80093667}$. il che è

ma, & seconda ℞ trouate, cioè di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{164}{259}$. è minore di $13\frac{11}{39}$. cioè della somma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{2}{3}$. perche $6\frac{164}{259}$. è minore di $6\frac{2}{3}$ *(che è minore in $\frac{26}{777}$.)* però à moltiplicare la sõma della prima, & seconda ℞ trouate, via $\frac{60}{3367}$. farà necessariamente mãco di $\frac{40}{169}$. Et tanto manco, quanto importa à moltiplic. $\frac{60}{3367}$. via $\frac{26}{777}$. in che la seconda ℞ trouata è minore di $6\frac{2}{3}$. quello, in che il quadrato della terza ℞ è min. del 44. proposto. ℞ eccedente detta, qual moltiplicatione produce $\frac{40}{67081}$. che è quello, che manca al quadrato della seconda ℞, per arriuare al 44. proposto. Et hora volẽdo trouare vna terza ℞ scarsa più propinqua della seconda, noi similmente partiremo il mancamento del quadrato della seconda ℞, cioè $\frac{40}{67081}$. per la somma d'essa seconda ℞, & di $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedẽte detta, & l'auuenimento giongeremo alla seconda ℞, che ne nascerà la terza ℞ scarsa più propinqua della seconda. Et così seguiremo à trouare quant'altre ℞ scarse più propinque vorremo.

Et acciòche si conosca euidentemente, che d'vn numero proposto, trouandosi con questo modo quante ℞ si voglino, l'vna maggiore dell'altra, non potrà auuenir mai, che alcuna d'esse douenti tanto grande, che ella sia eccedente, cioè che il quadrato d'essa ecceda il numero proposto. Consideraremo, che essendo A, ℞ scarsa d'vn numero proposto, & E, ℞ eccedente dell'istesso, & S, la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa, cioè quello, in che esso quadrato è minore del numero proposto, Et essendo V, la ℞ vera incognita del numero proposto, quale non si potendo esplicare per numero rationale *(cioè misto d'intiero, e rotto semplicemente)* cerchiamo nondimeno andarceli di continuo accostando, senza però superarlo mai, cioè di modo, che nondimeno ciascuno accostamento sia scarso, & che perciò essa quantità V, vera ℞ incognita, ò inesplicabile, sia sempre maggiore di qual si vogli ℞, che si trouasse, essendo nondimeno essa V, minore della E, ℞ eccedente. Consideraremo, dico, che giongendo insieme A, ℞ scarsa, & E, ℞ eccedente, la somma, & chiamiamola C, sarà maggiore, che la somma, che nascesse à giongere insieme la detta A, ℞ scarsa con V, ℞ vera incognita *(poiche se bene la A, è eguale alla A, cioè à se stessa, la V, poi è minore della E.)* & chiamiamola D, onde se vna medesma quantità, poniamo la S, *(scarsezza sopradetta)* sarà partita per la somma C, & anco per la somma D, l'auuenimento, che nascerà dalla C, & chiamiamolo F, sarà minore, che l'auuenimento, qual nascesse dalla D, & chiamiamolo G, *(poiche accrescendo il partitore, ne viene à nascere auuenimento minore; che in vna quantità S, data, minor numero di volte entra, ò è contenuta vna quantità grande, che vna piccola)* Questo auuertito, che à partire S, scarsezza sopradetta per la somma C, *(che è il cõposto della ℞ scarsa A, & della eccedente E,)* ne verrà meno, che à partire la medesima S, per la somma D, *(che è il composto della ℞ scarsa A, & della vera incognita V,)* consideraremo ancora, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, minore, & V, maggiore, quello, che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità per la differenza loro; che conuersamente, partendo la differenza d'essi dui quadrati, per la somma delle due quantità, l'auuenimento sarà à punto la differenza di dette due quantità; ma se partiremo la differenza d'essi dui quadrati, per quantità maggiore della somma delle due quantità dette, l'auuenimẽto verrà ad essere minore, che la differenza delle medesme due quantità dette, onde se alla quantità A, minore giongeremo questo auuenimento minore, sarà necessario, che la somma sia minore, che la quantità V, cioè essa somma d'A, & dell'auuenimento detto non potrà arriuare alla quantità V, anzi sarà necessariamente minore d'essa V. Hora applicando le cose dette al proposito nostro; di 44. numero proposto, sapendo, che $6\frac{8}{13}$ A, è ℞ scarsa, & $6\frac{2}{3}$ E, è ℞ eccedente; se partiremo la scarsezza S, che hora è $\frac{40}{169}$. per la somma di A, & E, che è $13\frac{11}{39}$. chiamata C, l'auuenimẽto $\frac{60}{3367}$. chiamato F, sarà minore, che la differenza, quale è dal $6\frac{8}{13}$. ℞ scarsa A, all'V, ℞ vera incognità; però giongendo esso auuenimento F $\frac{60}{3367}$. all'A $6\frac{8}{13}$. & fà $6\frac{164}{259}$. sappiamo certissimo, che questa somma è minore della vera ℞ incognita V, & che però esso $6\frac{164}{259}$. è anco ella ℞ scarsa, ma più propinqua del $6\frac{8}{13}$. poiche è maggiore di detto $6\frac{8}{13}$. Et consequentemente veniamo à conoscere, che esso $6\frac{164}{259}$. minore d'V, è tanto maggiormente minore dell'E, cioè di $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedẽte. Il quadrato di questa ℞ scarsa $6\frac{164}{259}$. sappiamo essere scarso, cioè minore del 44.

del 44. numero proposto in $\frac{40}{67081}$. che nasce à moltiplicare $\frac{60}{3367}$. in che la ℞ trouata è maggiore della ℞ scarsa antecedente $6\frac{8}{13}$. via $\frac{26}{777}$. in che la ℞ trouata è minore della ℞ eccedente $6\frac{2}{3}$. Hora se vorremo trouare vn'altra seguente ℞ scarsa più propinqua, noi nel medesmo modo fingeremo il $6\frac{164}{259}$. ℞ scarsa essere la A, il $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedente, essere la E; & il $\frac{40}{67081}$. che manca al quadrato della A, per arriuare al 44. proposto, essere la scarsezza S, & questa partendola per la somma di A, & E, sapremo per le medesme ragioni, ò cause, che l'auuenimẽto F, sarà minore, che la differenza della ℞ scarsa A, alla ℞ vera incognita V, & che però gionto esso auuenimento F, alla ℞ A, la somma necessariamẽte sarà minore della V, ℞ vera incognita, & consequentemente, che essa somma sarà ℞ scarsa come vogliamo, & più propinqua della antecedente scarsa, poiche ella è maggiore di detta antecedente; Et il medesmo vedremo esser necessario, che auuenga nelle ℞ seguenti, che in questo modo si trouassero, cioè, che ciascuna d'esse sarà necessariamente scarsa, ma più propinqua delle antecedenti à lei. La medesma ragione si può ancora vsare nella inuentione della prima ℞ scarsa $6\frac{8}{13}$. Che del 44. proposto, dicendo la ℞ scarsa A, essere 6. & la eccedente E, essere 7. Se partiremo la scarsezza S 8. per la somma d'A, & E, che è 13. & ne viene $\frac{8}{13}$. questo $\frac{8}{13}$. F, per le medesme ragioni sopradette sapremo esser minore, che la differenza, quale è da 6. ℞ scarsa detta, alla V, ℞ vera incognita; & che però gionto esso auuenimento F $\frac{8}{13}$. alla A 6. & fà $6\frac{8}{13}$. che questa somma necessariamente sarà minore, che la quantità V, vera ℞ incognita, & però che questa somma $6\frac{8}{13}$. sarà ℞ scarsa come vogliamo.

Et se hauessimo detto di 44. proposto la ℞ scarsa A, essere 6. & la ℞ eccedente E, essere $6\frac{2}{3}$. ne seguiria similmente, per le medesme cause, che partendo 8. scarsezza S, per la somma d'A 6. ℞ scarsa, & d'E $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedẽte, qual somma è $12\frac{2}{3}$. & ne viene $\frac{8}{12\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{12}{19}$. che questo auuenimento F, sarà minore della differenza, quale è dalla A 6. ℞ scarsa, alla V, ℞ vera incognita, & che però gionto esso auuenimento F, alla A 6 ℞ scarsa, che la somma sarà minore della V, vera ℞ incognita, & che perciò essa somma $6\frac{12}{19}$. sarà necessariamente ℞ scarsa. Et per quello, che di sopra si mostrò, sappiamo, che la scarsezza S, cioè quello, in che il quadrato d'essa ℞ scarsa è minore del 44. proposto,

6 scarsa.
$6\frac{2}{3}$. eccedente.

somma $12\frac{2}{3}$. partitore) 8. scarsezza.
ne viene $\frac{12}{19}$. da giõgere à 6. ℞ scarsa, & fà $6\frac{12}{19}$. ℞ scarsa più propinqua.

$$\begin{array}{r} 6\frac{12}{19} \\ \text{via } 6\frac{12}{19} \\ \hline 7\frac{11}{19} \\ 209 \\ 144 \\ \hline \text{fà } 43\frac{353}{361} \end{array}$$

si troua moltiplicando quello, in che la detta ℞ scarsa $6\frac{12}{19}$. è maggiore del 6. ℞ scarsa antecedente, via quello, in che la detta ℞ scarsa $6\frac{12}{19}$. è minore del $6\frac{2}{3}$. ℞ eccedente, cioè di $\frac{12}{19}$. via $\frac{2}{57}$. *(che si può dire di $\frac{4}{19}$. via $\frac{2}{19}$.)* che fà $\frac{8}{361}$.

Et se hauendo presa la ℞ scarsa d'vn numero proposto, partiremo la scarsezza per il doppio solo della ℞ scarsa detta, & che l'auuenimento si gionga à detta ℞ scarsa, allhora la somma non sarà ℞ scarsa più propinqua, ma sarà ℞ eccedente; perche se à partire la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa presa A, per la somma della detta ℞ scarsa A, & della ℞ vera incognita V, ne viene precise la differenza D, in che la ℞ scarsa A, è minore della ℞ vera incognita V, *(poiche à moltiplicare la somma di due quantità A, & V, per la differenza loro se ne produce la differẽza delli quadrati d'esse due quantità A, & V.)* ne segue, che à partire essa scarsezza per il doppio della ℞ scarsa A, *(qual doppio è minore della somma della A, ℞ scarsa, & della V, vera incognita; essendo la V, vera incognita maggiore della scarsa)* ne venga auuenimento maggiore, che non è la differenza D, detta; onde giongendo esso auuenimento alla ℞ scarsa A, la somma sarà necessariamente maggiore della ℞ vera incognita V, & però essa somma sarà ℞ eccedente. Onde se di 44. proposto diremo la ℞ scarsa essere 6. & partiremo la scarsezza 8. per 12. doppio del 6. che ne viene $\frac{2}{3}$. & questo $\frac{2}{3}$. giongeremo à 6. che fà $6\frac{2}{3}$. questa somma $6\frac{2}{3}$. sarà di necessità ℞ eccedente. Ouero, se del 44. proposto diremo la ℞ scarsa essere $6\frac{8}{13}$. & la scarsezza $\frac{40}{169}$. partiremo per il doppio del $6\frac{8}{13}$. cioè per $13\frac{3}{13}$. che ne viene $\frac{10}{559}$. & questo giongeremo alla ℞ scarsa detta $6\frac{8}{13}$. che fà $6\frac{354}{559}$. questa somma $6\frac{354}{559}$. sarà ℞ eccedẽte del 44. proposto; perche il $\frac{10}{559}$. auuenimento trouato, partendo il $\frac{40}{169}$. scarsezza per il doppio di $6\frac{8}{13}$. cioè per la somma di $6\frac{8}{13}$ A, & $6\frac{8}{13}$ A, ℞ scarse, è maggiore, che l'auuenimẽto, qual si trouasse à partire la detta scarsezza $\frac{40}{169}$. per la somma di $6\frac{8}{13}$. ℞ scarsa, & di V, ℞ vera incognita, è necessario esso auuenimento $\frac{10}{559}$. essere maggiore, che la differenza, quale veramente è fra la ℞ scarsa A, & la ℞ vera incognita V, & però alla ℞ scarsa A $6\frac{8}{13}$. gionto esso auuenimento $\frac{10}{559}$. la somma $6\frac{354}{559}$.

Di 44. la ℞ scarsa sia $6\frac{8}{13}$. il doppio è $13\frac{3}{13}$. partitore, la scarsezza è $\frac{40}{169}$. da partire.

43   $\frac{172}{13}$ $\frac{40}{169}$ 10

1   13

ne viene $\frac{10}{559}$. da giong. à $6\frac{8}{13}$. fà $6\frac{354}{559}$. che è ℞ eccedente.

Di 44. la ℞ eccedente è $6\frac{354}{559}$. Il doppio è $12\frac{708}{559}$. che è partitore.

L'eccesso del suo quadr. è $\frac{100}{312481}$. da partire.

$6\frac{354}{559}$ via $6\frac{354}{559}$

4248

$7\frac{335}{559}$

187265

125316

312581

312481

fà $44\frac{100}{312481}$

1854 $\frac{7416}{559}$ $\frac{100}{312481}$ 25

1   559

16685

9270

9270

ne viene $\frac{25}{1036386}$. da cauare da $6\frac{354}{559}$

1036386

1854

354

5562

100116

656316

25

656291

resta $6\frac{656291}{1036386}$. che è ℞ ecced. più propinqua,

Moltiplichisi $6\frac{656291}{1036386}$ via $6\frac{656291}{1036386}$

7875492

$7\frac{620790}{1036386}$

93274740

7254702

2072772

6218316

643378064940

fà $44\frac{625}{1074095940996}$ che eccede il 44. proposto nel quadrato di $\frac{25}{1036386}$. differẽza di questa ℞ alla ℞ antecedente.

656291

656291

656291

5906619

1312582

3937746

3281455

3937746

430717876681

643378064940

1074095941621

1036836

1036836

6218316

8291088

3109158

37309896

1036386

1074095940996

$6\frac{354}{559}$. verrà ad esser maggiore, che la ℞ vera incognita V, & consequentemẽte essa somma $6\frac{354}{559}$. sarà ℞ eccedente. Et l'eccesso sarà quanto è il prodotto, che nasce à moltiplicare in se stesso $\frac{10}{559}$. differẽza della ℞ scarsa A, alla eccedente trouata; Perche essendo la differenza del quadrato della ℞ scarsa A, al quadrato della eccedente, tanto, quanto nasce à moltiplicare la somma della ℞ scarsa A, & della eccedente, cioè di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{354}{559}$. via la differenza loro $\frac{10}{559}$. conosciamo, che diuidendo la ℞ eccedente in $6\frac{8}{13}$. scarsa, & $\frac{10}{559}$. restante; tanto fà à moltiplicare la sõma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{8}{13}$. cioè il doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$. & à questo giõgere il prodotto del restante $\frac{10}{559}$. via $\frac{10}{559}$. quanto fà à moltiplicare la sõma di $6\frac{8}{13}$. & $6\frac{354}{559}$. via $\frac{10}{559}$. Onde questo prodotto è maggiore di quello del doppio di $6\frac{8}{13}$ A, via $\frac{10}{559}$. nella moltiplicatione di $\frac{10}{559}$. via $\frac{10}{559}$. cioè nel quadrato di $\frac{10}{559}$. differẽza d'A $6\frac{8}{13}$. à $6\frac{354}{559}$. ma quel prodotto con il quadrato d'A. compisce à punto il 44. proposito; però il quadrato della ℞ eccedente trouata, che contiene in se il quadrato d'A, & quel prodotto detto, & il quadrato di $\frac{10}{559}$. differenza d'esse due ℞, scarsa, & eccedente, verrà ad essere maggiore del 44. numero proposto nel quadr. di $\frac{10}{559}$. differẽza detta della ℞ scarsa A, alla eccedente trouata. Ouero per mostrare, che l'eccesso del quadrato della ℞ eccedente $6\frac{354}{559}$. sopra al 44. è quanto il quadrato di $\frac{10}{559}$. differenza di questa ℞ alla scarsa $6\frac{8}{13}$. poteuamo dire. Supposto la ℞ eccedente diuisa in $6\frac{8}{13}$. scarsa, & $\frac{10}{559}$. differenza aggiunta; douendosi moltiplicare $6\frac{354}{559}$. via $6\frac{354}{559}$. ciascun d'essi così diuiso *(che è quanto trouare il quadrato di $6\frac{354}{559}$.)* sappiamo *(per quello, che si mostrò nel Capit. 9. del Moltiplicare nel nostro Trattato delli Elementi delli numeri Geometrici)* che questo si trouarà moltiplicando la prima parte $6\frac{8}{13}$. dell'vno, via la prima parte $6\frac{8}{13}$. dell'altro *(che è quãto il quadrare $6\frac{8}{13}$.)* & moltiplicando la prima parte $6\frac{8}{13}$. via la seconda $\frac{10}{559}$. & anco moltiplicando la seconda parte $\frac{10}{559}$. via la prima $6\frac{8}{13}$. *(che (ponẽdo insieme queste due moltiplicationi della prima parte via la seconda, & della seconda via la prima) è quanto moltiplicare il doppio di $\frac{10}{559}$. via $6\frac{8}{13}$. ouero il doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$.)* & finalmente moltiplicando la seconda parte $\frac{10}{559}$. dell'vna, via la seconda parte $\frac{10}{559}$. dell'altra; & giongere insieme questi prodotti detti; Onde perciò vediamo potersi dire, ò conoscere, che il quadrato del totale $6\frac{354}{559}$. si compone dal quadrato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. dal quadrato dell'altra parte $\frac{10}{559}$. & dal prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. nell'altra $\frac{10}{559}$. Ma il quadrato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. gionto con il prodotto duplicato dell'vna parte $6\frac{8}{13}$. nell'altra parte $\frac{10}{559}$. fà à punto 44. *(poiche il quadrato di $6\frac{8}{13}$. è tanto minore di 44. quanto importa il prodotto di $13\frac{3}{13}$. doppio di $6\frac{8}{13}$. via $\frac{10}{559}$.)* però questi con il rimanẽte quadrato di $\frac{10}{559}$. altra parte, quali tutti insieme compongono il quadrato del totale $6\frac{354}{559}$. verranno à fare 44. & $\frac{100}{312481}$.

cioè tanto più di 44 quanto è il quadrato di $\frac{10}{559}$. in che il $6\frac{8}{13}$. è differente dal $6\frac{354}{559}$. Se poi vorremo seguire à trouare ℞ eccedente più propinqua, noi al solito partiremo l'eccesso *(cioè quello, in che il quadrato della ℞ eccedente, che habbiamo eccede il numero proposto)* per il doppio della ℞ eccedente, che habbiamo, & l'auuenimento cauaremo dalla ℞ eccedente detta, che il restante sarà ℞ eccedente più propinqua. Et lo potremo conoscere benissimo, considerando, che essendo la differenza delli quadrati di due quantità A, maggiore, & V, minore, quello che nasce à moltiplicare la somma d'esse due quantità A, & V per la differenza loro, & che però à partire la differenza de' suoi dui quadrati, per la somma d'esse due quãtità, ne verrà la differenza loro; ne segue, che partẽdo la differenza de' suoi dui quadrati per quantità maggiore della somma d'A, & V, l'auuenimento, & chiamiamolo G, sarà quantità minore della differenza delle dette due quantità A, & V, però cauando questo auuenimento G, dalla quantità maggiore A, conosciamo, che il restante necessariamente sarà maggiore dell'altra quantità V. Onde delle due quantità A, & V, essendo A, quantità maggiore $6\frac{354}{559}$. ℞ eccedente, & V, quantità minore la ℞ vera incognita, i quadrati delle quali sono $44\frac{100}{312481}$. & 44. & però la differenza d'essi quadrati loro è $\frac{100}{312481}$. partendo questa differenza de' quadrati per il doppio d'A, cioè per $13\frac{149}{559}$. *(che è maggiore della somma d'A, & V, essendo A, da se maggiore d'V, da se)* l'auuenimento $\frac{25}{1036386}$ G, sarà minore della differenza, che è fra A, & V, onde cauando questo auuenim. G $\frac{25}{1036386}$. dalla A, il restãte, che è $6\frac{656291}{1036386}$. necessariamente sarà maggiore della V, ℞ vera incognita, & però esso restante $6\frac{656291}{1036386}$. verrà ad essere anco ella ℞ eccedente, ma più propinqua della A, essendo minore di essa A. Et l'eccesso del quadrato di questa nuoua ℞ eccedente sopra al numero proposto 44. sarà $\frac{625}{1074095940996}$. che è il quadrato del $\frac{25}{1036386}$. differenza di questa alla ℞ eccedente. Che acciò in questo, & in ogn'altro caso si conosca a pieno essere così, Noi per commodità dando il nome alle quantità, che ci bisognano cõsiderare, chiamaremo A, la ℞ eccedente $6\frac{354}{559}$. il quadrato della quale eccede il 44. numero proposto in $\frac{100}{312481}$. quale eccesso chiamaremo C, la ℞ eccedente vltimamente trouata $6\frac{656291}{1036386}$. chiamaremo B, l'auuenimento, che nasce à partire C, per il doppio d'A, chiamaremo D, quale auuenimento D $\frac{25}{1036386}$. perche si caua dalla A, accioche il restante ci manifesti la B, è anco la differenza della A, alla B. Hora consideraremo, che nascẽdo D $\frac{25}{1036386}$. à partire C $\frac{100}{312481}$ per il doppio d'A, è necessario, che conuersamente à moltiplicare il doppio d'A, per D $\frac{25}{1036386}$. produchi C $\frac{100}{312481}$, però à moltiplicare la somma d'A, & B, che è quanto il doppio d'A, manco B, *(perche B, è minore d'A, in D.)* per D, produrrà C, manco il dutto di D, via D, cioè manco il quadrato di D. Ma questa moltiplicatione della somma d'A, & B, in D, è la differenza del quadrato d'A, maggiore al quadrato di B, minore, adunque il quadrato di B, è minore del quadrato di A, in C, manco il quadrato di D, cioè dal quadrato d'A, cauato C, manco il quadrato di D, ò vogliamo dire dal quadrato d'A, cauato C, & giontoli il quadrato di D, ne nascerà il quadrato di B. Ma il quadrato d'A, è quanto 44. & C, cioè il quadrato d'A, contiene in se il 44. numero proposto, & il C $\frac{100}{312481}$. di più; però da questo quadrato di A, cauato C, *(che resta solo 44.)* & giontoli il quadrato di D, che farà 44 & il quadrato di D, di più, ne nascerà il quadrato di B, onde il quadrato di B, è composto dal 44. numero proposto, & dal quadrato di D, & però si conosce esso quadrato di B, eccedere il 44. numero proposto nel quadrato di D, cioè nel quadrato di $\frac{25}{1036386}$. differenza, che è da A, ℞ antecedente alla B, ℞ più propinqua, che li segue, vltimamente trouata. Et il medesmo si conoscerà auuenire similmente di continuo nelle seguenti ℞ eccedenti più propinque, che di mano in mano si andassero trouando, applicandoli le istesse ragioni.

Trouisi la ℞ propinqua eccedente di 6. D'esso 6. è ℞ scarsa $2\frac{2}{5}$. Il suo quadrato mãca in $\frac{6}{25}$. quale si parta per il doppio della detta ℞ scarsa, cioè per $4\frac{4}{5}$. che è $\frac{24}{5}$. cioè $\frac{120}{25}$. & ne viene $\frac{6}{120}$. cioè $\frac{1}{20}$. quale auuenimento si gionga alla ℞ scarsa detta $2\frac{2}{5}$. & fà $2\frac{9}{20}$. & questo è ℞ propinqua eccedente, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{400}$. che è quadrato di $\frac{1}{20}$. gionto alla ℞ scarsa per formarne la eccedente, ò vogliamo dire, che è quadrato della differenza, che è fra questa ℞ eccedente trouata, & la ℞ scarsa à lei antecedente adoprata. Hora potremo dire. Di 6. la ℞ eccedente propinqua è $2\frac{9}{20}$. che il suo quadrato eccede il 6. proposto in $\frac{1}{400}$. Questo eccesso partito per il doppio d'essa ℞, cioè per $4\frac{18}{20}$. che è $\frac{98}{20}$. cioè $\frac{39200}{8000}$? ne viene $\frac{1}{1960}$. quale auuenimento cauato da detta ℞ $2\frac{9}{20}$. che è $2\frac{882}{1960}$. resta $2\frac{881}{1960}$. & questo è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 6. proposto in $\frac{1}{3841600}$. quadrato d' $\frac{1}{1960}$. differenza, che è fra questa ℞ vltimamente trouata, & la ℞ à lei antecedente adoprata.

Trouisi la ℞ non eccedente di 5. Ella è $2\frac{1}{5}$. Il suo quadrato manca in $\frac{4}{25}$. nato da moltiplicare

Trouisi la ℞ non eccedente di 6.
Ella è $2\frac{2}{5}$. il suo quad. mãca in $\frac{6}{25}$.
prima ℞ scarsa $2\frac{2}{5}$
eccedente $2\frac{1}{2}$
somma $4\frac{9}{10}$) $\frac{6}{25}$. mancam.
partitore. da partire.

49 6
10 25
2 5

ne viene $\frac{12}{245}$. da giõgere alla prima ℞ $2\frac{2}{5}$. & fà $2\frac{110}{245}$. cioè $2\frac{22}{49}$. che è la sec. ℞ scarsa più propinqua.

prima ℞ seconda ℞ ℞ eccedente
$2\frac{2}{5}$ $2\frac{22}{49}$ $2\frac{1}{2}$
differ. $\frac{12}{245}$ differ. $\frac{5}{98}$
6 1
49 49

prodotto delle differenze $\frac{6}{2401}$. che è il mancamento del quadrato della seconda ℞.

seconda ℞ $2\frac{22}{49}$.
eccedente $2\frac{1}{2}$
somma $4\frac{93}{98}$) $\frac{6}{2401}$. mancam.
partitore da partire.

485 6 3395
98 2401 23765
2 49

ne viene $\frac{12}{23765}$. da giongere alla seconda ℞, & fà $2\frac{218}{485}$. che è la terza ℞ scarsa più propinqua.

$2\frac{22}{49}$. con $\frac{12}{23765}$
485
10678
12
10682. numeratore si può schifare per 49 denomin. del rotto della ℞ $2\frac{22}{49}$. come anco sappiamo potersi schifare il denominat. 23765.
1526
218
fà $2\frac{218}{485}$

seconda ℞ terza ℞ ℞ eccedente
$2\frac{22}{49}$ $2\frac{218}{485}$ $2\frac{1}{2}$
differ. $\frac{12}{23765}$ differ. $\frac{24\frac{1}{2}}{485}$ $\frac{1}{2}$
485

prod. delle differ. $\frac{6}{235225}$. che è il mancamento del quadrato della terza ℞.

terza ℞ $2\frac{218}{485}$
eccedente $2\frac{1}{2}$
somma $4\frac{921}{970}$) mancamento
partitore da partire.

4801 6
970 235225
2 485
485

ne viene $\frac{12}{2328485}$ 3880
1940
2328485

da giong. alla terza ℞ $2\frac{218}{485}$. & fà $2\frac{2158}{4801}$. ch'è la quarta ℞ scarsa.
4801
218
1744
872 12
1046630. numeratore, che si schifa per 485. denominat. del rotto della terza ℞.
2158
766
2813
3880

terza ℞ quarta ℞ ℞ eccedente
$2\frac{218}{485}$ $2\frac{2158}{4801}$ $2\frac{1}{2}$
differ. $\frac{12}{2328485}$. differ. $\frac{242\frac{1}{2}}{4801}$ $\frac{1}{2}$
4801
prodotto delle differenze $\frac{6}{23049601}$. che è il mancamento del quadrato della quarta ℞.

quarta ℞ da moltiplic. in se stessa. $2\frac{2158}{4801}$
4801
8632
3831
30648
15324
4656964
fà $5\frac{23049595}{23049601}$

per arriuare al 6. ꝑposto li manca $\frac{6}{23049601}$

care l'$\frac{1}{5}$. rotto via $\frac{4}{5}$. differenza d'esso rotto alla vnità intiera, ò vogliamo dire, che nasce à cauare il quadr. del rotto $\frac{1}{5}$. (cioè $\frac{1}{25}$.) da esso rotto $\frac{1}{5}$. Et volendo trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua giongeremo questa $2\frac{1}{5}$. con vna ℞ eccedente del 5. proposto, & sia essa eccedēte $2\frac{1}{4}$. che fà $4\frac{9}{20}$. & con questa somma partiremo il $\frac{4}{25}$. mancam. detto, & ne viene $\frac{16}{445}$. il che si giõge alla detta ℞ scarsa $2\frac{1}{5}$. & fà $2\frac{21}{89}$. & questa è ℞ scarsa più ꝑpinqua. Et volendo trouare vn'altra ℞ scarsa più ꝑpinqua, giongeremo qsta $2\frac{21}{89}$. con la eccedente $2\frac{1}{4}$. Ma notisi, che noi per commodità del sommare i rotti, potiamo supponere, che la eccedente sia non $2\frac{22\frac{1}{4}}{89}$. ma $2\frac{23}{89}$. quantità più commoda, anco ella eccedente necessariamente, per essere maggiore di $2\frac{1}{4}$. Che non importa, che alla nostra ℞ scarsa gionghiamo più vna ℞ eccedente, che vn'altra, se bene quanto più propinqua sarà essa ℞ eccedente, che adopraremo, tanto più propinquità haueremo nella ℞ scarsa, che trouaremo, hora presa per ℞ eccedente $2\frac{23}{89}$. & giongēdola alla ℞ scarsa $2\frac{21}{89}$. la somma sarà $4\frac{44}{89}$. con la quale partiremo $\frac{4}{7921}$. scarsezza del quadrato della nostra ℞ scarsa, & ne viene $\frac{1}{8900}$. quale giongendolo alla nostra ℞ scarsa $2\frac{21}{89}$. farà $2\frac{2101}{8900}$. che è ℞ scarsa più propinqua, il quadrato della quale mãca ad arriuare al 5. ꝑposto, nel prodotto di $\frac{1}{8900}$. differenza di questa ℞ scarsa trouata alla à lei antecedente, via $\frac{199}{8900}$. differenza di questa ℞ scarsa à $2\frac{23}{89}$. ℞ eccedēte adoprata per trouarla; qual prodotto è $\frac{199}{79210000}$. Et volēdo trouare vn'altra ℞ scarsa più propinqua, noi alla ℞ scarsa, che habbiamo $2\frac{2101}{8900}$. giongeremo vna ℞ eccedente, & hora sarà commodo $2\frac{1}{4}$. perche $\frac{1}{4}$. si riduce commodamēte à 8900. esimi, che è $\frac{2225}{8900}$. & fà $4\frac{4326}{8900}$. con la qual somma partiremo il mãcam. $\frac{199}{79210000}$.

& ne

Di 5. la ℞ scarsa è $2\frac{1}{5}$. Il mãncam. ò scarsezza del suo quadrato è $\frac{4}{25}$.
sia la ecced. poniamo $2\frac{1}{4}$
sõma cõ che si parte $4\frac{9}{20}$
$\frac{89}{20}$ $\frac{4}{25}$. scarsezza da partire
4 5

ne viene $\frac{16}{445}$. da giongere alla ℞ scarsa $2\frac{1}{5}$. & fà $2\frac{21}{89}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

prima ℞ scarsa. seconda ℞ scarsa. ℞ eccedente.
$2\frac{1}{5}$ $2\frac{21}{89}$ $2\frac{1}{4}$
differenza $\frac{16}{445}$ differenza $\frac{1\frac{1}{4}}{89}$ $\frac{1}{4}$
89 89

prodotto delle differenze $\frac{4}{7921}$. che è il mancamento del quadrato della seconda ℞.

seconda ℞ scarsa $2\frac{21}{89}$
℞ eccedente $2\frac{23}{89}$
sõma cõ che si parte $4\frac{44}{89}$
100 1
400 4
89 7921. mancamento da partire.
1 89

ne viene $\frac{1}{8900}$. da giongere alla seconda ℞ scarsa $2\frac{21}{89}$. & fà $2\frac{2101}{8900}$. che è terza ℞ scarsa più propinqua.

℞ scarsa anteced. ℞ scarsa trouata. ℞ ecced. adoprata.
$2\frac{21}{89}$ $2\frac{2101}{8900}$ $2\frac{23}{89}$
differenza $\frac{1}{8900}$ differenza $\frac{199}{8900}$
prodotto delle differenze $\frac{199}{79210000}$. che è il mancamēto del quadrato della ℞ scarsa vltimamente trouata.

℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$ 359334
℞ ecced. $2\frac{2225}{8900}$ 319408
355341400
partitore $4\frac{4326}{8900}$
$\frac{39926}{8900}$ $\frac{199}{79120000}$. da partire.
1 8900

ne viene $\frac{199}{355341400}$. da giongere alla ℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$
39926
39926
39926
79852
199
fà $2\frac{83884425}{355341400}$

fà $2\frac{3355389}{14213656}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

Moltiplichisi $2\frac{2101}{8900}$ in se stesso
8404
8900
75636
67232
4414201
fà $4\frac{79209801}{79210000}$
à 5. mãca $\frac{199}{79210000}$

℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$
℞ ecced. $2\frac{2224}{8900}$
partit. $4\frac{4325}{8900}$ da partire
359325 $\frac{39925}{8900}$ $\frac{199}{79210000}$
319400
3553325 1 8900
ne viene $\frac{199}{355332500}$. da giõgere à $2\frac{2101}{8900}$. ℞ scarsa.
39925
39925
39925
79850
199
83881624
355332500
fà $2\frac{20970656}{88833125}$, che è ℞ scarsa più propinqua.

Ouero.

℞ scarsa $2\frac{2101}{8900}$
℞ ecced. $2\frac{2199}{8900}$
partit. $4\frac{43}{89}$
399 $\frac{199}{79210000}$. da partire.
89 890000
1
ne viene $\frac{199}{355110000}$. da giongere à $2\frac{2101}{8900}$ ℞ scarsa.
39900
399
399
798
199
fà $2\frac{83830099}{355110000}$, che è ℞ scarsa più ꝑp

1

Moltiplichisi $2\frac{83830099}{355310000}$. R scarsa in se stessa.

335320396
36885243560000
18442621780
1005961188
754470891
754470891
251490297
670640792
251490297
670640792

fà $4\frac{126103111321909801}{126103112106000000}$

che è $\frac{778090199}{126103112100000000}$. manco del 5. proposto, come anco s'è trouato con la regola (ordinaria.

Per trouare la scarsezza del suo quad.

R eccedente $\frac{2199}{8900}$

39900
87740100
83840099
3910001. differenza.
199. differenza.
35190009
74290019
778090199. numeratore del mancamento, essendo denominatore il quadrato di 355110000.

& ne viene [illegible]. quale giongeremo alla nostra R scarsa $2\frac{2101}{8900}$. & fà 2 [illegible]. che è R scarsa più propinqua. Et se hauessimo preso per R eccedente $2\frac{2224}{8900}$. che è molto commoda nell'operare (*quale se bene è alquanto manco di* $2\frac{1}{4}$. *conosciamo essere eccedente, perche il suo quadrato subito si vede essere differente dal quadrato di* $2\frac{1}{4}$. *in manco d'* [illegible]. *in che il quadrato di* $2\frac{1}{4}$. *supera il 5. perche* [illegible]. *differenza di* $2\frac{2224}{8900}$. *à* $2\frac{1}{4}$. *moltiplicato per la somma loro, che è manco di 5. fà solo manco di* [illegible].) giontala alla nostra R scarsa $2\frac{2101}{8900}$. farà $4\frac{4325}{8900}$. con che partito il mancamento [illegible]. ne viene [illegible]. quale gionto alla nostra R scarsa, fà 2 [illegible]. che è R eccedente più propinqua. Ma se hauessimo preso per R eccedente $2\frac{2199}{8900}$. quantità molto commoda, & molto meno eccedente, cioè più propinqua di $2\frac{1}{4}$. (*& conosciamo facilmente essere eccedente, perche il suo quadrato si vede passare il 5. proposto, considerando, che essendo il suo rotto quasi* $\frac{22}{89}$. *che moltiplicato per 4. doppio dell'intiero, fà quasi* $\frac{88}{89}$. *& però manca d'* $\frac{1}{89}$. *& alquanto più, per arriuare alla vnità, che oltre al 4. quadrato di 2. intiero si troua nel 5. proposto, & questo* $\frac{1}{89}$. *& alquanto più si vede essere superato dal quadrato d'esso rotto* $\frac{2199}{8900}$. *che essendo quasi* $\frac{22}{89}$. *faria per quadrato quasi 484. da partire per 89. via 89. che perche l'vno delli 89. in esso 484. entra molte volte, cioè più di 5. volte, conosciamo egli essere più di* $\frac{5}{89}$. *& bastaria, che fusse poco più d'* $\frac{1}{89}$.) giongēdola alla nostra R scarsa $2\frac{2101}{8900}$. faria $4\frac{43}{89}$. con che partito il [illegible]. mancamento del quadrato della nostra R scarsa, ne viene [illegible]. & questo gionto alla nostra R scarsa, fà 2 [illegible]. che è R scarsa più propinqua, il quadrato della quale, per le ragioni altre volte dette, sarà scarso nel numero, che si troua à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa R scarsa trouata alle due dette scarsa, & eccedente adoprate à trouar questa. Et in tal modo potremo operare à trouare quant'altre R scarse propinque vorremo.

Trouisi la R propinqua eccedente di 5. Ella è $2\frac{1}{4}$. Il suo quadrato eccede il 5. proposto in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$. Et volendo trouare vn'altra R eccedente più propinqua, giongeremo la nostra R eccedente $2\frac{1}{4}$. à se stessa, che è quanto doppiarla, & farà $4\frac{1}{2}$. con che partiremo l' $\frac{1}{16}$. eccesso del quadrato della nostra R eccedente, & ne viene $\frac{1}{72}$. & questo cauaremo dalla nostra R eccedente $2\frac{1}{4}$. che resta $2\frac{17}{72}$. il che è R eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 5. proposto in $\frac{1}{5184}$. quadrato dell' $\frac{1}{72}$. differenza di questa R trouata alla à lei antecedente adoprata. Et volendo vn'altra R eccedente più propinqua, giongeremo questa nostra R $2\frac{17}{72}$. à se stessa, ò ad vn'altra R eccedente, che non importa, che la somma loro sia il doppio della nostra R, cioè che ella si gionga à se stessa, ma potiamo giongerla à qual' altra R eccedente ci piaccia; bene è vero, che quanto più propinqua sarà la R eccedente, con la quale giongeremo la nostra, tanto maggior propinquità haueremo nella R eccedente, che si trouarà. Hor sia, che alla nostra R eccedente $2\frac{17}{72}$. si gionga $2\frac{19}{72}$. (*che è necessariamente eccedente, essendo maggiore della nostra eccedente*) & fà $4\frac{1}{2}$. con il quale si parta l' $\frac{1}{5184}$. eccesso del quadrato della nostra R, & ne viene $\frac{1}{23328}$. il che si caui dalla nostra R, & resta $2\frac{5507}{23328}$. che è R eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede il 5. proposto nel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa R vltimamente trouata à ciascuna delle due R gionte insieme, adoprate à trouar questa. Che hora la differenza di questa R al

sta R al $2\frac{17}{72}$. è $\frac{1}{23328}$. & à $2\frac{19}{72}$. è $\frac{1}{23328}$. & $\frac{2}{72}$. di più, cioè è $\frac{649}{23328}$. quali due differenze moltiplicate fra loro, producono $\frac{649}{544195584}$. & in questo il quadrato della R vltimamente trouata $2\frac{5507}{23328}$. eccede il 5. proposto. Et la causa di ciò si conosce, considerando, che se à partire $\frac{1}{5184}$ E, eccesso del quadrato della nostra R eccedente A, sopra al 5. proposto; per la somma di A, nostra R eccedente $2\frac{17}{72}$. & di B, altra R maggiore eccedente adoprata $2\frac{19}{72}$, ne viene $\frac{1}{23328}$ D, ne segue, che à moltiplicare D, via la somma di A, & B, produchi E. Considerato ancora, che; perche cauando D, da A, il restante C $2\frac{5507}{23328}$. è la R trouata, ne segue, che essa R trouata è minore, & differēte dalla A, in esso D, & che la medesma R trouata C, viene ad essere minore, & differente dalla B, maggiore della A, in $\frac{2}{72}$ G, in detti D, & G, cioè nella somma di D, & G, & chiamiamola L, però la somma di A, & C, è minore della somma di A, & B, in detti D, & G, cioè in L, in che B, supera C. Onde se à moltiplicare la somma di A, & B, per D, se ne produce C, conosciamo, che à moltiplicare la somma di A, & C, per il medesmo D, se ne produrrà manco d'E, & tanto manco, quanto importa il prodotto di D, via L, & chiamiamolo M. Ma à moltiplicare la somma di A, & C, per D, (*differenza loro*) il prodotto I, saria la differenza de' loro quadrati, cioè quello, in che il quadrato d'A, maggiore supera il quadrato di C, minore; però conosciamo, che I, saria minore d'E, in quello, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè in M. Et perche il quadrato d'A, contiene il numero proposto 5. & E $\frac{1}{5184}$. di più; Et il quadrato di C, è minore di questo quadrato d'A, in I, cioè non in E, ne in quantità maggiore d'E, ma sempre in quantità minore d'E, (*che I, è minore E,*) ne segue, che se cauaremo I, dal quadrato d'A, restarà intieramente il 5. proposto, & ancora qualche cosa di più, cioè quello di più, in che I, è minore d'E, (*il che è M,*) & perche à cauare I, dal quadrato d'A, resta il quadrato di C, conosciamo, che esso quadrato di C, superarà sempre il 5. numero proposto, & lo superarà in quello, che restaria à cauare I, da E, cioè lo superarà in M, & però C, sarà sempre R eccedente, & l'eccesso del suo quadrato sarà sempre M, quantità, che nasce à moltiplicare D, via L, cioè quantità, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che la R trouata C, è superata dalla A, & dalla B; radici eccedēti, gionte insieme, & adoprate à trouare questa R eccedente C. Onde quando A, & B, fussero eguali fra loro, cioè che noi ci seruissimo della sola A, doppiandola in vece di giongerli la B, che così per le due R eccedenti, da trouare C, haueressimo A, & A, perche la differēza di C, trouata, che fusse, ad A, & A, saria vna istessa, ò vogliamo dire sariano due differenze eguali, allhora vna differeza moltiplicata, via l'altra à lei eguale, ò vogliamo dire, essa differenza moltiplicata in se stessa, produrria l'eccesso, in che il quadrato di C, supera il numero proposto, & però si potria dire, che esso quadrato di C, eccede il numero proposto nel quadrato di D, differenza di C, R trouata, ad A, R à lei antecedēte doppiata, & adoprata per trouare detta C. Et notisi, che hauendo vna R eccedēte A, d'vn numero proposto, per trouarne vn'altra C, più propinqua eccedente,

Di 5. la nostra R eccedente è $2\frac{17}{72}$ A
La R eccedente, che si gionge è $2\frac{19}{72}$ B
La somma, con la quale si parte è $4\frac{1}{2}$.

$\frac{9}{2}$ $\frac{1}{5184}$ E, eccesso da partire
2 2592
1

ne viene $\frac{1}{23328}$ D, da cauare da

$2\frac{17}{72}$ A, nostra R eccedente.

36
9
324
17
5508
1

resta $2\frac{5507}{23328}$ C, che è R ecced. più propinqua.

Moltiplichisi $2\frac{5507}{23328}$ in se stesso

23328
22028
186624
46656
513216
38549
27535
27535
544196233
23328
23328
186624
746496
536544
denom. 544195584

fà $5\frac{649}{544195584}$.

nostra R ecced. altra R ecced. adoprata. R ecced. trouata.

$2\frac{17}{72}$ $2\frac{19}{72}$ $2\frac{5507}{23328}$

differenza $\frac{1}{23328}$ D, & $\frac{2}{72}$ G, cioè $\frac{649}{23328}$ L.

differenza $\frac{1}{23328}$ D

Prodotto delle differenze $\frac{649}{544195584}$ M, che è l'eccesso del quadrato della R trouata sopra al 5. proposto, come anco s'è veduto moltiplicandola in se stessa.

dente, noi non solo potiamo giungere essa ℞ A, à se stessa, ò ad vn'altra ℞ eccedente B, maggiore della A, che habbiamo, ma anco la potiamo giongere ad vna ℞ eccedente minore di lei; Che di sopra hauendo 2 [illegible] A, per ℞ eccedente di 5. alla quale giongessimo 2 [illegible] B, eccedēte, maggiore d'A, noi gli haueressimo ancora potuto giongere vna ℞ eccedente minore d'essa A, & operare nel medesmo modo, cioè con la somma d'A, & B, partire l'eccesso E, & l'auuenimēto D, cauarlo da A, che il restante C, saria ℞ eccedente più propinqua del numero proposto. Il quadrato della quale C, eccederia il 5. numero proposto nel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono dalla ℞ eccedēte C, trouata, à ciascuna delle due radici A, & B, gionte insieme, & adoprate à trouare essa C, più propinqua non solo della A, che haueuamo, ma ancora della B, giontali; che la B, eccedente mai potrà essere tanto piccola, ò tanto minore della A, che la C, in questo modo trouata non sia ancora minore di detta B, (*Et saria vanità à durar fatica di trouare la C, quando ella non hauesse ad essere più propinqua ancora della B, che già habbiamo nota.*) Et acciochè il tutto si manifesti à pieno, faremo il seguente discorso.

Poniamo, che di 22. proposto si dica la ℞ eccedente A, essere 5. Volendo trouare vn'altra ℞ eccedente più propinqua, Sia che ci seruiamo di 9 B, ℞ eccedente maggiore d'A. giongendo B 9. ad A 5. che fà 14. & con questa somma partendo l'eccesso del quadrato d'A, sopra al 22. proposto, quale eccesso è 3 E, ne viene $\frac{3}{14}$ D, il che si caua da A 5. & resta $4\frac{11}{14}$. che è C, ℞ eccedente più propinqua d'A, il quadrato della quale supera il 22. numero proposto in $1\frac{5}{196}$. prodotto delle due differenze $\frac{3}{14}$. & $4\frac{3}{14}$. che sono dalla ℞ C, trouata alle due A, & B, gionte insieme, & adoprate à trouare essa C. Et se hauessimo detto del 22. proposto la ℞ eccedēte A, essere 9. che l'eccesso E, saria 59. Et volendo trouare vn'altra ℞ eccedente più propinqua. Sia che ci fussimo seruiti di 5. per la ℞ eccedente B, da giongere alla A, che la somma loro saria 14. con la quale partito il 59. eccesso del quadrato della A, ne viene $4\frac{3}{14}$ D, & questo cauato da A 9. resta $4\frac{11}{14}$. che saria C, ℞ eccedente trouata, più propinqua della A, & anco necessariamente più propinqua della B, minore della A. Et questa C, è la istessa, che si trouò ancora di sopra adoprando 5 A, & 9 B, in vece di 9 A, & 5 B. Et sempre, che la A, prima maggiore, & la B, seconda minore, radici eccedenti d'vn numero proposto per trouare la C, più propinqua in vn'altra operatione; cioè che il numero della A, dell'vna in vna operatione, douenti il numero B, dell'altra, nell'altra operatione, & che il B, douenti l'A, sempre ancora la C, trouata con vna delle operationi sarà la istessa, che la C, trouata con l'altra operatione. Che poniamo nel superiore esempio, tanto resultarà à partire 59. eccesso E, d'A 9. per 14. somma d'A, & B, & cauare l'auuenimento $4\frac{3}{14}$ D, da A 9. quanto resulta à partire 3. eccesso E, d'A 5. (*ò vogliamo dire eccesso del quadrato d'A* 5.) per 14. somma istessa d'A, & B, & cauare l'auuenimento $\frac{3}{14}$. da A 5. Perche essendo la differenza delli quadrati di dui numeri, quello che nasce à moltiplicare la somma d'essi dui numeri, via la differenza loro, ne segue, che à partire la differēza delli quadrati di dui numeri per la somma loro, ne venga la differēza d'essi dui numeri, Onde delli dui numeri 5. & 9. la differenza delli quadrati delli quali è 56. partendo questo 56. per 14. somma loro, l'auuenimento 4. sarà la differenza, che è da 5. à 9. onde se dal 9. maggiore se ne cauarà questo auuenimento 4. di necessità il restante sarà il 5. minore. Ma se con la somma d'essi 5. & 9. cioè con 14. partiremo numero maggiore di 56. differenza de' quadrati loro, di necessità l'auuenimento sarà maggiore della differenza loro, cioè di 4. perilche cauādo questo auuenimēto dal 9. numero maggiore, il restante sarà minore di 5. numero minore; & tanto minore di 5. quanto l'auuenimento detto sarà maggiore di 4. differenza delli dui numeri. Ma proposto vn numero da partire per vn dato, tanto resulta à fare del proposto quante parti si voglino, & partire ciascuna d'esse per il dato; & poi giongere insieme tutti gli auuenimēti; quanto resultaria à partire il numero proposto intieramente per il dato; cioè questo solo auuenimento saria tanto, quanto la somma di tutti gli auuenimenti partiali detti gionti insieme; però hauendo 59. differenza di 22. ad 81. quadrato di 9. da partire per 14. che ne viene $4\frac{3}{14}$. se noi faremo due parti del 59. che l'vna sia 56. differenza delli quadrati di 5. & 9. & l'altra sia 3. differenza di 22. al quadrato di 5. & che si parta il 56. per 14. che ne viene 4. (*differenza di 5. à 9.*) & anco si parta il 3. per 14. che ne viene $\frac{3}{14}$. & si giongano questi dui auuenimenti 4. & $\frac{3}{14}$. insieme; la somma sarà il medesmo $4\frac{3}{14}$. auuenimento totale del 59. totale partito per 14. però tanto resultarà à cauare 4. & anco $\frac{3}{14}$. (*auuenimento trouato con l'eccesso 59.*) da 9. che restarà 5. & poi $4\frac{11}{14}$. quāto à cauare il solo $\frac{3}{14}$ (*auuenimento trouato con l'eccesso 3.*) da 5. cioè in ciascun modo ne resultarà $4\frac{11}{14}$. & questo $4\frac{11}{14}$. sarà la C, ℞ eccedēte del 22. proposto, più propinqua di ciascuna delle due adoprate. Et perche di sopra, quando pigliando 2 [illegible] A, per ℞ eccedente di 5. noi per trouarne vn'altra eccedente più propinqua; seruendoci in ciò di B 2 [illegible]. maggiore della A, dimostrammo, che l'eccesso [illegible]. del quadrato della ℞ eccedente

dente C 2 [illegible]. più propinqua, che si trouò, era sempre il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, in che ciascuna delle A, & B, supera la C; Et hora si è mostrato, che quando scambieuolmente in vn'altra operatione (*per trouare la C, ℞ eccedente più propinqua del medesmo numero proposto, mediante le due A, & B,*) la A, sia la maggiore delle due radici A, & B, & la B, sia la minore; ne seguirà pure, che la C, qual trouaremo sarà la istessa; che la trouata nell'operatione antecedente, Conosciamo benissimo, che si può ancora similmente dire, trouando la C, quando la B, sia minore della A, che l'eccesso del quadrato della C, è sempre il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono dalla C, alle due ℞ A, & B, gionte insieme, & adoprate à trouare essa C.

Se hora noi, ponendo insieme le regole, & considerationi fatte nel trouare le ℞ scarse, & le eccedenti delli numeri proposti, vorremo farne vna raccolta generale, dando Regola vniuersale alla inuentione continua delle radici scarse, & eccedenti propinque delli numeri proposti, potremo dire.

Data vna ℞ scarsa d'vn numero proposto, Per trouare vn'altra radice scarsa più propinqua. Giongasi la data con vna ℞ eccedente qual si vogli (*che quanto più essa ℞ eccedente sarà vicino al vero, cioè di quanto manco il suo quadrato eccederà il numero proposto, tanto più propinqua sarà la radice scarsa, che trouaremo*) & con la somma di queste due radici, scarsa, & eccedente, si parta la scarsezza della data, cioè il numero, in che manca il quadrato della data ad arriuare al numero proposto, & l'auuenimento si gionga alla ℞ scarsa data, che la somma sarà ℞ scarsa più propinqua della data, Et la scarsezza del quadrato d'essa sarà quel numero, che nasce à moltiplicare la differenza, che è da questa ℞ scarsa trouata, alla ℞ scarsa data, via la differenza, che è dalla medesma ℞ scarsa trouata alla ℞ eccedente adoprata. Et con questo istesso modo si trouaranno quant'altre ℞ scarse più propinque si vorrà.

Ancora.

Data vna ℞ scarsa d'vn numero proposto, Per trouare vna ℞ eccedente propinqua. Giongasi la ℞ scarsa data con se stessa (*che sarà quanto doppiarla*) ò con vn'altra ℞ scarsa à beneplacito (*che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ eccedente da trouarsi*) & con la somma si parta la scarsezza del quadrato della data, & l'auuenimento si gionga alla ℞ scarsa data, che la somma sarà ℞ eccedente del numero proposto. Et l'eccesso del quadrato d'essa sarà quel numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono fra la radice eccedente trouata, & le due ℞ scarse gionte insieme, & adoprate per trouare essa radice eccedente.

Ancora.

Data vna ℞ eccedēte d'vn numero proposto, Per trouarne vn'altra eccedēte più propinqua. Giongasi la data con se stessa (*che sarà quanto doppiarla*) ò con vn'altra ℞ eccedēte à beneplacito (*che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ eccedente da trouarsi*) & con la somma si parta l'eccesso del quadrato della data, & l'auuenimento si caui dalla ℞ eccedente data, che il restante sarà ℞ eccedente più propinqua della data. Et l'eccesso del quadrato di questa ℞ trouata sarà il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa ℞ eccedente trouata alle due ℞ eccedenti gionte insieme, & adoprate à trouar questa. Et con questo istesso modo si trouarāno quāt'altre ℞ eccedēti più propinque si vorrāno.

Ancora.

Data vna ℞ eccedente d'vn numero proposto, Per trouare vna ℞ scarsa propinqua. Giongasi la ℞ eccedente data con vna ℞ scarsa qual si vogli (*che quanto più propinqua ella sarà, tanto maggior propinquità haueremo nella ℞ scarsa da trouarsi*) & con la somma si parta l'eccesso del quadrato della data, & l'auuenimento si caui dalla ℞ eccedente data, che il restante sarà ℞ scarsa del numero proposto. Et la scarsezza del quadrato d'essa sarà il numero, che nasce à moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa ℞ scarsa trouata alle due radici, eccedente, & scarsa, gionte insieme, & adoprate à trouare questa ℞ scarsa.

Esempij.

Data 4. radice scarsa di 22. proposto, si vuol trouare vn'altra radice scarsa più propinqua.

La data scarsa è 4
Eccedente à beneplacito da giongerli 5

La somma, con la quale si parte è 9) 6. scarsezza del quadrato della data da partire.
Ne viene $\frac{2}{3}$. da giongere alla data, & fà $4\frac{2}{3}$. che è ℞ scarsa più propinqua.
La scarsezza del suo quadrato ($21\frac{7}{9}$.) è $\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{2}{3}$. via $\frac{1}{3}$. differenze d'essa $4\frac{2}{3}$. à 4. & à 5. radici adoprate.

Ancora.

Data $4\frac{1}{2}$. radice ſcarſa di 22. propoſto, ſi vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La data ſcarſa è $4\frac{1}{2}$

Scarſa à beneplacito da giongerli 4

La ſomma, con la quale ſi parte è $8\frac{1}{2}$) $1\frac{3}{4}$. ſcarſezza del quad. della data da partire.

$4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$

via $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$

$21\frac{1}{1}\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}\frac{4}{8}\frac{4}{4}$

fà $22 - \frac{4}{8}\frac{2}{4}$

Ne viene $\frac{7}{4}$. da giongere alla data $4\frac{1}{2}$. & fà $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. che è ℞ eccedente più propinqua.

Il ſuo quadrato $22\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. eccede in $\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$. via $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. differenze d'eſſa $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. à $4\frac{1}{2}$. & 4. radici adoprate.

Ouero.

Data 4. radice ſcarſa di 22. propoſto, ſi vuol trouare vna radice eccedente propinqua.

La data ſcarſa è 4

Scarſa à beneplacito da giongerli $4\frac{1}{2}$

La ſomma, con la quale ſi parte è $8\frac{1}{2}$) 6. ſcarſezza del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. da giongere alla data 4. & fà medeſmamẽte $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. per la ℞ eccedẽte propinqua.

Il ſuo quadrato $22\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. eccede in $\frac{4}{8}\frac{2}{9}$. prodotto medeſmamente da $\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. via $\frac{3\frac{1}{2}}{17}$. differenze d'eſſa $4\frac{1}{1}\frac{2}{7}$. à 4. & $4\frac{1}{2}$. radici adoprate.

Ancora.

Data $4\frac{4}{5}$. radice eccedente di 22. propoſto, ſi vuol trouare vn'altra ℞ eccedẽte più propinqua.

La data eccedente è $4\frac{4}{5}$

Eccedente à beneplacito da giongerli 5

Moltiplichiſi in ſe ſteſſa $4\frac{34}{49}$

La ſomma, con la quale ſi parte è $9\frac{4}{5}$) $1\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. eccеſſo del quad. della data da part. ne viene $\frac{2}{4}\frac{6}{5}$. da cauare dalla data $4\frac{4}{5}$. & reſta $4\frac{7}{4}\frac{2}{5}$. cioè $4\frac{1}{5}\frac{4}{9}$. che è ℞ eccedente più propinqua.

49	26	
5	25	
1	5	

272
5 27
1323
1156
2479
2401
78
$22\frac{78}{2401}$

Il ſuo quad. $22\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. eccede il 22. propoſto in $\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. prodotto da $\frac{1}{4}\frac{6}{5}$. (cioè $\frac{5\frac{1}{5}}{49}$) & $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$. differenze d'eſſa $4\frac{3}{4}\frac{5}{9}$. à $4\frac{4}{5}$. & 5. radici adoprate.

Ouero.

Data 5. ℞ eccedente di 22. propoſto, ſi vuol trouare vn'altra ℞ eccedẽte più propinqua.

La data eccedente è 5

Eccedente à beneplacito da giongerli $4\frac{4}{5}$

La ſomma, con la quale ſi parte è $9\frac{4}{5}$) 3. eccеſſo del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$. da cauare dalla data 5. & reſta $4\frac{3}{4}\frac{4}{9}$. medeſmamẽte per la ℞ ecced. propinqua.

Il ſuo quadrato $22\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. eccede in $\frac{7}{0}\frac{8}{1}$. prodotto medeſmamente da $\frac{1}{4}\frac{5}{9}$. & $\frac{5\frac{1}{5}}{49}$. differenze d'eſſa $4\frac{3}{4}\frac{4}{9}$. à 5. & $4\frac{4}{5}$. radici adoprate.

Ancora.

Data 5. radice eccedente di 22. propoſto, ſi vuol trouare vna radice ſcarſa propinqua.

La data eccedente è 5

Scarſa à beneplacito da giongerli 4

La ſomma, con la quale ſi parte è 9) 3. eccеſſo del quadrato della data da partire.

Ne viene $\frac{1}{3}$. da cauare dalla data 5. & reſta $4\frac{2}{3}$. che è ℞ ſcarſa propinqua.

La ſcarſezza del ſuo quadrato $21\frac{7}{9}$. è $\frac{2}{9}$. prodotto da $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. differenze d'eſſa $4\frac{2}{3}$. à 5. & à 4. radici adoprate.

Però.

Data vna ℞ ſcarſa d'vn numero propoſto, giongendoli ~~vna eccedente.~~ Ouero ~~conuerſamente.~~

Data vna ℞ eccedente, giongendoli vna ℞ ſcarſa, &c. Si troua vna ℞ ſcarſa più propinqua.

Data vna ℞ ſcarſa d'vn numero propoſto, giongendoli vna ℞ ſcarſa. Ouero.

Data vna ℞ eccedente, giongendoli vna ℞ eccedẽte, &c. Si troua vna ℞ ecced. più propinqua.

Alcuni

Alcuni auuertimenti nel pigliare la Radice quadrata propinqua delli numeri non quadrati.

Volendo la ℞ poniamo di 98. che con le regole ordinarie ſi diria eſſere alquanto manco di $9\frac{7}{8}$. (*ouero alquanto più di* $9\frac{7}{9}$.) noi potiamo prima pigliare per ℞ il 9. & vn rotto, & ſia $9\frac{1}{4}$. che il ſuo quadrato è $85\frac{9}{16}$. onde fino à 98. reſta $12\frac{7}{16}$. & queſto ſia numeratore d'vn rotto, eſſendo denominatore il doppio del $9\frac{1}{4}$. (*preſo per intiero, ò in luogo d'intiero della ℞*) cioè $18\frac{1}{2}$. & haueremo $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{1}{2}\frac{9}{9}\frac{9}{6}$. per rotto della ℞, eſſendo l'intiero, ò pigliando in vece d'intiero il $9\frac{1}{4}$. detto; onde la ℞ totale ſarà $9\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{2}\frac{9}{9}\frac{9}{6}$. cioè $9\frac{2}{2}\frac{7}{4}\frac{3}{6}$. & queſta ſarà più propinqua ℞ eccedente di 98. che il $9\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. poiche il quadrato di $9\frac{7}{8}$. ſupera il 98. nel quadrato di $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. (*rotto accompagnato al ſuo intiero 9.*) Et il quadrato di $9\frac{2}{2}\frac{7}{4}\frac{3}{6}$. ſupera il 98. nel quadrato di $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. (*rotto accompagnato al ſuo intiero* $9\frac{1}{4}$.) qual quadrato di $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. è minore del quadrato di $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. perche queſto rotto $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. è minore di $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. hauendo egli minor numeratore di 17. & ancora maggior denominatore di 18. Che di dui rotti dati hauend'eſsi denominatori eguali minore è quello, che hauerà minor numeratore, come per eſempio di $\frac{1}{1}\frac{7}{8}$. & $\frac{1}{1}\frac{3}{8}$. minore è il $\frac{1}{1}\frac{3}{8}$. Et hauendo li rotti dati, numeratori eguali, minore è quello, che hà maggior denominatore, come per eſempio di $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{2}\frac{3}{6}$. minore è il $\frac{1}{2}\frac{3}{6}$. Onde ſe l'vno delli dui rotti hauerà non ſolo minor numeratore, ma ancora habbi maggior denominatore dell'altro, tanto maggiormente ſi conoſcerà egli eſſere minore dell'altro. Et ſe per prima parte, ò in luogo dell'intiero della ℞ di 98 pigliaremo $9\frac{1}{3}$. maggiore di $9\frac{1}{4}$. che allhora il rotto verrà ad eſſere $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}}$. & però la ℞ totale ſaria $9\frac{1}{3}$. & $\frac{9}{4}\frac{8}{6}\frac{8}{8}$. cioè $9\frac{1}{1}\frac{5}{6}\frac{4}{8}$. ò vogliamo dire $9\frac{1}{1}$. queſta ſarà ℞ eccedente di 98. ancor più propinqua di $9\frac{2}{2}\frac{7}{4}\frac{3}{6}$. perche il rotto $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}}$. & però il ſuo quadrato, nel quale il quadrato di queſt'vltima ℞ ſupera il 98. è minore del rotto $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}}$. & però del ſuo quadrato, nel quale il quadrato di detta ℞ antecedente ſupera il 98. propoſto. Et pigliando $9\frac{1}{2}$. maggiore di $9\frac{1}{3}$. che così haueremo $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{19}$. cioè $9\frac{5}{7}\frac{9}{6}$. queſta ſarà ancor più propinqua ℞ del 98. perche il ſuo rotto $\frac{7\frac{3}{4}}{19}$. (*& però il quadrato d'eſſo rotto, che moſtra l'eccеſſo del quadrato della ℞*) è minore del rotto di ciaſcuna delle ℞ antecedenti. Et pigliando $9\frac{2}{3}$. che così haueremo $9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{5}{9}}{19\frac{1}{3}}$. cioè $9\frac{2}{3}$. & $\frac{4}{7}\frac{1}{4}$. cioè $9\frac{1}{1}\frac{5}{7}\frac{7}{4}$. queſta per la medeſma cauſa ſarà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{5}{6}$. che così haueremo $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{3}\frac{5}{6}}{19\frac{2}{3}}$. queſta ſarà ancor più propinqua. Et pigliando $9\frac{8}{9}$. che così haueremo $9\frac{8}{9}$. & $\frac{[illegible]}{17\frac{7}{9}}$. cioè $9\frac{8}{9}$. & $\frac{1}{6}\frac{7}{2}$. cioè $9\frac{1}{6}\frac{4}{4}\frac{1}{2}$. queſta ſarà ancor più propinqua. Et ſe pigliaſsimo $9\frac{8}{9}$. di queſto il quadrato ſaria $97\frac{7}{9}$. & $\frac{2}{4}\frac{4}{4}$. cioè $98\frac{1}{4}\frac{2}{4}$. che eccede il 98. propoſto, però eſſo $9\frac{8}{9}$. da ſe è ℞ eccedente, & non ſi può in queſto caſo adoprare al noſtro propoſito. Onde vediamo, che facilmente giongendo al 9. vn rotto tale, che il quadrato del compoſto ſia vicino al 98. ma minore, però d'eſſo 98. & col reſtante fino al 98. formare il numeratore d'vn rotto, che habbi per denominatore il doppio della prima parte, che ci ſerue, ò ſi piglia in luogo d'intiero della ℞; queſti dui, rotto, & intiero, poſti inſieme, formaranno ſubito vn numero, ò ℞ eccedente, il quadrato del quale ſarà molto vicino al 98. che lo ſuperarà ſempre, ſolo nel quadrato del rotto formato.

Di 98. $9\frac{5}{6}$. è preſo per l'intiero della ℞, & il rotto ſarà $\frac{12\frac{7}{6}}{19\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{1}{1}\frac{9}{1}\frac{9}{2}$. quale manca ad arriuare alla vnità intiera in [illegible]. però moltiplicato [illegible]. via [illegible]. che fà $\frac{4}{4}\frac{8}{4}\frac{7}{4}$. quãto è quãto mãca al quadrato della totale ℞ ſcarſa $9\frac{2}{3}\frac{7}{1}\frac{7}{2}$. per arriuare al 98.

Quadriſi $9\frac{277}{312}$
4986
15
$15\frac{306}{312}$
95472
76729
172201
97304
fà $97\frac{74857}{97344}$
cioè $\frac{22487}{97344}$
manco di 98.

Et nel trouare la ℞ ſcarſa delli numeri non quadrati, potiamo ancora vſare l'iſteſſo modo, formando però il denominatore del rotto, con il doppio

Tutte le seguenti sono radici scarse di 98. trouate nell'istesso modo, il quadrato delle quali è in ciascuna scarso nel numero, che nasce à moltiplicare il rotto, ò seconda parte d'esse, per la differenza d'esso rotto alla vnità intiera.

$9\frac{1}{7}$. & $\frac{10\frac{8}{7}}{19\frac{1}{7}}$. cioè $\frac{9}{17}$. che fà $9\frac{1\ 5\ 7}{7\ 7}$.

$9\frac{1}{2}$. & $\frac{3\frac{3}{4}}{20}$. cioè $\frac{3}{8}$. che fà $9\frac{7}{8}$.

$9\frac{2}{3}$. & $\frac{4\frac{5}{9}}{20\frac{1}{3}}$. cioè $\frac{4}{9}$. che fà $9\frac{1}{9}$.

$9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{36}}{20\frac{5}{6}}$. cioè $\frac{7}{...}$. che fà $9\frac{6}{7}$.

$9\frac{8}{9}$. & $\frac{1\frac{7}{81}}{20\frac{8}{9}}$. cioè ... cioè ... che fà $9\frac{8}{9}$.

più più 1. del numero, ò prima parte della ℞, che haueremo preso in luogo d'intiero. Che proposto 98. la ℞ scarsa ordinaria del quale saria $9\frac{17}{19}$. il quadrato della quale saria minore del 98. nel prodotto del rotto $\frac{17}{19}$. via $\frac{2}{19}$. che li mãca ad arriuare à l'intiera vnità, qual prodotto è $\frac{34}{361}$. Noi se pigliaremo per intiero, ò prima parte della ℞ $9\frac{1}{2}$. il rotto sarà $\frac{12-\frac{3}{4}}{19\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{1\ 9\ 9}{3\ 1\ 2}$. & la ℞ totale saria $9\frac{...}{...}$. il quadrato della quale è scarso in ... numero, che nasce à moltiplicare il rotto, cioè la quantità presa per rotto nel formare questa ℞, che è ... via ... differenza di esso rotto alla intiera vnità. Et se pigliassimo per prima parte della ℞ $9\frac{3}{4}$.

il rotto saria $\frac{7\frac{3}{4}}{20}$. cioè $\frac{...}{...}$. che è differente dalla vnità intiera in $\frac{4}{...}$. il prodotto de' quali è ... che è la scarsezza del quadrato della ℞ totale $9\frac{7}{...}$. Et pigliando per prima parte della ℞ $9\frac{8}{9}$. il rotto saria $\frac{...}{20\frac{...}{...}}$. cioè ... cioè ... che è differente dalla vnità intiera in $\frac{...}{...}$. & il loro prodotto è ... che è la scarsezza del quadrato di questa radice $9\frac{8}{9}$.

Ma quì è da auuertire, che nel pigliare queste ℞ scarse in questo modo per ordine, elle nõ sono di mano in mano più propinque fra loro, ne più propinque continuamẽte della prima radice $9\frac{17}{19}$. ordinaria; Che queste radici scarse non seruano l'ordine delle radici eccedenti, Anzi fra queste radici scarse prese per ordine, cioè accrescẽdo sempre à beneplacito il numero, che si piglia per intiero, ò prima parte della ℞, vediamo, che solo quest'vltima $9\frac{8}{9}$. & ... cioè $9\frac{...}{...}$. è più propinqua della ordinaria $9\frac{17}{19}$. (il quadrato della quale manca, cioè è scarso in $\frac{...}{...}$.) & di ciascuna delle due sopradette $9\frac{1}{4}$. con ... Et $9\frac{1}{2}$. con ... Che di queste due $9\frac{1}{4}$. con ... Et $9\frac{1}{2}$. non è però, che la $9\frac{1}{2}$. con ... che hà per prima parte $9\frac{1}{2}$. maggior quantità di $9\frac{1}{4}$. prima parte dell'altra sia più propinqua di detta 9 con ... anzi ella è manco propinqua, cioè più scarsa, perche ... scarsezza del suo quadrato è maggiore di ... scarsezza del quadrato di detta $9\frac{1}{4}$. con ... Che ... ridotto à 97344. esimi, farà $\frac{24060\frac{...}{...}}{97344}$. Et per conoscere la causa di questa loro maggiore, ò minor propinquità al vero, bisogna auuertire, che.

Quadrisi $9\frac{89}{99}$ fà 81. & $16\frac{2}{11}$ & $\frac{7921}{9801}$ $\frac{891}{891}$ cioè $97\frac{9703}{9801}$ māca $\frac{98}{9801}$. p arriuare à 98.

$\frac{1519}{6400}$ si riduca à 97344. esimi $\frac{1344}{6400}$ $\frac{1519}{22785}$ $\frac{96}{1275}$ $\frac{12}{100}$ 127550 saranno $24060\frac{24}{25}$

Se la vnità, ò qual si vogli quantità A, sia diuisa per mezo, cioè in due parti eguali, & ancora sia diuisa in due parti ineguali B, & C, Tanto è il quadrato della mità della quantità A, quanto è quello, che nasce à moltiplicare fra loro le due parti ineguali B, & C, & al prodotto giongere il quadrato della differẽza D, che è da qual si vogli delle due parti ineguali alla mità della detta quantità A. Che essendo poniamo la quantità A 10. diuidendola in due parti eguali, ciascuna sua mità farà 5. & il quadrato d'essa mità, ò vogliamo dire il prodotto delle due parti eguali 5. & 5. moltiplicate fra loro farà 25. Et diuidendo essa quantità A, in due parti ineguali B, & C, poniamo B 2. & C 8. che così la differẽza di ciascuna d'esse 2. & 8. à 5. mità della quantità farà 3 D, ne seguirà, che il prodotto di 2 B, via 8 C, che è 16. gionto al quadrato di D 3. che è 9. farà per somma 25. quanto è il quadrato di 5. mità della quantità A. Et la causa di ciò si conosce

conosce di quì. Il moltiplicare 5. via 5. è quanto moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D, perche 2 B, & 3 D, compongono 5. mità della A; però tanto resulta à dire, moltiplichisi 5. via 5. quanto resulta à moltiplicare 5. via 2 B, & 5. via 3 D, & sommare i dui prodotti 10. & 15. insieme. Ancora à moltiplicare 5 via 3 D, resulta tanto, quanto *(diuidendosi il 5. in 2. eguale a B & in 3. eguale à D. da i quali 2. & 3. è composto il 5.)* à moltiplicare 2 B, via 3 D; & 3 D, via 3 D, *(cioè D, in se medesimo)* & giongere questi dui prodotti insieme. Onde perciò si può dire, che il moltiplicare 5. via 5. resulta tanto, quanto à moltiplicare 5. via 2 B, & 2 B, via 3 D; & 3 D, in se stesso, & sommare insieme questi tre prodotti, ò vogliamo dire questi dui prodotti, & il quadrato detto di D. Questo inteso, & serbato in mente, consideraremo hora, che à moltiplicare 2 B, via 8 C, resulta tanto, quanto se diuidendosi 8 C, in 5. mità dell'A, & in 3 D; si moltiplichi 5. via 2 B, & 3 D, via 2 B. Onde veniamo à conoscere, che il prodotto delle parti ineguali 2. & 8. è eguale alli prodotti di 5. via 2. & 3. via 2. gionti insieme, Et di sopra vedemmo, che il quadrato di 5. mità della quantità A, è eguale alli prodotti di 5. via 2 B, & di 3 D, via 2 B, *(che sono li medesimi dui prodotti detti di sopra)* & al quadrato di 3 D, gionti insieme; però conosciamo, che il quadrato di 5. supera il prodotto di 8 C, via 2 B, nel quadrato di 3 D, onde è chiaro, che quando vna quãtità data è diuisa in due parti eguali, & in due parti ineguali, il prodotto delle due parti ineguali è sempre minore del quadrato della mità della quantità data; Et perche quanto maggiore è questa differenza *(cioè quanto più ciascuna delle parti ineguali è minore della mità della quantità data)* tanto maggiore ancora è il quadrato d'essa differenza, & consequentemente tanto manco viene ad essere il prodotto delle parti ineguali *(qual prodotto è sempre quello, che rimane à cauare il quadrato di detta differenza D, dal quadrato della mità della quantità data)* conosciamo ancora, che quanto più quà si vogli delle due parti ineguali è distante, ò differente dalla mità della quantità data, tanto è minore il prodotto d'esse parti ineguali moltiplicate fra loro.

Hora applicando questo alla consideratione della propinquità delle radici scarse, trouate nel modo sopradetto, verremo à conoscere, che essendo la scarsezza del quadrato di ciascuna di loro tanto, quanto importa à moltiplicare il rotto della ℞, via la differenza, ò restante d'essa alla vnità intiera, esso restante, & rotto della ℞ vengono ad essere le due parti della vnità, quali dui parti, quanto più saranno distanti dalla mità della vnità, cioè da $\frac{1}{2}$. tanto minore sarà il prodotto loro; che quando ciascuna d'esse parti fusse $\frac{1}{2}$. à punto, cioè la mità della vnità, allhora il loro prodotto, che saria $\frac{1}{4}$. saria il maggiore, che possa occorrere, & perche questo prodotto è sempre la scarsezza del quadrato della ℞, vediamo, che sempre, che il rotto d'essa è $\frac{1}{2}$. & che perciò il restãte fino alla vnità, ò vogliamo dire l'altra parte della vnità è medesimamente $\frac{1}{2}$. cioè che la vnità viene ad esser diuisa in due parti eguali, il prodotto del quale $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{4}$. è il maggiore, che possa farsi dalle due parti, in che si diuidesse la vnità, vediamo, dico, che allhora, quando il rotto della ℞ scarsa è $\frac{1}{2}$. il quadrato d'essa ℞ è scarso $\frac{1}{4}$. & è la maggior scarsezza, che in esse possa auuenire; & quando occorre, che il rotto della ℞ sia molto distante dall'$\frac{1}{2}$. o auuicinandosi al niente, ò alla intiera vnità, che così ancora l'altra parte, ò restante della vnità sarà ancor'ella medesimamente molto distante dall'$\frac{1}{2}$. auuicinandosi all'intiera vnità, ò al niẽte, allhora il prodotto loro verrà ad essere molto piccolo, cioè molto minore dell'$\frac{1}{4}$. sopradetto, & però la scarsezza della ℞ farà molto piccola, & consequentemente ella farà molto propinqua al vero.

Questo modo nel pigliare le radici scarse propinque non appare molto commodo, perche non potiamo molto facilmente conoscere la scarsezza del quadrato del numero misto d'intiero, e rotto, che si piglia per intiero, ò prima parte della ℞, se però ella non è composta d'intiero, & d'$\frac{1}{2}$. Che delli numeri simili subito si conosce il quadrato *(poiche poniamo di 13 $\frac{1}{2}$. il quadrato si compone da 13. via 13. & da 13. via $\frac{1}{2}$. due volte. cioè da 1. volta 13. & da $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. onde sarà il composto di 169. 13. & $\frac{1}{4}$. cioè 182 $\frac{1}{4}$. che è quanto moltiplicare il 13. intiero, via 1. più dilui, cioè via 14. & al prodotto 182. giongere $\frac{1}{4}$. quadrato del rotto $\frac{1}{2}$. che fa 182 $\frac{1}{4}$. Et così occorre nelli numeri misti d'intiero, e del rotto $\frac{1}{2}$.)* Et oltre di ciò non siamo poi sicuri come haueremo trouato la ℞ in questo modo, che ella sia più propinqua della ordinaria, cioè se il rotto, che si trouasse farà più differente da $\frac{1}{2}$. di quello, che saria l'ordinario semplicemente, eccetto che quando l'ordinario fusse $\frac{1}{2}$. che allhora preso per l'intiero, ò prima parte della ℞ vn numero misto à beneplacito, sapremo che il rotto, ò seconda parte d'essa ℞, che si trouasse nõ potrà arriuare à detto $\frac{1}{2}$.

Che dicendosi. Trouisi la ℞ scarsa di $12\frac{1}{2}$. ella al modo ordinario saria $3\frac{3\frac{1}{2}}{7}$. cioè $3\frac{1}{2}$. & però il suo quadrato eccederia il $\frac{1}{4}$. proposto in $\frac{1}{4}$. prodotto da $\frac{1}{2}$. rotto della ℞, via $\frac{1}{2}$. che li manca ad arriuare all'vnità intiera, & questa è la maggior scarsezza, che possa occorrere. Onde se vorremo vsare il modo sopradetto, hora trouaremo vna ℞ più propinqua dell'ordinaria; che

Di $12\frac{1}{2}$. la ℞ scarsa sia $3\frac{9}{20}$. & $\frac{\frac{239}{400}}{7\frac{9}{10}}$. cioè $3\frac{9}{20}$. & $\frac{239}{3160}$. che è $3\frac{1661}{3160}$

$\frac{239}{3160}$. via $\frac{2921}{3160}$ 26289 / 67183 fà $\frac{698119}{9985600}$

che è la scarsezza del quadrato della ℞.

Moltiplichisi $3\frac{1661}{3160}$. in se.

9966 / $3\frac{486}{3160}$ / 18960 / 151680 / 2758921 / fà $12\frac{4294681}{9985600}$ / 4992800 / mãca $\frac{698119}{9985600}$

che ponendo l'intiero, ò prima parte poniamo $3\frac{1}{3}$. (*che il suo quadrato è* $11\frac{1}{9}$.) la seconda parte, ò rotto della ℞ sarà $\frac{1\frac{7}{18}}{7\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{25}{138}$. & la ℞ totale verrà ad essere $3\frac{71}{138}$. il quadrato della quale sarà scarso solo in $\frac{2825}{19044}$. prodotto da $\frac{25}{138}$. rotto della ℞, via $\frac{113}{138}$. residuo d'essa alla vnità intiera. Et in questi casi se pigliaremo per intiero, ò prima parte della ℞ quantità maggiore, cioè che più s'accosti col suo rotto ad $\frac{1}{2}$. noi verremo à trouare ℞ ancor più propinqua, perche il rotto, ò seconda parte della ℞ sarà tanto più minore, ò differente dalla $\frac{1}{2}$. vnità, & però moltiplicato via la differenza d'esso alla vnità intiera, il prodotto (*che è la scarsezza del quadrato della ℞*) sarà tanto minore. Onde hora del $12\frac{1}{2}$. proposto preso per prima parte della ℞ scarsa $3\frac{9}{20}$. (*che il quadrato è* $11\frac{361}{400}$.) la seconda parte, ò rotto della ℞ sarà $\frac{\frac{239}{400}}{7\frac{9}{10}}$. cioè $\frac{239}{3160}$. & però la ℞ totale sarà $3\frac{1661}{3160}$. il quadrato della quale sarà scarso solo nel prodotto di $\frac{239}{3160}$. rotto della ℞, via $\frac{2921}{3160}$. residuo d'esso alla vnità intiera, qual prodotto è $\frac{698119}{9985600}$. che è scarsezza minore della antecedente, onde questa ℞ $3\frac{1661}{3160}$. è più propinqua della antecedente, come conosciamo douere auuenire.

Dicendosi. Trouisi la ℞ scarsa di $56\frac{1}{2}$. al modo ordinario ella sarà $7\frac{7\frac{1}{2}}{15}$. cioè $7\frac{1}{2}$. il quadrato della quale ($56\frac{1}{4}$.) manca d' $\frac{1}{4}$. per arriuare al $56\frac{1}{2}$. Hora considerisi l'ordine delle ℞ scarse, così tolte dalli sottoscritti numeri, che sono fra li dui prossimi numeri quadrati intieri 49. & 64. che si conoscerà l'ordine delle scarsezze delli quadrati d'esse.

	50	51	52	53	54	55	56	$56\frac{1}{2}$	57	58	59	60
	$7\frac{1}{15}$	$7\frac{2}{15}$	$7\frac{3}{15}$	$7\frac{4}{15}$	$7\frac{5}{15}$	$7\frac{6}{15}$	$7\frac{7}{15}$	$7\frac{7\frac{1}{2}}{15}$	$7\frac{8}{15}$	$7\frac{9}{15}$	$7\frac{10}{15}$	$7\frac{11}{15}$
d.	14	13	12	11	10	9	8	$7\frac{1}{2}$	7	6	5	4
n.	1	2	3	4	5	6	7	$7\frac{1}{2}$	8	9	10	11
S.	14. è	36	36	44	50	54	56	$56\frac{1}{4}$	56	54	50	44

numerat. della scarsezza del [illegible] della ℞. Il denominat. commune à tutti questi numerat. è 225. quadrato del 15. denominat. del rotto di ciascuna delle superiori radici.

61	62	63
$7\frac{12}{15}$	$7\frac{13}{15}$	$7\frac{14}{15}$
3	2	1
12	13	14
36	26	14

Il numeratore S, del rotto del mancamento del quadrato delle radici, nasce à moltiplicare il numeratore n, del rotto della ℞, via la differenza d, che è da detto numeratore al suo denominatore, onde questa differenza, & numeratore producono il numeratore, però quanto più essi d, & n, sono differenti fra loro, tanto minore è l'S, numeratore della scarsezza, ò mancamento, perche tanto minore è il prodotto di d, & n, che quanto più le due parti del 15. totale sono differenti da $7\frac{1}{2}$. mità d'esso 15. tanto minore è il prodotto di dette due parti, & quando esse due parti del 15. sono eguali fra loro, cioè arriuano, ò non eccedono la mità del 15. totale, essendo ciascuna d'esse $7\frac{1}{2}$. allhora il prodotto loro è il maggiore, che possa farsi, & perche allhora il rotto della ℞ sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{15}$. cioè $\frac{1}{2}$. & il quadrato del numeratore, mità del denominatore, farà l' $\frac{1}{4}$. del quadrato del denominatore, & però il rotto della scarsezza sarà $\frac{1}{4}$. ne segue, che con questa regola la scarsezza non possa mai essere più d' $\frac{1}{4}$. che poi andando dal $56\frac{1}{2}$. al 63. viene à sminuire la scarsezza del quadrato delle radici, con quell'ordine, che è venuta crescẽdo dal 50. al $56\frac{1}{2}$. però conosciamo, che dal 7. al $7\frac{1}{2}$. di radice, la scarsezza vien sempre crescendo, & dal $7\frac{1}{2}$. all'8. ella vien sempre sminuendo. Che essendo il rotto della ℞ minore d' $\frac{1}{2}$. quanto egli è più piccolo, cioè quanto più il numeratore è differente dal commun denominatore, tanto più la ℞ sarà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento. Et essendo il rotto della ℞ maggiore d' $\frac{1}{2}$. similmente quanto maggiore egli sarà, cioè quanto meno il numeratore sia differente dal commun denominatore, tanto più la ℞ sarà propinqua al vero, cioè tanto minore sarà il mancamento.

Auuertimenti circa alli dui modi del pigliare la radice quadrata delli numeri non quadrati, de' quali l'vno dà radice propinqua maggior del douere, Et l'altro dà radice propinqua minore del douere.

QVando in ciascuno delli dui modi il rotto della ℞ è $\frac{1}{2}$. l'vn modo, & lo chiamaremo il primo, fà il quadrato della ℞ eccedente $\frac{1}{4}$. più del douere, Et l'altro modo, che lo chiamaremo il secondo, fà il quadrato della ℞ scarsa $\frac{1}{4}$. manco del douere.

Quando in ciascuno delli dui modi il rotto è minore d' $\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della ℞ eccedente manco d' $\frac{1}{4}$. più del douere, Et il secondo modo fà il quadrato della radice scarsa, manco d' $\frac{1}{4}$. mãco del douere, ma più s'accosta ad $\frac{1}{4}$. questo mãco del douere della scarsa, che il più del douere della eccedẽte, & però più propinqua è la ℞ eccedente, che non è la scarsa, poiche il quadrato della eccedente supera il vero in quantità più piccola, che non è quello, in che il quadrato della ℞ scarsa è minore del vero; Et quãto minore d' $\frac{1}{2}$. sarà il rotto della ℞, tanto più propinqua sarà la ℞ presa al primo modo, cioè la eccedente;

Primo modo.	Secondo modo.
La ℞ eccedente di 30. è $5\frac{5}{10}$. cioè $5\frac{1}{2}$. Il quadrato è $30\frac{1}{4}$. che è $\frac{1}{4}$. più del douere.	La ℞ scarsa di $20\frac{1}{2}$. è $4\frac{4\frac{1}{2}}{9}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Il quadrato è $20\frac{1}{4}$. che è $\frac{1}{4}$. manco del douere.
La ℞ eccedente di 40. è $6\frac{4}{12}$. cioè $6\frac{1}{3}$. Il quadrato è $40\frac{1}{9}$. che è solo $\frac{1}{9}$. più del douere.	La ℞ scarsa di 19. è $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. Il quadrato è $18\frac{7}{9}$. cioè solo $\frac{2}{9}$. manco del douere.
La ℞ eccedente di 45. è $6\frac{9}{12}$. cioè $6\frac{3}{4}$. Il quadrato è $45\frac{9}{16}$. cioè $\frac{9}{16}$. più del douere.	La ℞ scarsa di $22\frac{3}{4}$. è $4\frac{6\frac{3}{4}}{9}$. cioè $4\frac{3}{4}$. Il quadrato è $22\frac{9}{16}$. cioè $\frac{3}{16}$. manco del douere.

Che d'vn rotto minore d' $\frac{1}{2}$. poniamo di $\frac{3}{10}$. minore è il suo quadrato (*che nasce à moltiplicare esso* $\frac{3}{10}$. *via* $\frac{3}{10}$. *rotto, che hà per numeratore il medesmo 3.*) che non è il prodotto, che nasce à moltiplicare esso rotto $\frac{3}{10}$. via il residuo $\frac{7}{10}$. d'esso alla vnità, qual residuo hà per numerat. numero maggiore, che non è il numeratore d'esso rotto, poiche il numeratore del residuo detto contiene il numeratore d'esso rotto, & tanto di più, quanto è il doppio della differenza, che si troua fra il numeratore d'esso rotto, & la mità del denominatore, onde minore sarà il numerat. del quadrato del $\frac{3}{10}$. che il numeratore del prodotto di $\frac{3}{10}$. via $\frac{7}{10}$. essendo denominatore di ciascun d'essi vn medesmo prodotto di 10. denominatore, via 10. denominatore.

Et quando in ciascuno delli dui modi il rotto è maggiore d' $\frac{1}{2}$. Il primo modo fà il quadrato della ℞ eccedẽte più d' $\frac{1}{4}$. più del douere, & il secondo modo fà il quadrato della ℞ scarsa manco d' $\frac{1}{4}$. manco del douere, & però più propinqua è la ℞ presa al secondo modo, cioè la scarsa, che la ℞ presa al primo modo, che è la eccedente, poiche il quadrato della eccedente s'allontana dal vero più d' $\frac{1}{4}$. ma il quadrato della scarsa s'allontana dal vero manco d' $\frac{1}{4}$. Et quanto più il rotto della ℞ eccederà $\frac{1}{2}$. tanto più propinqua sarà la scarsa, che la eccedente.

Et notisi, che della ℞ presa al secondo modo, il suo rotto mai può arriuare alla vnità, poiche il denominatore d'esso è sempre l'intiera differẽza, ò l'intiero numero, in che il quadrato dell'intiero della ℞ è differente dal quadrato dell'intiero maggiore subito seguente; & il numeratore del rotto non arriua mai à tal differenza, & però non arriua al denominatore. Che la ℞ di $24\frac{7}{8}$. per esempio è 4. & $\frac{8\frac{7}{8}}{9}$. che 9. denominatore è la differenza di 16 à 25. num. quadrato seguente, alla quale non può mai arriuare l'$8\frac{7}{8}$. numeratore. Ma della ℞ presa al primo modo, il rotto può arriuare alla vnità, & eccederla; perche essendo il denominatore la differenza manco 1. che si troua fra il quadrato dell'intiero della ℞, & il quadrato dell'intiero seguente, ne segue, che il numeratore sarà eguale al denominatore (*& però il rotto sarà 1. vnità*) sempre che il numero, di che si piglia la ℞ è 1. manco di numero quadrato intiero. Et quando esso numero, di che si piglia la ℞ è manco d'1. mãco di numero quadrato intiero, allhora il numeratore sarà maggiore del denominatore, & però il rotto, ò quantità in forma di rotto, che egli mostrarà sarà più d'1. vnità; non potrà già passare la vnità in rotto, che hauendo l'istesso denominatore, habbi per numeratore 1; anzi esso numeratore sarà sempre manco d'1. (*perche il deno-*

La ℞ di 24. è $4\frac{8}{8}$. cioè 4. & 1. cioè 5. Il quadrato è 25. che eccede il vero 24. nell'1. quadrato d'$\frac{8}{8}$.

Moltiplichisi $5\frac{7}{64}$. in se stesso

25

$1\frac{6}{64}$ $\frac{49}{4096}$

fà $26\frac{433}{4096}$

cauisene $24\frac{7}{8}$

512

resta $1\frac{945}{4096}$. eccesso eguale al quadrato di $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. cioè d'$1\frac{7}{64}$.

La ℞ di $24\frac{7}{8}$. è $4\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. cioè 4. & 1. & $\frac{\frac{7}{8}}{8}$. qual $\frac{\frac{7}{8}}{8}$. non arriua ad $\frac{1}{8}$. & è $\frac{7}{64}$. & però in tutto la radice è $5\frac{7}{64}$. che il quadrato è $26\frac{433}{4096}$. quale eccede il vero $24\frac{7}{8}$. in $1\frac{945}{4096}$. quadrato del rotto $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$.

Moltiplichisi $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$. via $\frac{8\frac{7}{8}}{8}$

8) 78 $\frac{49}{64}$

8) 9 $\frac{433}{512}$

fà $1\frac{945}{4096}$

il numeratore non può arriuare alla total differenza, che è dal quadrato dell'intiero della ℞, al quadrato del numero intiero seguente) cioè il numeratore nõ può arriuare ad essere 1. più del denominatore, & però il quadrato della ℞ presa al primo modo nõ può mai eccedere il vero nel quadrato di $\frac{3}{2}$. cioè in $2\frac{1}{4}$, ma sempre l'eccesso sarà manco di $2\frac{1}{4}$. poiche di $3\frac{7}{8}$. ò altro numero, che non arriui à 4. non può la radice arriuare ad $1\frac{1}{2}$. & però il rotto, ò quãtità in forma di rotto accompagnata all'intiero della ℞ *(che hora è 1.)* nõ può arriuare ad $1\frac{1}{2}$. ne però il suo quadrato *(che è l'eccesso)* arriuarà à $2\frac{1}{4}$.

Auuertimento notabile nella estratione delle radici, per formare subico vn rotto, che accompagnato all'intiero, formi quantità, il quadrato della quale sia minore del vero, ma à lui molto più propinquo, che formandolo al modo ordinario.

PEr pigliare la ℞ propinqua non eccedente il vero d'vn numero proposto, poniamo di 19. l'intiero è 4. & auanza 3. per numeratore del rotto, il denominatore del quale al primo modo saria 8. formãdo $\frac{3}{8}$. & al secondo modo saria 9. formando $\frac{3}{9}$. Ma noi formiamolo al primo modo, che sarà $\frac{3}{8}$. Hora, perche sappiamo, che 8. è denominatore più piccolo del douere, & 9. è più grande del douere; poniamolo fra 8. & 9. giongendo all'8. quel pezzo d'vnità, che è mostrato dal $\frac{3}{8}$. formato al primo modo, cioè giongiamoli $\frac{3}{8}$. & farà per denominatore $8\frac{3}{8}$. & il rotto allhora con il 4. intiero, fà $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. *(cioè $4\frac{24}{67}$.)* & questo è ℞ del 19. minore del vero, più propinqua, che $4\frac{3}{9}$. Et lo conosciamo di qui. Perche il quadrato di questo $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. consta, cioè è composto del quadrato di 4. che è 16. *(che sino al 19. proposto resta 3.)* & delle due moltiplicationi di 4. via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. & del quadrato di $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. se consideraremo esse due moltiplicationi, ò prodotti d'esse, & il quadrato del rotto, conosceremo la somma loro non potere arriuare al 3. detto; Che se il rotto fusse $\frac{3}{8}$. le due moltiplicationi, ò prodotti fariano 3. intieri, cioè $\frac{24}{8}$. ma perche il rotto è minore di $\frac{3}{8}$. *(poiche $8\frac{3}{8}$. denominatore è maggiore, che se fusse 8.)* ne segue, che il doppio di 4. via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. non possa arriuare à 3. intieri, come fà il doppio di 4. via $\frac{3}{8}$. Anzi, perche in vn modo si moltiplica 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intiero, & il prodotto 24. si parte per 8. denominatore. Et nell'altro modo si moltiplica pure 3. numeratore, via 8. doppio del 4. intiero, ma il prodotto 24. si parte per $8\frac{3}{8}$. denominatore. Vediamo, che in quest'altro modo, accioche l'auuenimento fusse 3, vi viene à mancare il prodotto di 3. numeratore, via la differenza delli dui denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. ad $8\frac{3}{8}$. qual differenza è $\frac{3}{8}$. *(cioè essa differenza è sempre quanto saria il rotto $\frac{3}{8}$. eccedente il vero gionto al 4. intiero, formando $4\frac{3}{8}$. al primo modo)* onde moltiplicato 3. numeratore, via $\frac{3}{8}$. *(rotto aggiunto al denominatore primiero 8.)* che fà $\frac{9}{8}$. conosciamo questo $\frac{9}{8}$, mancare al 24. accioche la somma $24\frac{9}{8}$. partita per $8\frac{3}{8}$. denominatore ci desse per auuenimento 3. *(restante di 16. à 19.)* cioè conosciamo, che le due moltiplicationi di 4. intiero, via $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. rotto, non arriuano à 3. ma vi manca $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. cioè $\frac{9}{8}$. esimo di $8\frac{3}{8}$. ò vogliamo dire 9. esimo del prodotto di 8. via $8\frac{3}{8}$. al che conosceremo non poter supplire, cioè non arriuare il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Considerando, che il quadrato del numeratore 3. è 9. & questo 9. è sempre eguale al 9. numeratore, che forma il $\frac{9}{8}$. nel $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. *(poiche*

(poiche ancora in esso il 9. nasce dal moltiplicare 3. numeratore di $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. via il 3. à lui dal supposito eguale, che è numeratore del $\frac{3}{8}$. parte dell'$8\frac{3}{8}$. denominatore totale del rotto da noi formato) & il quadrato del denominatore $8\frac{3}{8}$. è il prodotto di $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. però il quadrato d'esso rotto sarà 9. esimo d'$8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. & questo denominatore, cioè $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. è sempre maggiore del denominatore del 9. esimo d'8. via $8\frac{3}{8}$. quale è solo 8. via $8\frac{3}{8}$. *(poiche l'vno $8\frac{3}{8}$. è sempre eguale à l'vno $8\frac{3}{8}$. ma l'altro $8\frac{3}{8}$. è sempre maggiore dell'altro 8.)* Et perche stando fermo il numeratore, quando il denominatore s'accresce, allhora il rotto si viene à sminuire, ne segue, che $\frac{9}{8\frac{3}{8}.\text{ via }8\frac{3}{8}}$. sia minore, che $\frac{9}{8.\text{ via }8\frac{3}{8}}$. però minore è il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che nõ è il $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. quale manca alle due moltiplicationi, ò prodotti già detti, per arriuare à 3. Onde conosciamo, che il quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. nõn può arriuare à 19. ma vi mãca tanto, quanto è la differẽza di $\frac{9}{8.\text{ via }8\frac{3}{8}}$. à $\frac{9}{8\frac{3}{8}.\text{ via }8\frac{3}{8}}$ & questa si troua ponendo per numeratore il prodotto, che nasce à moltiplicare 9. commune numeratore *(quadrato del 3. numeratore del $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$.)* via la differenza delli dui denominatori, cioè via la differenza, che è da 8. via $8\frac{3}{8}$. ad $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. ma questa è quanto $\frac{3}{8}$. *(differenza d'8. ad $8\frac{3}{8}$. primi numeri, ò vogliamo dire rotto aggiunto all'8. per formare il denominatore)* via $8\frac{3}{8}$. *(denominatore da noi formato)* cioè quanto li $\frac{3}{8}$. d'$8\frac{3}{8}$. che sono $3\frac{9}{64}$. & però il numeratore verrà ad essere 9. via $3\frac{9}{64}$. cioè $28\frac{17}{64}$. Et il denominatore sarà il prodotto, che nasce à moltiplicare i dui denominatori fra loro, cioè 8. via $8\frac{3}{8}$. che è l'vno, via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. che è l'altro. Per trouare dunque il numeratore, bisogna moltiplicare 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Et per trouare il denominatore, bisogna moltiplicare 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. però leuando $8\frac{3}{8}$. da ciascuna parte, il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via $\frac{3}{8}$. Et il denominatore moltiplicando 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Ma moltiplicare per $\frac{3}{8}$. è quanto moltiplicare per 3. & partire per 8. però Il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. & partendo per 8. Et il denominatore si trouarà moltiplicando 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Et volendo nel numeratore leuare il partire per 8. bisogna nel denominatore moltiplicare conuersamente per l'istesso 8. Onde il numeratore si trouarà moltiplicando 3. via 3. via 3. Et il denominatore moltiplicãdo 8. via 8. via $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. Cioè il numeratore si trouarà cubando il 3. & il denominatore si trouarà moltiplicando il quadrato d'8. via il quadrato d'$8\frac{3}{8}$. cioè 64. via $70\frac{9}{64}$. ò vogliamo dire moltiplicando il prodotto d'8. via $8\frac{3}{8}$. in se stesso, cioè 67. via 67. che fà 4489. però haueremo $\frac{27}{4489}$. Il mancamento dunque *(pigliando la ℞ in questo modo)* si troua ponendo il cubato dell'auanzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore, ponendoui quel numero, che nasce à moltiplicare il quadrato del denominatore preso al primo modo, cioè il quadrato del doppio dell'intiero della ℞, via il quadrato del denominatore, secondo questa regola formato, O vogliamo dire *(che resulta l'istesso)* di sotto alla riga per denominatore, ponendoui il quadrato del numero, che nasce à moltiplicare il doppio dell'intiero della ℞, via il denominatore del rotto della ℞, secondo questa regola formato.

Ma se vorremo dar modo di trouare di quanto il quadrato della ℞ trouata sia minore del numero proposto da trouarne la ℞, qual modo sia conforme più che si può al modo, che si tiene formandosi il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero *(come se di 19. dicessimo ella essere $4\frac{3}{9}$. che per trouare il mancamento si moltiplica la differenza, che è da $\frac{3}{9}$. ad 1. intiero, & è $\frac{6}{9}$. via esso rotto $\frac{3}{9}$. che fà $\frac{18}{81}$.)* noi potremo dire. Scritto l'intiero della ℞, & posto l'auãzo sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto il doppio dell'intiero, veggasi, che rotto se ne forma, & l'istesso rotto si giunga al doppio dell'intiero, che il composto sarà il denominatore del rotto, che con l'intiero formarà quãtità, il quadrato della quale sarà poco minore del numero pro-

La ℞ di 19. Saria $4\frac{3}{8}$. propinqua eccedente, Ma giongendo il rotto $\frac{3}{8}$. al denominatore 8. facciamolo essere $8\frac{3}{8}$. che così il rotto d'hora sarà $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. cioè $\frac{24}{67}$. Et la ℞ d'hora sarà $4\frac{24}{67}$. propinqua nõ ecced. Però di 19. la ℞, diciamo essere $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Trouisi il suo quadrato. Il quadrato dell'intiero è 16. li dui rettangoli, ò prodotti dall'intiero 4. via il rotto, sono $\frac{24}{8\frac{3}{8}}$. cioè non arriuano à 3. che bisognaria fussero $\frac{24\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$ però vi manca $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. qual $\frac{9}{8}$. numeratore è 3. volte $\frac{3}{8}$. cioè è il prodotto, che nasce à moltiplicare 3. numeratore del rotto

$\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. via $\frac{3}{8}$. parte dell'$8\frac{3}{8}$. aggiunta; però il 9. del $\frac{9}{8}$. è sempre il quadrato del 3. primiero restante della ℞, ò numeratore principale del rotto della ℞; & l'8. del medesmo $\frac{9}{8}$. è sempre quella parte del denominat. che serue in esso per intiero. Et esso $\frac{\frac{9}{8}}{8\frac{3}{8}}$. è quanto dire 9. *(quadrato di 3. primiero restãte)* da partire per il prodotto d'8. che faria eccedere via $8\frac{3}{8}$. *(di detto 8. maggiore)* denominat. da noi poi formato. Il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. è quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante da partire per il prodotto d'$8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. & però l'auuenimento sarà manco, che à partire il medesmo 9. *(quadrato di 3. numeratore, ò primiero restante)* per il prodotto d'8. via $8\frac{3}{8}$. come accade nella quantità, che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare à 3. che per essere 8. manco d'$8\frac{3}{8}$. minore è il prodotto di 8. via $8\frac{3}{8}$. che il prodotto di $8\frac{3}{8}$. via $8\frac{3}{8}$. cioè minore è 67. che $70\frac{9}{64}$. Onde partendo 9. per $70\frac{9}{64}$. ne verrà manco, che à partire 9. istesso per 67. cioè il $70\frac{9}{64}$. entra manco volte nel 9. che non vi entra il 67. *(che quanto più vn numero è grande, tante manco volte entra in vn numero proposto)* & però essendo la quantità, che nasce à partire 9. per $70\frac{9}{64}$. *(& è $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. che mostra il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$.)* minore di quella, che nasce à partire 9. per 67. & è $\frac{9}{67}$. che mostra quello, che manca alli dui rettangoli già detti per arriuare à 3. conosciamo, che più manca alli dui rettangoli, che non è il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. cioè il quadrato d'esso rotto nõ arriua à detto mancamento; però il quadrato della ℞ detta, cioè di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. nõ arriuarà à 19. come si diceua voler mostrare. Anzi vi manca tanto, quãto è da $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. quadrato del rotto à $\frac{9}{67}$. mancamento delli dui rettangoli, qual differenza di $\frac{9}{70\frac{9}{64}}$. à $\frac{9}{67}$. si trouarà moltiplicando $3\frac{9}{64}$. differenza delli denominatori, via 9. numeratore commune, che fà $27\frac{81}{64}$. cioè $28\frac{17}{64}$. per numeratore, & sarà denominatore il prodotto delli dui denominatori $70\frac{9}{64}$. & 67. fra loro, che fà $4690\frac{603}{64}$. però haueremo $\frac{28\frac{17}{64}}{4690\frac{603}{64}}$. cioè $\frac{1809}{300763}$. che schisato per 67. è $\frac{27}{4489}$. che è la differenza cercata, & però è quello, che manca al quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. per arriuare à 19.

proposto da pigliarne la ℞. Et per trouare in quãto egli è minore senza quadrare la ℞; noi del denominatore formato pigliaremo la istessa parte, che mostra il rotto gionto al doppio dell'intiero, & postolo, ò consideratolo per numeratore sopra ad vna riga, di sotto vi poneremo il denominatore totale, poi con la differenza, che è dal nostro rotto à questo si moltiplichi il nostro rotto, che il prodotto sarà quello, in che il quadrato della ℞ sarà minore del numero proposto da pigliarne la ℞. Onde dicendo in questo modo la radice di 19. essere nõ $4\frac{3}{9}$. ma $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. perche habbiamo all 8. gionto nõ 1. intiero, cioè $\frac{8}{8}$. ma solo $\frac{3}{8}$. non si pigli vna volta il 9. denominatore, formando nuouo numerat. che habbi per denominatore il medesmo 9. & saria $\frac{9}{9}$. da cauarne il $\frac{3}{9}$. che resta $\frac{6}{9}$. & con questo moltiplicare il $\frac{3}{9}$. che faria $\frac{18}{81}$. per il mãcamento; ma perche, dico, all' 8. habbiamo gionto $\frac{3}{8}$. facendolo essere $8\frac{3}{8}$. pigli si li medesmi $\frac{3}{8}$. di questo $8\frac{3}{8}$. che è $3\frac{9}{64}$. ponẽdolo per numeratore, & il denominatore sia il medesmo denominatore $8\frac{3}{8}$. che formarà $\frac{3\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. & di questo si caui il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che resta $\frac{\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. col quale si moltiplichi il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. che farà $\frac{\frac{27}{64}}{8\frac{3}{8}\text{. via }8\frac{3}{8}}$. per il mancamento cercato.

Et perche nel pigliare li $\frac{3}{8}$. d'$8\frac{3}{8}$. delli quali poi s'hà da cauare 3. sappiamo, che quãto all'8. solo, li suoi $\frac{3}{8}$. sono il medesmo 3. che s'hà da cauare, bastarà pigliare li $\frac{3}{8}$. del $\frac{3}{8}$. che vi è oltre all'8. & sono $\frac{9}{64}$. & questa è la differenza, che si cerca; però haueremo da moltiplicarlo per il 3. numeratore, che fà $\frac{27}{64}$. per numeratore, & il denominatore sarà il quadrato d'$8\frac{3}{8}$. che questa è la operatione, che si fà moltiplicando $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. via $\frac{\frac{9}{64}}{8\frac{3}{8}}$. Onde si potria anco dire. Presi li $\frac{3}{8}$. del $\frac{3}{8}$. gionto all'8. cioè moltiplicato in se stesso il $\frac{3}{8}$. gionto, & il prodotto moltiplicato per 3. numeratore. O vogliamo dire moltiplicato il quadrato del $\frac{3}{8}$. aggionto per 3. numeratore, il prodotto si pona sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore vi si pona il quadrato

quadrato del nostro denominatore $8\frac{3}{8}$. che il rotto così formato sarà il mancamento cercato. Et ben si vede qual si vogli di questi modi di dire, ò operare, hauere la deriuatione dal discorso già fatto di sopra, che perciò non ne dirò altro.

Et perche d'vn rotto, ò quantità posta in forma di rotto, stando fermo il numeratore, quanto più si accresce il denominatore, tanto più piccolo diuenta esso rotto, ne segue, che se nel pigliare la ℞ di 19. al modo detto, che hauerà per intiero 4. & per rotto $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. & questo $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. è sempre minore del douere, ne segue, dico, che se all'8. dell'$8\frac{3}{8}$. giongeremo rotto maggiore di $\frac{3}{8}$. come fariano $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}$. ò altro, allhora il denominatore sarà maggiore dell'$8\frac{3}{8}$. & però il rotto, che giongendo all'8. poniamo $\frac{1}{2}$. saria $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. sarà minore di $\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Onde $4\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire $4\frac{6}{17}$. sarà minore di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. Onde il suo quadrato sarà ancora minore del 19. più che non è il quadrato di $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$.

La ℞ di 19. è $4\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. cioè $4\frac{6}{17}$. Hora moltiplicando 3. auanzo, via $\frac{1}{2}$. rotto del denominatore, fà $\frac{3}{2}$. per numeratore, essendo denominatore il totale denominatore $8\frac{1}{2}$. che però significarà $\frac{3}{17}$. dal che si caui il quadrato del rotto $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. cioè di $\frac{6}{17}$. che però cauaremo 36. 289. esimi da 3. via 17. cioè da 51. 289. esimi, & resta 15. 289. esimi, cioè $\frac{15}{289}$. che è quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. per arriuare à 19.

cioè $4\frac{6}{17}$. sarà anco ella ℞ propinqua di 19. non eccedente il vero, ma non così propinqua, quanto era il $4\frac{3}{8\frac{3}{8}}$. ò vogliamo dire $4\frac{24}{67}$. Et per vedere quanto manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. ad arriuare al 19. vediamo, che se l'$8\frac{1}{2}$. denominatore fusse 8. ò vogliamo dire il 17. fusse 16. allhora li dui rettangoli, ò moltiplicationi di 4. intiero, via il rotto, produrriano il 3. che mãca fino al 19. ma perche $8\frac{1}{2}$. è $\frac{1}{2}$. più d'8. ouero il 17. è 1. più di 16. vi mancarà 3. volte $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{3}{2}$. esimi d'$8\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, 3. volte 1. cioè 3. esimi di 17. che sono $\frac{3}{17}$. Vi è mò il quadrato del $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire di $\frac{6}{17}$. da cauare dal $\frac{3}{17}$. qual quadrato è $\frac{36}{289}$. che cauato da $\frac{3}{17}$. cioè da 3. via 17. 51. 289. esimi, resta $\frac{15}{289}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{6}{17}$. ad arriuare à 19 Ma questo mancamento con Regola vniuersale si può ancora trouare così. Del denominatore totale piglisi la parte mostrata dal rotto accompagnato al doppio dell'intiero, per formare il denominatore totale, & posta sopra ad vna riga per numeratore, di sotto per denominatore vi si pona il denominatore totale, & di quello, che ne nasce, si caui il rotto nostro formato al modo detto, & il restante si moltiplichi via il detto rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Però hora all' 8. hauendo gionto $\frac{1}{2}$. noi pigliaremo la mità d'$8\frac{1}{2}$. che è $4\frac{1}{4}$. formando $\frac{4\frac{1}{4}}{8\frac{1}{2}}$. & di questo cauaremo $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. che resta $\frac{1\frac{1}{4}}{8\frac{1}{2}}$. quale moltiplicaremo per $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$ & fà $\frac{3\frac{3}{4}}{72\frac{1}{4}}$. cioè $\frac{15}{289}$. che è il mancamẽto cercato. Potressimo anco dire per Regola generale da trouare il mancamento. Cauisi il rotto nostro dal rotto aggiunto al doppio dell'intiero, & il restante si moltiplichi con il rotto nostro, che il prodotto sarà il mancamento cercato. Onde cauato $\frac{3}{8\frac{1}{2}}$. da $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{6}{17}$. da $\frac{8\frac{1}{2}}{17}$. resta $\frac{2\frac{1}{2}}{17}$. & questo moltiplicato per $\frac{6}{17}$. fà $\frac{15}{289}$. per il mancamento cercato.

Piglisi la ℞ di 108. eccedente, con il modo detto. Ella è $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. Che dicendo $10\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. farà $10\frac{10}{27}$. Per trouare il mancamento si diria, da $\frac{10}{27}$. à $\frac{2}{5}$. rotto aggiunto, vi è $\frac{\frac{4}{5}}{27}$. che moltiplicato via $\frac{10}{27}$. fà $\frac{8}{729}$. che saria il mancamento.

Moltiplichisi $10\frac{10}{27}$. in se stesso $\frac{200}{27}$. $\frac{100}{729}$.

Fà $107\frac{397}{729}$. però manca in $\frac{332}{729}$. che non si conforma con l'$\frac{8}{729}$. trouato con la regola vniuersale. Et di più vediamo, che esso mancamento è più d'$\frac{1}{4}$. quale $\frac{1}{4}$. è il maggior mancamento, che possa occorrere nella ℞, presa al modo ordinario *(che hora saria $10\frac{8}{20}$. & il mancamento saria solo $\frac{64}{400}$)* però la nostra ℞ $10\frac{10}{27}$. saria mãco propinqua della ordinaria $10\frac{8}{20}$. onde haueressimo fatto cõtro al nostro intẽto, che è di hauere ℞ più propinqua dell'ordinaria. Quì dunque notisi, che ponendo la ℞ di 108. essere $10\frac{8}{20}$. & poi gionto il medesmo $\frac{8}{20}$. al 20. che fà

Di 19. la ℞ non eccedente sia $4\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. cioè $4\frac{9}{26}$.
$4\frac{9}{26}$. via $4\frac{9}{26}$.

$$\begin{array}{l} 16 \\ 2\ \frac{20}{26}.\ \&\ \frac{3\frac{1}{26}}{26} \\ \hline \text{fà } 18\frac{23\frac{1}{26}}{26}.\ \text{mãca in } \frac{2\frac{3}{26}}{26}.\ \text{cioè } 1\frac{75}{676} \end{array}$$

Per trouare il mancamento.

A moltiplicare 3. via $\frac{2}{3}$. fà 2. che è esimo d'$8\frac{2}{3}$. però significa $\frac{6}{26}$. Il quadrato di $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. cioè di $\frac{9}{26}$. è $\frac{81}{676}$. da cauare da $\frac{6}{26}$. cioè da *(6. via 26.)* 156. 679. esimi, & resta $\frac{75}{676}$. che è il mancamento cercato.

Ouero.

Li $\frac{2}{3}$. d'$8\frac{2}{3}$. denominatore sono $\frac{17\frac{1}{3}}{3}$. p numeratore, essendo denominatore il denominatore totale, però si hauerà $\frac{5\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. Cauisene il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. che resta $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. da moltiplicare via il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. & se ne produce $\frac{8\frac{1}{3}}{8\frac{2}{3}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{8\frac{1}{3}}{\frac{676}{9}}$. cioè $\frac{75}{676}$. che è il mancamento.

Ouero.

Cauisi il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. da $\frac{2}{3}$. rotto aggiunto, cioè da $\frac{5\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. che resta $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{2}{3}}$. & questo si moltiplichi con il rotto nostro $\frac{3}{8\frac{2}{3}}$. & produce $\frac{8\frac{1}{3}}{\frac{676}{9}}$. cioè $\frac{75}{676}$. che è il mancamento.

Piglisi la ℞ scarsa di 110. con il modo vltimamente mostrato. Ella è $10\frac{10}{20\frac{1}{2}}$. cioè $10\frac{20}{41}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{20}{41}$. ad $\frac{1}{2}$. aggiunto, vi è di differenza $\frac{\frac{1}{2}}{41}$. che moltiplicato via $\frac{20}{41}$. fà $\frac{10}{1681}$. che è il mancamento.

Ouero. Hora, che la ℞ $10\frac{10}{20\frac{1}{2}}$. è trouata con il modo mostrato, cioè giongendo al 20. denominatore eccedẽte $\frac{1}{2}$. rotto mostrato dal $\frac{10}{20}$. che fà $20\frac{1}{2}$. per il denominatore totale. Cubisi il 10. auãzo della ℞, ò numeratore non alterato del nostro rotto, & fà 1000. per numeratore, poi moltiplichisi 20 denominatore eccedente, via $20\frac{1}{2}$. denominatore totale, che fà 410. & questo si moltiplichi in se stesso, che fà 168100. per denominatore, che haueremo $\frac{1000}{168100}$. cioè $\frac{10}{1681}$. per il mancamento cercato.

che fà $20\frac{8}{20}$. ouero $20\frac{2}{5}$. che è il medesimo, per denominatore, & così haueremo $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. che saria la ℞ propinqua del 108; quando si disse, che $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. era $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. poiche $\frac{8}{20}$. è $\frac{2}{5}$. & $\frac{8}{20}$. secondo è similmente $\frac{2}{5}$. però $\frac{2}{2\frac{2}{3}}$. si pose essere quanto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. ouero quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. in questo è errore, ne è vero, che tanto sia $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè 2. esimo di $5\frac{2}{5}$. cioè 2. da partire per $5\frac{2}{5}$. quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè 8. esimo di $20\frac{2}{5}$. cioè 8. da partire per $20\frac{2}{5}$. *(che partendo 2. per $5\frac{2}{5}$. ne viene $\frac{10}{27}$. & à partire 8. per $20\frac{8}{20}$. ò per $20\frac{2}{5}$. ne viene $\frac{20}{51}$.)* la causa è, che se à 20. si giunge $\frac{2}{5}$. esso $\frac{2}{5}$. viene ad essere $\frac{1}{50}$. di 20. però quello, che era 50. douenta 51. Ma se à qual si vogli altro numero si giunge il medesmo $\frac{2}{5}$. non se gli viene à giungere il suo $\frac{1}{50}$. perche solo di 20. è $\frac{2}{5}$ l'$\frac{1}{50}$. però non si viene con la istessa aggiunta à mantenere in diuersi numeri la istessa proportione d'augumento; onde bisogna auuertire bene à ciò, & però non occorre, ò vogliamo dire, anzi nõ s'hà da mouere il primo rotto fatto dall'auãzo, & dal doppio dell'intiero della ℞ dal suo essere, per non variare la quantità del suo denominatore, ò doppio dell'intiero. Et che $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. non sia l'istesso, che $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. lo conosceremo benissimo schisando esso $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. per 4. cioè partendo così il denominatore, come il numeratore per 4. che il 4. in 8. entra 2. volte, cioè à partire 8. per 4. ne viene 2. per numeratore, & à partire $20\frac{8}{20}$. per 4. ne viene $5\frac{2}{20}$. cioè $5\frac{1}{10}$. per denominatore; onde haueremo $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & questo è quanto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$, però diressimo la ℞ propinqua non eccedente di 108. essere $10\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. che così questo, come $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. significa $10\frac{20}{51}$. Et notisi, che se dicessimo la ℞ di 108. essere $10\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. perche il 2. numeratore non è il vero auanzo 8. come ne il 5. intiero del denominatore non è il doppio di 10. intiero della ℞, ne anco il $\frac{2}{5}$. rotto del denominatore non è quel rotto, che saria quando il 2. numeratore di detto $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. fusse il vero auãzo 8; & però non potiamo dire il nostro rotto essere $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè significare $\frac{10}{27}$. & perciò la ℞ di

108.

Moltiplichisi $10\frac{20}{41}$
via $10\frac{20}{41}$

$$\begin{array}{lr} & 400 \\ 100 & \\ 9\frac{31}{41} & 400 \\ & 1681 \\ & 1271 \\ \hline \end{array}$$

fà $109\frac{1671}{1681}$. che manca in $\frac{10}{1681}$. come si troua ancora con la regola vniuersale.

108. essere $10\frac{10}{27}$. mã perche il 2. numeratore è alterato, douendo essere 8. vediamo, che esso 2. è la quarta parte dell'8. però il $5\frac{2}{5}$. anco egli similmente *(essendo schisato l'8. numeratore primiero, & consequentemente il denominatore per 4.)* è la quarta parte del denominatore primiero, del quale ci habbiamo da seruire, però moltiplicando $5\frac{2}{5}$. per 4. che fà $20\frac{8}{5}$. questo saria il denominatore primiero, però il total rotto saria $\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. per ilche non $\frac{8}{20}$. ma $\frac{8}{5}$. molto maggiore, haueressimo gionto al 20. denominatore, ò doppio dell'intiero 10. onde molto minore saria l'$\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. che l'$\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. *(che quello significaria $\frac{40}{108}$. cioè $\frac{10}{27}$. & questo $\frac{160}{408}$. cioè $\frac{20}{51}$.)* & però minore saria il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. cioè $10\frac{10}{27}$. *(& è $107\frac{397}{729}$. che al 108. li mãca $\frac{332}{729}$.)* che il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè di $10\frac{20}{51}$. *(& è $107\frac{2593}{2601}$. che al 108. li manca $\frac{8}{2601}$.)*

Et notisi, che quello, in che il quadrato di $10\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. è minore del 108. si può pur trouare con la regola vniuersale, che sempre serue, giongasi quello, che si vogli al denominatore intiero doppio della ℞ trouata; onde per vsarla, hora che l'aggiunto è $\frac{8}{5}$. diremo da $\frac{8}{20\frac{8}{5}}$. cioè da $\frac{10}{27}$. rotto totale ad $\frac{8}{5}$. aggiunto, resta $\frac{166}{135}$. & questo moltiplicato via $\frac{10}{27}$. rotto totale, fà $\frac{332}{729}$. che è quello, in che il quadrato di $10\frac{10}{27}$. è minore del 108. proposto.

Pigliando la ℞ di 108. con il modo vltimamente mostrato, ella sarà veramente $10\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. cioè $10\frac{40}{102}$. cioè $10\frac{20}{51}$. Per trouare il mancamento; Da $\frac{20}{51}$. à $\frac{2}{5}$. aggiunto, vi è $\frac{2}{255}$. che moltiplicato con $\frac{20}{51}$. fà $\frac{40}{13005}$. cioè $\frac{8}{2601}$. che è il mancamento. Ouero. Cubisi l'8. numeratore non alterato, ò auanzo dell'intiero della ℞, & fà 512. per numeratore, poi moltiplichisi 20. denominatore eccedente per $20\frac{2}{5}$. denominatore totale, che fà 408. & questo si moltiplichi in se stesso, che fà 166464. per denominat. & così haueremo $\frac{512}{166464}$. cioè $\frac{64}{20808}$. cioè $\frac{8}{2601}$. che è il mancamento cercato.

Quadrisi $10\frac{20}{51}$

$$\begin{array}{lr} \hline & 400 \\ 100 & \\ 7\frac{43}{51} & 400 \\ & 2605 \\ & 2193 \\ \hline \end{array}$$

fà $107\frac{2593}{2601}$. che manca in $\frac{8}{2601}$.

Notisi ancora, che nel dire la ℞ di 108. essere 10. & $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. noi potiamo bene schisare il rotto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. ma si deue schisare al modo ordinario, cioè partendo il numeratore 8. & ancora il denominatore $20\frac{8}{20}$. per vn medesmo numero; che se hora schisaremo per 4. il 4. in 8. numeratore entra 2. volte per nuouo numeratore, & il medesmo 4. nel 20. & $\frac{8}{20}$. denominatore entra volte 5. & $\frac{2}{20}$. per nuouo denominatore, onde il nuouo rotto sarà $\frac{2}{5\frac{2}{20}}$. che si potrà dire essere $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. poiche tanto è $5\frac{1}{10}$. quanto $5\frac{2}{20}$. Et hora facilmente ancora conosciamo, che nel dire la ℞ di 108. essere 10. & $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. non può essere, che il rotto $\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. si riduca à $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. perche se partiremo il $20\frac{8}{20}$. ò vogliamo dire il $20\frac{2}{5}$. denominatore *(che è il medesmo)* per 4. come si è partito l'8. numeratore *(essendone venuto 2. numeratore nuouo)* ne verrà $5\frac{2}{20}$. ò vogliamo dire $5\frac{1}{10}$. & non $5\frac{2}{5}$. però à $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & non à $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. si ridurrà l'$\frac{8}{20\frac{8}{20}}$. Che schisando, ò partendo l'8. numeratore per 4. che ne viene 2. numeratore nuouo, non si può poi, quanto al denominatore $20\frac{2}{5}$. schisare solo il 20. sua parte, che ne viene 5. & accompagnarli l'altra parte $\frac{2}{5}$. non schisata, che faria $5\frac{2}{5}$. & dire, che il denominatore nuouo sia $5\frac{2}{5}$. & però il rotto nuouo essere $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. ma bisogna partire il totale denominatore $20\frac{2}{5}$. per il 4. detto, con che s'è partito l'8. nu-l'8. numeratore, & così l'auuenimento $5\frac{1}{10}$. sarà il vero auuenimento, ò denominatore nuouo, formando $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. per nuouo rotto eguale all' $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. Et se vorremo ancora schifare questo nuouo $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$ per 2. partendo con esso 2. il 2. numeratore, ne verrà 1. per nuouo numeratore, & partendo medesmamente con l'istesso 2. il $5\frac{1}{10}$. denominatore, ne verrà $2\frac{11}{20}$. per nuouo denominatore, & il rotto nuouo sarà $\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. che è quanto $\frac{2}{5\frac{1}{10}}$. & quanto $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. Et se hauessimo schifato per 8. l' $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. l'haueressimo ridutto con questa sola schifatione all' $\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. che l'8. in 8 numeratore entra 1. volta per nuouo numeratore, & l'8. in $20\frac{2}{5}$. entra volte $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{20}$. cioè volte $2\frac{11}{20}$. per nuouo denominatore. Et perche $\frac{1}{2\frac{11}{20}}$. è ò vogliamo dire significa $\frac{20}{51}$. (*che nasce à moltiplicare così il numeratore 1. come il denominatore $2\frac{11}{20}$. per 20. denominatore dell'* $\frac{11}{20}$. *rotto del* $2\frac{11}{20}$.) sappiamo similmente $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. essere $\frac{20}{51}$. Et ben vediamo, che $\frac{8}{20\frac{2}{5}}$. è $\frac{40}{102}$. & però si riduce à $\frac{20}{51}$. Et se volessimo trouar caso doue secondo la regola conuenisse totalmente per

La ℞ scarsa d'$8\frac{1}{4}$. saria $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{10}{27}$. à $\frac{2}{5}$. aggiunto vi è $\frac{4}{135}$. che moltiplicato con $\frac{10}{27}$. fà $\frac{8}{729}$. che è il mancamento. Ouero. Il cubato di 2. auanzo della prima parte della ℞, qual cubato è 8. si pona sopra vna riga per numeratore, poi si moltiplichi 5. denominatore eccedente, via $5\frac{2}{5}$. denominatore totale, che fà 27. & il quadrato di questo, che è 729. si pona sotto alla riga per denominatore, che haueremo $\frac{8}{729}$. per il mancam. cercato.

Quadrisi $2\frac{47}{54}$

	54
	188
4	
$3\frac{26}{54}$	2209
	2916
	1404
	3613

fà $8\frac{697}{2916}$. però ad $8\frac{1}{4}$. cioè ad $8\frac{729}{2916}$. manca $\frac{32}{2916}$. cioè $\frac{8}{729}$.

rotto il $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$ sappiasi, che bisogna, che il 2. numeratore del $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. sia il vero auanzo, & che il 5. intiero del denominatore sia il vero doppio dell' intiero della ℞ (*intendendosi però sempre in queste occorrenze per intiero, ò seruendo per intiero quella prima quantità, che si troua, alla quale poi s'accompagna la seconda come rotto*) onde preso la metà del 5. che è $2\frac{1}{2}$. questo sarà la prima quantità della ℞ presa per intiero; il suo quadrato è $6\frac{1}{4}$. che gionto il 2. che deue essere il vero restante fà $8\frac{1}{4}$. & questa è la quãtità, della quale presa la ℞ propinqua, secondo la regola, potremo dire ella essere $2\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{5\frac{2}{5}}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$. che al suo quadrato manca per arriuare al vero $8\frac{1}{4}$. solo $\frac{8}{729}$. qual mancamẽto per trouarlo secondo la regola vniuersale potremo dire, da $\frac{10}{27}$. rotto totale à $\frac{2}{5}$. aggiunto al denominatore, vi è $\frac{4}{135}$. che moltiplicato con $\frac{10}{27}$. rotto totale, fà $\frac{8}{729}$. per il mancamento detto.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sarà 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{4\frac{1}{4}}{4}}$. cioè 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. cioè $2\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. cioè $2\frac{68}{81}$.

Da $\frac{68}{81}$. à [illegible] vi è $\frac{289}{1296}$. che moltiplicato via $\frac{68}{81}$. fà $\frac{4913}{26244}$. che è il mancamento.

1377		
1088	17	
$\frac{289}{1296}$. via	$\frac{68}{81}$. fà	$\frac{4913}{26244}$.
324		

Quadrisi $2\frac{68}{81}$

	272
4	
$3\frac{29}{81}$	4624
	6561
	2349
	6973
	1640

fà $8\frac{1412}{6561}$ che è $\frac{1}{4}$ cioè $\frac{4913}{26244}$. mãco d'$8\frac{1}{4}$.

Ma proponendosi $8\frac{1}{4}$. da pigliarne la ℞. noi ponendo la prima parte essere numero intiero veramente, cioè 2. l'auanzo saria $4\frac{1}{4}$. per numeratore, essendo per denominatore 4. doppio dell' intiero, & haueremo $\frac{4\frac{1}{4}}{4}$. qual quãtità (*senza mouerla però*) conosciamo, che significa $1\frac{1}{16}$. & questo gionto al 4.

Ouero. Il numeratore $4\frac{1}{4}$. Cubisi, che fà $\frac{4913}{64}$. via $4\frac{1}{4}$. cioè $76\frac{49}{64}$. per numeratore. Il denominatore eccedente 4. via $4\frac{17}{16}$. denominatore totale, fà $20\frac{1}{4}$. il suo quadrato è $410\frac{1}{16}$. per denominatore, però il rotto, che mostra il mancamẽto sarà $\frac{76\frac{49}{64}}{410\frac{1}{16}}$. che moltiplicato così il denominatore, come il numeratore per 64. si riduce à $\frac{4913}{26244}$.

ro al 4. denominatore, fà $4\frac{17}{16}$. & il rotto totale sarà $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. che con il 2. intiero, fà $2\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. che saria la ℞ propinqua non eccedente, & (*moltiplicãdo così il numeratore, come il denominat. del rotto per 16.*) significaria $2\frac{68}{81}$. il quadrato del quale manca per arriuare all'$8\frac{1}{4}$. i [illegible] come anco si trouaria con la regola vniuersale, moltiplicãdo [illegible] in che il rotto

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sia $2\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}. \& \frac{1}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{16}}{5\frac{5}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$ & $\frac{17}{90}$. che è $2\frac{157}{180}$.

Operatione per trouare il mancamento.

$\frac{1\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}. \& \frac{1}{8}}$	121. via 11. fà 1331.
	256. via 16. fà 4096.
	$5\frac{1}{2}$. via $5\frac{5}{8}$. cioè 11. via $2\frac{13}{16}$.
$900\frac{225}{256}$	fà $22\frac{44}{64}$. cioè $30\frac{15}{16}$.
$\frac{56}{957}$	Et $30\frac{15}{16}$. via $30\frac{15}{16}$. fà 957 $\frac{225}{256}$. però il mancamẽto sarà
$957\frac{225}{256}$	$957\frac{225}{256}$

cioè $\frac{4913}{[illegible]}$. cioè $\frac{1}{[illegible]}$ che è $\frac{1}{32400}$.

Ouero.

Da $\frac{17}{90}$. rotto totale, ad $\frac{1}{8}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{[illegible]}{[illegible]}$. che moltiplicato via $\frac{17}{90}$. rotto totale, fà $\frac{1}{32400}$. che è il mancamento cercato.

Quadrisi $2\frac{157}{180}$

	180
	628
	88
$3\frac{88}{180}$	
	15840
	24649
	40489

fà $8\frac{8089}{32400}$. che ad $8\frac{1}{4}$. manca $\frac{1}{32400}$.

957
245025
16
3920400

totale $\frac{68}{81}$. è minore del $\frac{17}{16}$. aggiũto al denominatore primiero, via esso $\frac{68}{81}$. rotto totale, che pure se ne produce $\frac{4913}{26244}$. quale $\frac{4913}{26244}$. potiamo anco dire essere il cubato del $4\frac{1}{4}$. auanzo, partito per il prodotto del quadrato di 4. via il quadrato di $5\frac{1}{16}$. ò vogliamo dire partito per il quadrato del prodotto di 4. via $5\frac{1}{16}$.

Et così conosciamo, che è più propinqua ℞ $2\frac{1}{2}$. & $\frac{10}{27}$. cioè $2\frac{47}{54}$. che non è $2\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{17}{16}}$. cioè $2\frac{68}{81}$. (*che è ben più* $\frac{47}{54}$. *cioè* $\frac{3807}{54. via 81}$. *che non è* $\frac{68}{81}$. *cioè* $\frac{3672}{54. via 81}$.) perche quanto minore è il rotto della ℞, tanto minore è il mancamento, & quanto minore è l'auanzo numeratore, tanto minore è esso rotto, poiche anco di più (minuendosi l'auanzo, si viene ad accrescere la prima parte della ℞, che si piglia per intiero, & però anco si viene ad accrescere il suo doppio, che è denominatore del rotto, dal che conosciamo, che quanto maggiore facciamo la prima parte, tanto minore poi viene ad essere l'auanzo, & consequentemente il rotto, & consequentemente il mancamento del quadrato della ℞ al numero proposto, qual mancamento nasce per causa d'esso auanzo, ò rotto; poiche esso mancamento si troua, partendo il cubato del numeratore del detto rotto per il quadrato del prodotto del doppio della prima parte della ℞ (*& chiamiamolo D.*) via il denominatore totale d'esso rotto (*& chiamiamolo T, che il prodotto loro si chiamarà P, & il quadrato d'esso chiamaremo Q.*) & però quanto minore sarà l'auanzo, ò numeratore del nostro rotto, tanto più piccolo sarà il suo cubato, & allhora tanto maggiore sarà il quadrato del prodotto P, poiche allhora tanto maggiori saranno li dui producenti D, & T, & consequentemente tanto minore sarà l'auuenimento, ò il rotto, che nascerà à partire il cubato detto per il quadrato Q. quale auuenimẽto, ò rotto, nelle radici in questo modo trouate è sempre quello, che manca al quadrato d'esse radici, per arriuare al numero proposto da trouarne la ℞. Onde nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. se accostandoci più dicessimo la prima parte essere $2\frac{3}{4}$. ouero $2\frac{5}{6}$. con il $2\frac{3}{4}$. trouaressimo ℞ più propinqua, che saria $2\frac{3}{4}$. $\frac{1\frac{1}{16}}{5\frac{1}{2}. \& \frac{1}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. $\frac{1\frac{1}{16}}{5\frac{5}{8}}$. cioè $2\frac{3}{4}$. $\frac{17}{90}$. che è $2\frac{157}{180}$. il quadrato di che è $8\frac{8089}{32400}$. quale manca di $\frac{1}{32400}$. per arriuare all'$8\frac{1}{4}$. Et con il $2\frac{5}{6}$. maggiore, trouaressimo ℞ ancor più propinqua, che non è detto

è detto $2\frac{4\,5\,7}{\ldots}$. qual ℞ saria $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\ \&}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{17}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{34}{873}$. che è $2\frac{1523}{1746}$.
il quadrato della quale è solo $\frac{8}{762129}$. minore dell'$8\frac{1}{4}$.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sia $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{2}{51}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{12}{17}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{34}{873}$. che è $2\frac{1523}{1746}$.

Per trouare il mancamento, diremo da $\frac{34}{873}$. rotto totale à $\frac{2}{51}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{4}{14841}$. che moltiplicato via $\frac{34}{873}$. rotto totale, fà $\frac{8}{762129}$. per il mãcam. cercato. Ouero.

$\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{2}{51}}$ Il cubato è $\frac{8}{729}$. che è numeratore. $5\frac{2}{3}$. via $5\frac{12}{17}$. fà $32\frac{7}{?}$. che moltiplicato in se stesso, fà $1045\frac{4}{9}$. che è denominatore, però il rotto del mancamento sarà $\frac{\frac{8}{729}}{1045\frac{4}{9}}$. cioè $\frac{8}{9409.\ \text{via}\ 81}$ cioè $\frac{8}{84681.\ \text{via}\ 9}$. cioè $\frac{8}{762129}$.

Quadrisi $2\frac{1523}{1746}$

5015
5015
25150225
:3048516
fà $8\frac{762097}{3048516}$
762129

che è $\frac{32}{3048516}$. cioè $\frac{8}{762129}$. mãco d'$8\frac{1}{4}$.

Di $8\frac{1}{4}$. la ℞ scarsa sia $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{1}{18}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{13}{18}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{4}{103}$. che è $2\frac{539}{618}$. Per trouare il mãcam. Da $\frac{4}{103}$. rotto totale ad $\frac{1}{18}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{1}{1854}$. che moltiplicato via $\frac{4}{103}$. rotto totale, fà $\frac{4}{190962}$. cioè $\frac{2}{95481}$. & questo è il mancamento.

Quadrisi $2\frac{539}{618}$

2156
$3\frac{302}{618}$
186636
290521
477157
95233
fà $7\frac{381924}{95482}$
248

cioè $\frac{62}{95482}$. manco d'$8\frac{1}{4}$.

Et se per maggior facilità, nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. diremo la prima parte essere $2\frac{5}{6}$. & il primo rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}}$ noi al denominatore di questo, cioè al $5\frac{2}{3}$. non giongeremo il medesmo rotto, ma vn rotto facile, à nostro beneplacito, vicino al valor d'esso, ma che però non sia minore di lui, poniamo $\frac{1}{18}$. formando $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\ \&\ \frac{1}{18}}$. pure haueremo ℞ propinqua d'$8\frac{1}{4}$. non eccedente il vero; ma non sarà così propinqua quanto saria stata giongendo solo esso $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}}$. cioè $\frac{2}{51}$. à detto $5\frac{2}{3}$. poiche essendo l'$\frac{1}{18}$. *(tolto à beneplacito facilmente)* maggiore, che non saria $\frac{2}{51}$. maggiore sarà $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{18}$. denominatore, che non saria $5\frac{2}{3}$. & $\frac{2}{51}$. però così il rotto della ℞, & consequentemente la totale ℞ sarà minore giongendo l'$\frac{1}{18}$. che giongendo il $\frac{2}{51}$. perilche il suo quadrato sarà similmente minore, che non saria.

Di 98. la ℞ scarsa ordinaria saria $9\frac{17}{19}$. che è scarsa nel prodotto di $\frac{2}{19}$. via $\frac{17}{19}$. cioè in $\frac{34}{361}$.

Ma con il modo vltimamente mostrato dicendosi di 98. la ℞ scarsa essere $9\frac{17}{18.\ \&\ \frac{17}{18}}$. cioè $9\frac{306}{341}$. la scarsezza sarà $\frac{4913}{116281}$.

$\frac{17}{18.\ \&\ \frac{17}{18}}$ 289. 4913. numeratore.

18. via $18\frac{17}{18}$. fà 341. & il quadrato di questo è 116281. per denominatore, però il mancamento sarà $\frac{4913}{116281}$.

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{306}{341}$. rotto totale à $\frac{17}{18}$. giunto al primo denominatore, vi è $\frac{16\frac{1}{18}}{341}$. & questo moltiplicato via $\frac{306}{341}$. rotto totale, fà $\frac{4913}{116281}$. che è il mancamento.

Ouero.

da $\frac{306}{341}$. à $\frac{17}{18}$

$18\frac{17}{18}$
17
$16\frac{1}{18}$
306
$322\frac{1}{18}$. è il $\frac{17}{18}$
341

Quadrisi $9\frac{306}{341}$

5508
$16\frac{52}{341}$
17732
93636
fà $97\frac{111368}{116281}$
manca in $\frac{4913}{116281}$

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{199}{296}}$. cioè & $\frac{12\frac{7}{16}}{19\frac{51}{296}}$
cioè la ℞ sia $9\frac{1}{4}$. & $\frac{7363}{11350}$

11350
$2837\frac{1}{2}$
numeratore $10200\frac{1}{2}$

che è $9\frac{20401}{22700}$

592
$19\frac{51}{296}$
102
11248
11350. denom.

592
$12\frac{7}{16}$
37
259
7104
7363. numerat.

Operatione per trouare il mancamento.

$\frac{12\frac{7}{16}}{18\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{199}{296}}$ $\frac{199}{16}$

199
199
39601
199
356409
752419

Il cubato del numerat. è $\frac{7880599}{4096}$. p numerat. quale moltiplicato per 4096. fà 7880599. per numeratore.

$18\frac{1}{2}$. via $19\frac{51}{296}$

$\frac{37}{2}$ 37
1887
$709\frac{111}{296}$
fà $354\frac{407}{592}$
via $354\frac{407}{592}$
296) 144078
486
2567
1998
222
$486\frac{444}{592}$
262848
165649
427497

fà $125803\frac{78033}{350464}$. p denominatore, quale moltiplicato per 4096. fà 515290000. per denominatore, però il mancamento è $\frac{7880599}{515290000}$

$125803\frac{78033}{350464}$
via 4096
312132
7491168
319623168
912
420556
700928
503212
12077088
fà $\frac{912}{515290000}$

Quadrisi $9\frac{20401}{22700}$

367218
16
4018
22700
408600
90800
20401
81604
40802
$97\frac{507409401}{515290000}$

è il suo mãca in $\frac{7880599}{515290000}$

Ouero per trouare il mancamento.

Da $\frac{7363}{11350}$. à $\frac{199}{296}$

44178 10215
66267 21565
14726 2258650
2179448 2179448
6810 79202
10215 3359600
2270 39601
resta 1679800

$\frac{7363}{11350}$. via $\frac{39601}{1679800}$ fà $\frac{7880599}{515290000}$ che è il mãcam.

118803 83990
1425636 50394
277207 184778
291582163. nu. 19065730000. denom. si schisano per 37.
7880599 515290000

325 333 56
298 195
221 107
366 333

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{8}{9}$. & $\frac{10\frac{8}{9}}{18\frac{2}{3}.\&\frac{9}{...}}$. cioè $9\frac{1}{9}$. & $\frac{10\frac{8}{9}}{19\frac{7}{9}}$. cioè $9\frac{1}{9}$. & $\frac{98}{...}$

cioè $9\frac{1}{9}$. & $\frac{98}{...}$. cioè $9\frac{1}{9}$. & $\frac{5}{...}$. che è $9\frac{89}{...}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{5}{9}$. rotto totale à $\frac{98}{...}$. cioè à $\frac{7}{...}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, cioè da $\frac{5}{9}$. à $\frac{5}{...}$. vi è $\frac{1}{...}$. da moltiplicare via $\frac{5}{9}$. rotto totale, & fà $\frac{98}{...}$. & questo è il mancamento. Ouero.

Quadrisi $9\frac{88}{99}$

$16\frac{2}{11}$, 7921, 9801, 891, 891

fà $97\frac{9703}{9801}$

mãca $\frac{98}{9801}$

$18\frac{8}{9}$. via $\frac{98}{9}$. via $\frac{98}{9}$. è il numeratore.

$18\frac{2}{3}$. & $\frac{7}{...}$

$18\frac{2}{3}$. via $19\frac{1}{...}$

56 77

3 4

12) 4312

$359\frac{1}{3}$. in se stesso 718

$128821\frac{1}{9}$

$239\frac{1}{3}$

fà $129120\frac{4}{9}$. ch'è il den.

9604. via 98

134456

941192. è il numerat. da partire per

729 ... denomin.

81

941192. num. 10458756

235298 94128804 denomin.

33614 23532201

4802 3361743

686 480249

98 68607

9801

però $\frac{98}{9801}$. è il mancamento.

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{19.\&\frac{3}{76}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{7\frac{3}{4}}{19\frac{3}{76}}$. cioè $9\frac{1}{2}$. & $\frac{589}{1475}$

che è $9\frac{2653}{2950}$ Moltiplichisi in se stesso

1475, $737\frac{1}{2}$, $1326\frac{1}{2}$, 2653, 2950

47754

$16\frac{554}{2950}$

1634300

7038409

fà $97\frac{8672709}{8702500}$

mãca ī $\frac{29791}{8702500}$

Operatione per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al denom.

da $\frac{589}{1475}$ à $\frac{31}{76}$

2356 45725 5900

44764 112100

31

resta $\frac{961}{112100}$. via $\frac{589}{1475}$. fà $\frac{29791}{8702500}$. che è il manca

5900

13275

7375

8702500

Il medesmo mancamento si trouaria con l'altro modo seruiente alle radici scarse così trouate, cioè Cubando l'auanzo del quadrato della prima parte della ℞, fino al numero proposto, & ponendo esso cubato per numeratore d'vn rotto, il denominatore del quale sia il quadrato del prodotto, che nasce à moltiplicare il denominatore primiero del rotto della ℞, ò vogliamo il doppio della prima parte della ℞, via il denominatore totale del suo rotto, ò seconda parte. Et questo rotto, che formaremo sarà il mancamento, ò scarsezza del quadrato della ℞.

$7\frac{3}{4}$ $\frac{29791}{64}$. numerat.

19. & $\frac{3}{76}$

19. via $19\frac{3}{76}$

fà $368\frac{1}{4}$. che quadrato 1475/4

fà $\frac{2175625}{16}$ per denominat. $\frac{2175625}{16}$

questo denominatore, & anco il numeratore moltiplicati per 64. si riducono à $\frac{29791}{8702500}$. che è il mancamento.

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{2}{5}$. & $\frac{4\frac{2}{5}}{19\frac{2}{5}.\&\frac{...}{...}}$. cioè $9\frac{2}{5}$. & $\frac{4\frac{2}{5}}{19\frac{...}{...}}$.

cioè $9\frac{2}{5}$. & $\frac{41}{171\frac{...}{...}}$. cioè $9\frac{2}{5}$. & $\frac{...}{3405}$. cioè $9\frac{...}{...}$.

Per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al den.

da $\frac{2378}{10215}$. à $\frac{41}{174}$ 40860, 173655, 177741

9512 418815

40426 413772

413772

resta $\frac{5043}{1777410}$. via $\frac{2378}{10215}$

2666115 7134

355482 9512

177741 11890

den. 18156243150 11992254. num.

29) 302604025 1998709

104346225 68921

pò il mancam. sarà $\frac{68921}{104346225}$

Quadrisi $9\frac{9188}{10215}$

165384

$16\frac{1944}{10215}$

29160

3888

1944

73504

82692

165384

104277304

$97\frac{104277304}{104346225}$. fà

68921

mãca ī $\frac{68921}{104346225}$

Di 98. la ℞ scarsa sia $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{36}}{19\frac{2}{3}.\&\frac{47}{108}}$: cioè $9\frac{5}{6}$. & $\frac{1\frac{1}{36}}{19\frac{1}{2}\frac{7}{36}}$

cioè $9\frac{5}{6}$. & $\frac{2773}{41913}$

47 36

59 59

2773 2124

numerat.

16638

209565

226203

che è $9\frac{75401}{83826}$. Trouisi il suo quad.

1357210 83826

$16\frac{16002}{83826}$ 83826

167652 502956

1341216 167652

75401 670608

301604 251478

5655075 670608

7026798276

fà $97\frac{7026691453}{7026798276}$. che è manco di 98.

in $\frac{193823}{7026798276}$

$\frac{2124}{1557}$. prodotto di 173. via 9.

$\frac{40356}{41913}$. denominatore.

Operatione per trouare il mancamento.

da $\frac{2773}{41913}$. à $\frac{47}{708}$

22184 293399

19411 167652

1963294 1969911

335304 1963284

293391 nu. 6627

29674404. denom. 47

resta $\frac{2209}{9891468}$. via $\frac{2773}{41913}$

59) 167652 2179476

399 3185388

451 670608

384 7026798276. denominatore.

306

318

fà $\frac{103823}{7026798276}$

che è il mancamento,

Di 98. sia la ℞ scarsa $9\frac{8}{9}$. & $\frac{\frac{17}{81}}{19\frac{7}{9}.\&\frac{17}{1602}}$. cioè $8\frac{8}{9}$. & $\frac{\frac{17}{81}}{19\frac{163}{1602}}$

cioè $9\frac{8}{9}$. & $\frac{3026}{285309}$

178

31701

253608

$\frac{\frac{17}{9}}{179\frac{263}{178}}$

$1539\frac{1367}{174}$

che è $9\frac{256634}{285309}$. Moltiplichisi in se stesso.

687 | 63 $\frac{153}{178}$ | 1539

4619412 | 54468 | 16 $\frac{}{285309}$ | 2282472 | 1711854 | 1141236 | 15406686 | 1026536 | 769902 | 1539804 | 1539804 | 6415850

285309 | 285309 | 2567781 | 855927 | 1426545 | 2282472 | 570618 | 81401225481

17. esimo di $1602\frac{153}{178}$

cioè $\frac{3026}{285309}$ | 356 | 2848 | 285309

fà $97\frac{81401220568}{81401225481}$. mãca $\frac{4913}{81401225481}$

Operatione per trouare il mancamento.

rotto totale rotto aggiunto al denom.

da $\frac{3026}{285309}$. à $\frac{17}{1602}$

12510 | 12969 | 153

$178\frac{17}{170}$ | 289 | $3027\frac{1}{178}$ | 3026

resta $\frac{1\frac{1}{178}}{285309}$. via $\frac{3026}{285309}$ 178. in 3026 | 17 | 1246

1887 | 3026

fà $\frac{4913}{81401225481}$. che è il mancamento.

Ouero per trouare il mancamento.

Cubisi $\frac{17}{81}$ | 289 | 6561 | 59049 | $\frac{4913}{531441}$. è il cubato, che è numeratore del rotto del mancamento. Questo numeratore moltiplicato per 531441. fà 4913. per nuouo numeratore, con il quale 531441. medesmo moltiplicaremo il denominatore, & ne nascerà il nuouo denominatore.

$19\frac{7}{9}$. via $19\frac{421}{534}$ | 955

$\frac{178}{9}$ | $2\frac{995}{4806}$ | 178 | 169990 | 35 | 25810 | 1780

178 | $35\frac{1780}{4806}$

356

fà $391\frac{890}{2403}$. Quadrisi

$152881\frac{792100}{5774409}$

$289\frac{3635739}{5774409}$

fà $153170\frac{4427839}{5774409}$. che è den. del rotto del mancam.

1780 | 391 | 695980 | 289 | 21538 | 23140 | 1513 | 2403 | 4539 | 36312 | 3635739

Moltiplichisi $153170\frac{4427839}{}$. partitore. 531441. moltiplicante.

via $531441\frac{}{5774409}$ | 641601 | 71289 | 7921. partitore. | 4427839 | ne vie. 559 | 46733 | 71289

90344970 | 1594323 | 7981615 | 407511

59049 | 6561 | 729. moltiplicante. | 559. via

407511. prodotto. per causa del rotto.

fà 81401225481 che è il nuouo denomin. però il mancamẽto è $\frac{4913}{81401225481}$

Di $8\frac{1}{4}$. dicasi la ℞ scarsa essere $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{20}}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{41}{60}}$

che è $2\frac{5}{6}$. & $\frac{13\frac{1}{3}}{343}$. cioè $2\frac{5}{6}$. & $\frac{40}{1029}$

che è $2\frac{1795}{2058}$. Quadrisi

$171\frac{1}{2}$ | $857\frac{1}{2}$ | $897\frac{1}{2}$

5911

5911

34939921. numeratore.

4235364. denominatore.

fà $8\frac{1057009}{4235364}$

1058841

che in $\frac{1832}{4235364}$. cioè in $\frac{458}{1058841}$

manca per arriuare ad $8\frac{1}{4}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{40}{1029}$. rotto totale ad $\frac{1}{20}$. rotto aggiunto al primo denominatore, vi è $\frac{229}{20580}$. che moltiplicato via $\frac{40}{1029}$. rotto totale, fà $\frac{458}{1058841}$. che è quanto manca al quadrato di $2\frac{1795}{2058}$. per arriuare ad $8\frac{1}{4}$.

2

$\frac{40}{1029}$. via $\frac{229}{20580}$. fà $\frac{458}{1058841}$

1029

Et di sopra nel pigliare la ℞ d'$8\frac{1}{4}$. se hauessimo detto ella essere $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{20}}$. ella saria stata più propinqua, che dicẽdosi essere $2\frac{5}{6}$. & $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{18}}$. perche $\frac{1}{20}$. è minore d'$\frac{1}{18}$. & però il totale denominatore $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{20}$. saria minore del totale denominatore $5\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{18}$. & però conuersamẽte il rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{20}}$. saria maggiore del rotto $\frac{\frac{2}{9}}{5\frac{2}{3}.\&\frac{1}{18}}$. onde la totale ℞ $2\frac{1795}{2058}$. saria maggiore della totale ℞ $2\frac{539}{618}$. & però il suo quadrato più s'approssimarà all'$8\frac{1}{4}$. proposto di quello, che facci il quadrato di $2\frac{539}{618}$.

Et notisi, che ancora di sopra quando nel pigliare la ℞ scarsa d'$8\frac{1}{4}$. si disse ella essere 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{4\frac{4}{4}\frac{1}{4}}$. cioè 2. & $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. perche il denominatore $5\frac{1}{16}$. è maggiore di 5. che saria denominatore ordinario, pigliando la ℞ al modo ordinario, cioè giongendo 1. al doppio dell'intiero della ℞ per formare il denominatore del suo rotto, ne segue, che più propinqua ℞ scarsa saria la simplice ordinaria $2\frac{4\frac{1}{4}}{5}$. cioè $2\frac{17}{20}$. che la detta $2\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. cioè $2\frac{68}{81}$. perche maggior rotto è $\frac{4\frac{1}{4}}{5}$. cioè $\frac{17}{20}$. che $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{16}}$. cioè $\frac{68}{81}$. Et il quadrato di $2\frac{17}{20}$. sarà minore dell'$8\frac{1}{4}$. nel solo prodotto di $\frac{17}{20}$. via $\frac{3}{20}$. al solito, qual prodotto è $\frac{51}{400}$. Et questo occorrerà sempre *(cioè la ℞ scarsa presa al modo ordinario semplicemẽte, sarà sempre più propinqua della scarsa presa all'altro modo)* quando l'auãzo del quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞, fino al numero proposto, sia maggiore, che il doppio dell'intiero detto, ò prima parte della ℞. Ma quando l'auanzo del quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞, fino al numero proposto, sia eguale al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, allhora tanto sarà propinqua la ℞ scarsa presa al modo ordinario semplicemente, quanto la presa all'altro modo; perche l'vna ℞ sarà à punto eguale all'altra. Che nel trouare la ℞ d'8. ella al modo ordinario saria $2\frac{4}{5}$. & all'altro modo saria $2\frac{4}{4.\&\frac{4}{4}}$. cioè $2\frac{4}{5}$. similmente, ciascuna delle quali è scarsa in $\frac{4}{25}$. prodotto di $\frac{4}{5}$. rotto, via $\frac{1}{5}$. differenza d'esso rotto ad 1. intiero. Et se al modo ordinario accrescendo la prima parte della ℞

Di 8. la ℞ sia $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{6}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{24}$

che è $2\frac{19}{24}$. Quadrisi

$3\frac{4}{24}$

$4\frac{361}{576}$ | 96

fà $7\frac{457}{576}$. manca in $\frac{119}{576}$

Di 8. la ℞ sia $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{5.\&\frac{7}{20}}$

cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{35}{107}$

che è $2\frac{177}{214}$. Quadrisi

708 | 14124

$3\frac{66}{214}$ | 31329 | 45453

il □ è $7\frac{45453}{45796}$. mãca

in $\frac{343}{45796}$

Per trouare il mancamento.

da $\frac{35}{107}$. à $\frac{7}{20}$

$5\frac{7}{20}$

$2\frac{9}{20}$

$\frac{35}{107}$. via $\frac{20}{107}$. resta

fà $\frac{85\frac{3}{4}}{11449}$. cioè

$\frac{343}{45796}$. che è il mãcam.

hauessimo detto d'8. la ℞ essere $2\frac{1}{2}$. & $\frac{1\frac{3}{4}}{6}$. cioè $2\frac{1}{2}$. & $\frac{7}{24}$. che è $2\frac{19}{24}$. Questa non perciò saria più propinqua della simplice ordinaria $2\frac{4}{5}$. che hauesse per prima parte della ℞ il solo 2. intiero; anzi saria manco propinqua, poiche il rotto $\frac{7}{24}$. di questa è manco distante dal suo cõpagno $\frac{17}{24}$. di quello, che sia il $\frac{4}{5}$. rotto di quella da $\frac{1}{5}$. suo compagno *(cioè in parti meno inequali è diuisa la vnità con li $\frac{7}{24}$. & $\frac{17}{24}$. che con li $\frac{4}{5}$. & $\frac{1}{5}$.)* & però maggiore è il prodotto di $\frac{7}{24}$. via $\frac{17}{24}$. cioè $\frac{119}{576}$. che il prodotto di $\frac{4}{5}$. via $\frac{1}{5}$. cioè di $\frac{4}{25}$. Ma se all'altro modo hauendo detto d'8. la prima parte della ℞ essere $2\frac{1}{2}$. si dicesse il rotto essere $\frac{1\frac{3}{4}}{5.\&\frac{7}{20}}$. questa saria ben più propinqua di qual si vogli di quelle; che essendo il rotto totale $\frac{35}{107}$. da esso al $\frac{7}{20}$. aggiunto al primo denominatore 5, vi è $\frac{49}{2140}$. che moltiplicato via il $\frac{35}{107}$. rotto totale, fà $\frac{343}{45796}$. che è il mancamento del quadrato di questa ℞ $2\frac{1}{2}$. & $\frac{35}{107}$. cioè $2\frac{177}{214}$.

Di $41\frac{5}{8}$. sia la ℞ scarsa propinqua $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{37}{72}}{12\frac{2}{3}.\&\frac{1}{8}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{109}{921}$. che è $6\frac{416}{921}$. Quadrisi

5942
5942
11884
23768
53478
29710
848241) 35307364 (41
1377724

il ■ è $41\frac{529483}{848241}$

$106030\frac{1}{8}$
$530150\frac{5}{8}$
$667\frac{5}{8}$

Et dicendo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ essere $6\frac{5\frac{5}{8}}{13}$. che è $\frac{45}{104}$. $\frac{45}{104}$. via $\frac{45}{104}$. fà $\frac{2025}{10816}$. che è il manc.

Quadrisi $6\frac{45}{104}$

669
669
10816) 447561 (41
14921

il ■ è $41\frac{4105}{10816}$

1352
6761

mãca in $\frac{2655}{10816}$

Et dicendo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ essere $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{37}{72}}{13\frac{2}{3}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{109}{984}$. che è $6\frac{437}{984}$.

Quadrisi $6\frac{437}{984}$

5244
324
5984
318816
190969

il ■ è $41\frac{509785}{968256}$

121032
605160

mãca i $\frac{95375}{968256}$

Ouero. Per trouare il mancamento. Da $\frac{109}{984}$. rotto totale ad 1. intiero gionto al numero, che saria denominatore primiero *(cioè al doppio di $6\frac{1}{3}$. prima parte della ℞, che saria $12\frac{2}{3}$. facendolo essere $13\frac{2}{3}$.)* vi è $\frac{875}{984}$. che moltiplicato via $\frac{109}{984}$. rotto, fà $\frac{95375}{968256}$. per il mãcamento al $41\frac{5}{8}$. Onde vediamo, che è di molto aiuto all'approssimarsi, il giongere vn rotto facile nõ minore, cioè eguale *(se è commodo)* ò poco maggiore dell' $\frac{1\frac{37}{72}}{12\frac{2}{3}}$. al $12\frac{2}{3}$. denominatore, come s'è fatto di sopra giongendoli $\frac{1}{8}$. Et notisi, che al $12\frac{2}{3}$. giongendoli 1. intiero, se li viene à giongere $\frac{12\frac{2}{3}}{12\frac{2}{3}}$. quantità, ò rotto, non già poco, ma anzi molto, maggiore dell' $\frac{1\frac{37}{72}}{12\frac{2}{3}}$. perilche anco la ℞, che ne deriua non è tanto propinqua, quanto saria giongendoli solo vn rotto, che non eccedesse di tanto l' $1\frac{37}{72}$. esimo di $12\frac{2}{3}$.

Ancora se pigliando la ℞ propinqua non eccedente di $41\frac{5}{8}$. diremo la prima parte essere $6\frac{1}{3}$. che auanzarà $1\frac{37}{72}$. per numeratore, essendo denominatore $12\frac{2}{3}$. del qual rotto conosciamo $\frac{1}{8}$. rotto facile non essere minore, esso $\frac{1}{8}$. perciò ci potrà seruire da giongere al $12\frac{2}{3}$. denominatore, che così la ℞ propinqua sarà $6\frac{416}{921}$. il quadrato della quale manca solo in $\frac{5341}{6785928}$. ad arriuare al $41\frac{5}{8}$. Che se con il modo ordinario, cioè formãdo il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, diremo ella essere $6\frac{5\frac{5}{8}}{13}$. cioè $6\frac{45}{104}$. questa saria manco propinqua, & il suo quadrato saria $\frac{2655}{10816}$. manco del $41\frac{5}{8}$.

Ma se pure al modo ordinario formando il denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, diremo ella essere $6\frac{1}{3}$. & $\frac{1\frac{37}{72}}{13\frac{2}{3}}$. cioè $6\frac{1}{3}$. & $\frac{109}{984}$. cioè $6\frac{437}{984}$.

$6\frac{437}{984}$. il suo quadrato sarà $41\frac{509785}{968256}$. che fino al $41\frac{5}{8}$. mancarà $\frac{95375}{968256}$. come anco si troua esso mancamento con la regola vniuersale di questo modo di pigliare la ℞, cioè dicendo da $\frac{109}{984}$. rotto, ò seconda parte della ℞, ad 1. intiero, che è $\frac{984}{984}$. *(gionto à $12\frac{2}{3}$. doppio del $6\frac{1}{3}$. prima parte, per formarne il $13\frac{2}{3}$. denominatore del rotto, ò seconda parte della ℞.)* vi è $\frac{875}{984}$. che moltiplicato via detto $\frac{109}{984}$. rotto, ò seconda parte della ℞, fà $\frac{95375}{968256}$. che è quanto manca al quadrato della ℞, per arriuare al $41\frac{5}{8}$. Onde conosciamo, che è di molto vantaggio per trouare ℞ più prossima al vero, il giõgere al doppio della prima parte della ℞, non intieramente vn'intiero, ma solo vn rotto facile, che non sia minore, cioè che sia eguale, ò poco maggiore di quello, che è formato dall'auanzo, & dal doppio di detta prima parte della ℞, & così formarne il vero denominatore propinquo, come si è fatto in questo caso di sopra, giongendo $\frac{1}{8}$. al $12\frac{2}{3}$. & facendo essere il denominatore $12\frac{19}{24}$. & però il rotto, ò seconda parte della ℞ $\frac{1\frac{37}{72}}{12\frac{19}{24}}$. cioè $\frac{109}{921}$. essendo la prima parte $6\frac{1}{3}$. & però la ℞ totale $6\frac{416}{921}$.

Et dicẽdo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ scarsa essere $6\frac{5\frac{5}{8}}{12.\&\frac{15}{32}}$. cioè $6\frac{180}{399}$. cioè $6\frac{60}{133}$.

Quadrisi $6\frac{60}{133}$

720
$5\frac{55}{133}$
7315
3600

il ■ è $41\frac{10915}{17689}$. pò mãca i $\frac{1125}{141512}$

l' $\frac{1}{8}$. $2211\frac{1}{8}$
li $\frac{5}{8}$. $11055\frac{5}{8}$
manca $140\frac{5}{8}$

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{60}{133}$. rotto totale à $\frac{15}{32}$. rotto aggiunto al primo denomin. vi è $\frac{75}{4256}$. che moltiplicato via $\frac{60}{133}$. fà $\frac{4500}{566048}$. che è il mancamento detto.

Et dicẽdo di $41\frac{5}{8}$. la ℞ scarsa essere $6\frac{5\frac{5}{8}}{12.\&\frac{1}{2}}$. cioè $6\frac{45}{100}$. che è $6\frac{9}{20}$. il suo quadrato sarà $41\frac{241}{400}$. che per arriuare à $41\frac{5}{8}$. vi manca $\frac{9}{400}$.

Per trouare il mancamento. Da $\frac{9}{20}$. rotto totale, ad $\frac{1}{2}$. rotto aggiunto al primiero denominat. 12. vi è $\frac{1}{20}$. che moltiplicato via $\frac{9}{20}$. rotto totale, fà $\frac{9}{400}$. che è il mãcam.

Et questo modo è molto facile da vsare non vi occorrendo tanti rotti, come ne gl'altri, ma però è manco propinquo al vero.

Altri esempij.

Piglisi la ℞ di 20. Ella è $4\frac{4}{8\frac{1}{2}}$. cioè $4\frac{8}{17}$. Da $\frac{8}{17}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. aggiũto all'8. primo denominatore, vi è $\frac{1}{34}$. che moltiplicato via $\frac{8}{17}$. rotto totale, fà $\frac{4}{289}$. per quello, che manca al quadrato di $4\frac{8}{17}$. ad arriuare à 20.

Piglisi la ℞ di 18. Ella è $4\frac{2}{8\frac{1}{4}}$. cioè $4\frac{8}{33}$.

Quadrisi $4\frac{8}{33}$ | 64 | 1023 | 1087/1089 | Il quad. è $17\frac{1087}{1089}$

$1\frac{31}{33}$ | manca in $\frac{2}{1089}$

Ouero. Cauato $\frac{8}{33}$. rotto totale da $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, resta $\frac{1}{132}$. che moltiplicato via $\frac{8}{33}$. fà $\frac{2}{1089}$. che è il mancamento.

Piglisi la ℞ di $130\frac{3}{4}$. Ella è $11\frac{9\frac{3}{4}}{22.\&\frac{1}{2}}$. cioè $11\frac{39}{90}$. che è $11\frac{13}{30}$.

Quadrisi 30) 286 $9\frac{16}{30}$ | 169 | 480

$130\frac{649}{900}$. è il ■

225
3

che fino à $130\frac{675}{900}$ mãca $\frac{26}{900}$. cioè $\frac{13}{450}$

Per trouare il mãcamẽto. Da $\frac{13}{30}$. rotto totale ad $\frac{1}{2}$. aggiunto al 22. primo denominatore, vi è $\frac{2}{30}$. quale moltiplicato via detto $\frac{13}{30}$. fà $\frac{13}{450}$. che è il mancamento.

Et questa ℞ $11\frac{9\frac{3}{4}}{22\frac{1}{2}}$. è ancora più propinqua, che se lassando andare il $\frac{3}{4}$. del $130\frac{3}{4}$. & pigliando solo il 130. si dicesse la sua ℞ essere $11\frac{9}{22}$. formãdo il denominatore del rotto col solo doppio dell'intiero; Cioè lassando il $\frac{3}{4}$. del $130\frac{3}{4}$. in vece dell' $\frac{81}{484}$. quad. del rotto $\frac{9}{22}$. in che il quad. di $11\frac{9}{22}$. superaria il 130. Però conosciamo, ch'il pigliare la ℞ scarsa nel modo già detto superiore, è bello, & facile.

Et notisi, che se bene s'è dato per regola, che al denominatore primiero si gionga rotto, che sia eguale, ò maggiore *(cioè non minore)* del rotto formato dall'auanzo, & da esso primiero denominatore *(cioè dal doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞)* non è perciò, che si voglia inferire, che non si possano trouare delli rotti minori d'esso primiero rotto, che gionti à detto primiero denominatore, non faccino ℞ tale, che sia alquanto minore del douere; ma si è data la regola in quel modo, perche giongendoli rottò eguale, ò maggiore del detto rotto primiero, allhora siamo sicuri, che di necessità la ℞ così formata sarà alquanto minore del douere, che quando se li giongesse rotto minore del primiero, potria bene essere, che egli fusse tale, che la ℞ fusse minore del douere, ma potria anco esser tale, che la ℞ saria maggiore del douere. Che nel pigliare la ℞ di 18. dicendo ella essere $4\frac{2}{8}$. *(maggior del vero)* se al denominatore 8. giongeremo solo $\frac{49}{200}$. rotto minore del $\frac{1}{4}$. Ouero $\frac{50}{201}$. rotto pur minore del $\frac{2}{8}$. in l'vno, ò in l'altro

modo

modo la ℞ sarà minore del douere, Et si potranno trouare innumerabili rotti minori di $\frac{2}{8}$. *(poiche fra $\frac{2}{8}$. & $\frac{49}{200}$. ò fra $\frac{2}{8}$. & $\frac{50}{201}$. si trouano innumerabili rotti)* che gionti all'8. denominatore primiero, formaranno ℞ minore del vero.

Di 18. la ℞ sia $4\frac{2}{8\frac{49}{200}}$. cioè $4\frac{400}{1649}$. il quadrato di 4. intiero con $\frac{3200}{1649}$. doppio di 4. intiero, via $\frac{400}{1649}$. rotto, fà $17\frac{1551}{1649}$. che fino à 18. vi manca $\frac{98}{1649}$. Ma vi è anco il quadrato di $\frac{400}{1649}$. che importa $\frac{160000}{1649}$. 1649. esimi, che nõ arriua à $\frac{98}{1649}$. ma vi manca $\frac{1602}{1649}$. 1649. esimi, cioè $\frac{1602}{2719201}$. Il che anco si troua moltiplicando la differenza, che è da $\frac{400}{1649}$. rotto totale à $\frac{49}{200}$. rotto aggiũto al primiero denominatore, qual differẽza è $\frac{801}{329800}$. via $\frac{400}{1649}$. rotto aggiunto, & fà $\frac{1602}{2719201}$.

160000
1649
97
11590
$97\frac{47}{1649}$

40401
829
48
7241
$48\frac{609}{829}$

Et dicẽdosi di 18. la ℞ essere $4\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. cioè $4\frac{402}{1658}$. cioè $4\frac{201}{829}$. Il quadrato di 4. intiero con $\frac{1608}{829}$. doppio di 4. intiero, via $\frac{201}{829}$. rotto, fà $17\frac{779}{829}$. che fino à 18. vi manca $\frac{50}{829}$. Ma vi è anco il quadrato del rotto $\frac{201}{829}$. che importa $\frac{40401}{829}$. 829. esimi, cioè $48\frac{609}{829}$. 829. esimi, il che non arriua à $\frac{50}{829}$. ma vi manca $1\frac{220}{829}$. 829. esimi, cioè $\frac{1049}{829}$. esimi, ch'è $\frac{1049}{687241}$. Questo anco si troua dicendo. Il rotto totale $\frac{201}{829}$. è minore di $\frac{50}{201}$. rotto aggiũto all'8 primiero denomin. in $\frac{1049}{166629}$. quale moltiplicato via $\frac{201}{829}$. rotto totale, fà $\frac{1049}{821.\ via\ 821}$. Questa ℞ $4\frac{201}{829}$. è più scarsa, che la $4\frac{400}{1649}$. perche $4\frac{201}{829}$. è più piccolo di $4\frac{400}{1649}$. poiche il denominatore $8\frac{50}{201}$. è maggiore, che l'$8\frac{49}{200}$. perche al $\frac{50}{201}$. manca solo $\frac{\frac{1}{4}}{201}$. cioè $\frac{1}{804}$. per arriuare ad $\frac{1}{4}$. ma all $\frac{49}{200}$. manca più, cioè manca $\frac{1}{200}$. per arriuare medesmamente ad $\frac{1}{4}$. onde essendo $8\frac{50}{201}$. denominat. maggiore di $8\frac{49}{200}$. il rotto $\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. è perciò minore del rotto $\frac{2}{8\frac{49}{200}}$. *(che quando il numeratore è vn'istesso, chi hà maggior denominatore è minor rotto, come si vede in $\frac{1}{8}$. paragonato ad $\frac{1}{6}$. ò ad $\frac{1}{4}$. &c.)* & consequentemente il quad. di $4\frac{2}{8\frac{50}{201}}$. è minore *(& però più s'allontana dal vero 18.)* che nõ fà il quad. di $4\frac{2}{8\frac{49}{200}}$.

Et dicendosi di 18. la ℞ essere $4\frac{4}{8\frac{39}{160}}$. cioè $4\frac{320}{1319}$. Il quadrato di 4. intiero con $\frac{2560}{1319}$. doppio di 4. intiero, via il rotto, fà $17\frac{1241}{1319}$. al che per arriuare à 18. manca $\frac{78}{1319}$. Ma vi è anco il quadrato del $\frac{320}{1319}$. rotto della ℞, quale importa $\frac{102400}{1319}$. 1319. esimi, cioè $77\frac{837}{1319}$. 1319. esimi, il che non arriua à 78. 1319. ma vi manca $\frac{482}{1319}$. 1319. esimi, cioè $\frac{482}{1739761}$.

102400
1319
77
10070
837
$77\frac{837}{1319}$

Ouero da $\frac{320}{1319}$. rotto totale à $\frac{39}{160}$. aggiunto al primiero denominatore, vi è $\frac{241}{160}$. 1319. esimi, che moltiplicato via $\frac{320}{1319}$. rotto totale, fà medesmamente $\frac{482}{1739761}$. che è il mancamento detto.

$\frac{320}{1319}$ $\frac{39}{160}$
17147
51441
51200
241

$\frac{320}{1319}$. via $\frac{241}{160.\ via\ 1319}$ fà $\frac{482}{1739761}$. che è il mãc.

Et dicendosi di 18. la radice essere $4\frac{2}{8\frac{29}{120}}$. cioè $4\frac{240}{989}$. Il quadrato di 4. con li dui prodotti di 4. & 4 cioè con il prodotto di 8. doppio di 4 via $\frac{240}{989}$. farà $17\frac{931}{989}$. che manca al 18. in $\frac{58}{989}$. ma vi è il quadrato del rotto $\frac{240}{989}$. che è $58\frac{238}{989}$. 989. esimi; però egli arriua, anzi passa, ò supera il $\frac{58}{989}$. detto in $\frac{238}{989.\ via\ 989}$.

$\frac{240}{989}$ $\frac{39}{120}$
28800 28681

$\frac{119}{118680}$. via $\frac{240}{989}$

fà $\frac{238}{978121}$. di più.

Onde si vede, che il $\frac{29}{120}$. rotto aggiunto all'8. denominatore primiero è troppo, cioè $4\frac{240}{989}$. è più del douere. Il che si conosce anco dal vedere, che $\frac{240}{989}$. rotto totale non si può cauare dal $\frac{29}{120}$. rotto aggiunto all'8. poiche il $\frac{29}{120}$. aggiunto non è maggiore del rotto totale, anzi il rotto totale è maggiore di lui in $\frac{119}{118680}$. & questo moltiplicato via $\frac{240}{989}$. rotto totale, fà $\frac{238}{978121}$. che è quello, in che il quadrato di $4\frac{240}{989}$. supera il 18.

$4\frac{240}{989}$
57600
58
8150
$58\frac{238}{989}$

Di qui

Di quì conosciamo, che quando il rotto aggiunto al denominatore primiero *(cioè al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞,)* è maggiore del rotto totale, allhora la ℞ così formata è minore del douere, & il quadrato d'essa manca ad arriuare al numero proposto, di che s'è presa la ℞, tanto, quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale è minore dell'aggiunto, via esso totale. Ma quando il rotto aggiunto al denominatore primiero è minore del rotto totale, allhora la ℞ così formata sarà maggiore del douere, & il quadrato d'essa supera il numero proposto, di che s'è presa la ℞ in tanto, quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale è maggiore dell'aggiunto, via esso rotto totale. Onde quando il rotto totale fusse à punto eguale all'aggiunto, allhora la ℞ così formata saria precise la vera ℞, & però conosceressimo il numero proposto di che ella si fusse presa essere numero quadrato. Cioè quando occorra, che al denominatore primiero si possa aggiungere rotto tale, che sia poi eguale al rotto totale, allhora il numero di che si piglia la ℞, sarà numero quadrato precise, & la ℞ così formata sarà precise la sua vera ℞, poiche anco di necessità il quadrato d'essa sarà anco egli eguale al numero di che si sarà presa la ℞. Ma quando occorra, che non sia possibile trouarsi rotto, che gionto al denominatore primiero formi rotto totale eguale ad esso aggiunto, allhora non sarà similmente possibile, che si troui quantità, che moltiplicata in se stessa, produchi numero eguale al proposto da pigliarne la ℞, & però esso numero proposto non potrà essere quadrato. Et conuersamente quando il numero proposto sia quadrato, sarà sempre possibile trouarsi rotto tale, che gionto al denominatore primiero, formarà rotto totale eguale ad esso aggiunto. Ma quando il numero proposto non sia quadrato, sarà sempre impossibile *(come s'è detto)* potersi trouare rotto tale, che giõto al denominat. primiero, formi rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto. Et che si possa, ò non si possa nel pigliare la ℞ d'vn numero proposto nel modo detto, trouare rotto, che gionto al denominatore primiero, formi rotto totale eguale al rotto, che si dice di giongere, noi potiamo chiarirceme, mediante l'Algebra, ò Regola della Cosa, del che si daranno li seguenti esempij, per satisfare alli curiosi, & vaghi della diuersità, che intendono essa Regola della Cosa.

Nel pigliare la ℞ di $23\frac{13}{36}$. sia che si dica ella essere 4. & $\frac{7\frac{13}{36}}{8}$. Hora cerchisi vn rotto, che gionto ad 8. formi rotto totale eguale al cercato; però poniamo egli essere 1 co. che gionto ad 8. fà 8. p̄ 1 co. & così il rotto totale sarà $\frac{7\frac{13}{36}}{8\ \bar{p}\ 1\ co.}$. & questo douerà essere eguale ad 1 co. aggiunto; Onde haueremo $\frac{7\frac{13}{36}}{8\ \bar{p}\ 1\ co.}$. eguale ad 1 co. per trouare il valore della co. moltiplichisi ciascuna parte per 8 p̄ 1 co. *(denominatore della prima parte)* & haueremo $7\frac{13}{36}$. eguale ad 8 co. p̄ 1 ce. perilche al quadrato del numero della mità delle co. cioè à 16. gionto il numero della equatione $7\frac{13}{36}$. fà $23\frac{13}{36}$. del che presa la ℞ quadrata, ella è $4\frac{5}{6}$. & di questo cauato 4. mità del numero delle co. resta $\frac{5}{6}$. per il valore della Cosa, & però il rotto cercato posto 1 co. sarà $\frac{5}{6}$. che gionto all'8. denominatore primiero, fà $8\frac{5}{6}$. & così haueremo $\frac{7\frac{13}{36}}{8\frac{5}{6}}$. che è à punto $\frac{5}{6}$. dal che concluderemo, che $23\frac{13}{36}$. è numero quadrato *(come anco ci è bisognato cercare, con la operatione Algebratica, & noi al suo luogo mostraremo come si conosca se vn numero rotto, ò misto è quadrato, & come si troui la sua ℞)* & che la sua ℞ è precise $4\frac{7\frac{13}{36}}{8\frac{5}{6}}$. cioè $4\frac{5}{6}$. Et dicendosi la ℞ di detto $23\frac{13}{36}$. essere $4\frac{1}{2}$. & $\frac{3\frac{1}{9}}{9}$. Cercando hora il rotto, che gionto à 9. formi rotto totale eguale al cercato, poneremo egli essere 1 co. che gionto à 9. fà 9 p̄ 1 co. & così il rotto totale sarà $\frac{3\frac{1}{9}}{9\ \bar{p}\ 1\ co.}$. & questo douerà essere eguale ad 1 co. aggiunto; onde hauendo $\frac{3\frac{1}{9}}{9\ \bar{p}\ 1\ co.}$. eguale ad 1 co. per trouare il valore della co. moltiplichisi ciascuna parte per 9 p̄ 1 co. *(denominatore della prima parte)* & haueremo $3\frac{1}{9}$. eguale à 9 co. p̄ 1 ce. perilche al quadrato della mità del numero delle co. cioè al quadrato di $4\frac{1}{2}$. che è $20\frac{1}{4}$. giongeremo il numero della equatione, che è $3\frac{1}{9}$. & fà $23\frac{13}{36}$. del che si piglia la ℞ quadra, cioè di $\frac{841}{36}$. & ella è $\frac{29}{6}$. cioè $4\frac{5}{6}$. & di questo si caua $4\frac{1}{2}$. mità del 9. numero delle co. & resta $\frac{1}{3}$. il che è il valore della co. & però il rotto cercato posto 1 Cosa, sarà $\frac{1}{3}$. che gionto al 9. denominatore primiero, fà $9\frac{1}{3}$. & così haueremo $\frac{3\frac{1}{9}}{9\frac{1}{3}}$. che è à punto $\frac{1}{3}$. cioè à punto eguale all'$\frac{1}{3}$. rotto aggiunto; dal che si concluderia, che il $23\frac{13}{36}$. è numero quadrato, & che la sua ℞ è precise $4\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{5}{6}$.

Q

Di quì

Di quì si vede *(come anco facilmente si può conoscere col semplice giudicio)* che nelli numeri quadrati quel rotto, che gionto al denominatore primiero, deue fare rotto totale eguale ad esso rotto aggiunto, è necessariamente quel rotto, che si troua, sottrando la prima parte della ℞, dalla ℞ vera totale del numero quadrato proposto; perilche di $23\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. numero quadrato. la vera ℞ del quale è $4\frac{5}{6}$. se diremo la prima parte della ℞ essere 4. & con l'auanzo formaremo $\frac{7\frac{1}{3}\frac{1}{6}}{8}$. all'8. doueremo giongere il $\frac{5}{6}$. che si troua à cauare 4. prima parte della ℞, dal $\frac{5}{6}$. che veramente è la ℞ totale, che così il rotto $\frac{7\frac{1}{3}\frac{1}{6}}{8\frac{5}{6}}$. sarà à punto il $\frac{5}{6}$. che gionto al 4. formarà la vera ℞ totale $4\frac{5}{6}$. Et dicendosi di $23\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. la prima parte della ℞ essere $4\frac{1}{2}$. & con l'auanzo formando $\frac{3\frac{1}{9}}{9}$. al 9. doueremo giongere l'$\frac{1}{3}$. che si troua à cauare $4\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, dal $4\frac{5}{6}$. che veramente è la ℞ totale, che così il rotto $\frac{3\frac{1}{9}}{9\frac{1}{3}}$. sarà à punto l'$\frac{1}{3}$. quale gionto al $4\frac{1}{2}$. formarà la vera ℞ totale $4\frac{5}{6}$.

Et pigliando la ℞ di $21\frac{1}{2}$. se diremo ella essere 4. & $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. Per cercare vn rotto, che gionto ad 8. facci rotto totale eguale all'aggiunto. Poneremo egli essere 1 co. che gionto ad 8. fà 8 p̃ 1 co. però haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\ \tilde{p}\ 1\ co.}$ per rotto totale, & questo douerà essere eguale ad 1 co. & consequentemente $5\frac{1}{2}$. douerà essere eguale ad 8 co. p̃ 1 ce. onde per trouare il valore della Cosa, à 16. quadrato della mità del numero delle co. giongeremo $5\frac{1}{2}$. numero della equatione, & fà $21\frac{1}{2}$. del che pigliaremo la ℞ quadrata, che sarà ℞ $21\frac{1}{2}$. & di questo cauaremo 4. mità del numero delle co., che resta ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. il che è il valore della Cosa, & però questo ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. sarà la quantità da giongere all'8. primiero denominatore, & allhora per rotto totale haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}\ \tilde{m}\ 4}$. cioè $\frac{5\frac{1}{2}}{℞\ 21\frac{1}{2}\ \tilde{p}\ 4}$. che è $5\frac{1}{2}$. da partire per ℞ $21\frac{1}{2}$ p̃ 4. onde moltiplicando ciascuna delle due quantità per ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. *(reciso, ò residuo del binomio partitore)* si ridurrà ad hauere $5\frac{1}{2}$. per partitore, & per quantità da partire il prodotto di $5\frac{1}{2}$. via ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. Et hora partito ciascuna delle due quantità per $5\frac{1}{2}$. il partitore si ridurrà ad 1. & la quantità da partire à ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. sì che l'auuenimento sarà ℞ $21\frac{1}{2}$ m̃ 4. & questo sarà il valore del rotto totale *(che bene è eguale alla quantità aggiunta all'8. denominatore primiero)* quale gionto à 4. intiero, ò prima parte della ℞, fà ℞ $21\frac{1}{2}$. & questo è la ℞ del proposto $21\frac{1}{2}$. Onde vediamo, che dall'operare in questo modo, ritorniamo ad hauere quello, che haueuamo in prima, cioè non habbiamo trouato qual sia la vera ℞ di $21\frac{1}{2}$. come si domandaua, & ciò nasce, perche la vera ℞ di $21\frac{1}{2}$. non si può dire essere altro, che ℞ $21\frac{1}{2}$. poiche detto $21\frac{1}{2}$. è numero non quadrato. Cerchisi dunque con questo modo di trouarla almeno propinquamente, così. Noi sappiamo, che essendo l'intiero, ò prima parte della ℞ il 4. allhora il rotto totale trouato, come di sopra, douerà essere $\frac{5\frac{1}{2}}{4\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}}$. però vediamo di trouare il valore di questo rotto vicino al vero, & per farlo, cominciando al denominatore, consideriamo con le regole ordinarie, quanto importa ℞ $21\frac{1}{2}$. *(parte d'esso denominatore)* che vedremo ella importare quasi $4\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. ma essere maggiore di $4\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. però il totale denominatore 4 p̃ ℞ $21\frac{1}{2}$. nõ arriuarà ad $8\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. ma passarà $8\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. Et perche quãdo il denominatore è più grande del douere, allhora il rotto, che se ne forma è manco del douere, & quando il denominatore è più piccolo del douere, allhora il rotto, che se ne forma è più del douere; se diremo il denominatore essere $8\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. maggiore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{8}}$ sarà manco del douere, & però gionto al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che sarà 4. & $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{8}}$. cioè $4\frac{88}{139}$. questo sarà manco del douere, cioè sarà ℞ scarsa del $21\frac{1}{2}$. proposto. Ma se diremo il denominatore essere $8\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. minore del douere, il rotto poi $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$ sarà più del douere, & però giõto al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che sarà $4\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$. cioè $4\frac{99}{155}$. questo sarà maggiore del douere, cioè sarà ℞ eccedente del $21\frac{1}{2}$. proposto, però concluderemo, che di $21\frac{1}{2}$. la ℞ propinqua minore del douere è $4\frac{88}{139}$. ma la ℞ propinqua maggiore del douere è $4\frac{99}{155}$. Et la differenza di queste due radici, cioè quello, che resta à sottrare $\frac{88}{139}$. da $\frac{99}{155}$. è $\frac{121}{21545}$.

Cauisi $\frac{88}{139}$. da $\frac{99}{155}$. è maggiore d' 88. in 11.
è maggiore di 139. in 16.
caua 1408. da 1529.
resta 121. per numeratore, essendo denominatore 139. via 155. cioè 21545. però il restante sarà $\frac{121}{21545}$.

$\frac{88}{139}$ B A $\frac{99}{155}$ 139. via 99. consta di 139. via 88. Et di 139. via 11.
155. via 88. consta di 139. via 88. Et di 16. via 88.

Però remosso communemente 139. via 88. haueremo dalla parte d'A, 139. via 11. cioè 1529. Et dalla parte di B 16. via 88. cioè 1408. che cauato il pertinente al B, dal pertinente all'A, resta 121. per numeratore della differenza di B, ad A. Essendo denominatore il prodotto de' denominatori d'A, & B, fra loro.

Dalle cose dette si viene à conoscere, che per formare il denominatore al rotto totale, ò seconda parte della ℞; se noi vogliamo, che la ℞ sia scarsa, cioè minore del vero, noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, ad esso giongeremo vn rotto eguale à questo primo rotto trouato, cioè che habbi l'istesso numeratore, & l'istesso denominatore *(Onde per trouare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. all'8. denominatore si giongerà il medesmo rotto $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. & farà $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{8}}$.)* & il rotto totale formatone insieme con l'intiero, ò prima parte, componeranno ℞ scarsa, ò minore del douere, la quantità della scarsezza del quadrato della quale si troua sempre nel modo già detto, cioè moltiplicando il rotto totale per quello, che resta à cauare esso rotto totale dal rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà la scarsezza detta. Ma se vorremo, che la ℞ sia eccedente, cioè maggiore del vero *(propinquamente però)* noi formato il denominatore primiero con il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, ad esso denominatore primiero giongeremo vn rotto, che per numeratore habbi l'istesso numero, che hà per numeratore il denominatore primiero *(cioè che sia l'auanzo della radice)* ma che per denominatore habbi 1. più di quello, che è il denominatore primiero, cioè che sia 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, onde per trouare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. & il rotto primiero $\frac{5\frac{1}{2}}{8}$. all'8. denominatore giongeremo $\frac{5\frac{1}{2}}{9}$. *(rotto, che hà il numeratore eguale al numeratore primiero, & il denominatore 1. vnità maggiore, che l'8. denominatore primiero)* & haueremo $\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$. per rotto, ò secõda parte della ℞, quale giõto al 4. intiero, ò prima parte, formarà $4\frac{5\frac{1}{2}}{8\frac{5\frac{1}{2}}{9}}$ che sarà ℞ eccedente. La quantità dell'eccesso del quadrato della quale si troua sempre con la rego la vniuersale già detta, che è moltiplicando il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto aggiunto al denominatore primiero, che il prodotto sarà l'eccesso cercato.

Et per mostrare ancora più intrinsecamente il modo di pigliare le radici scarse, & le eccedenti propinque delli numeri proposti non quadrati, dico che dall'operare d'Algebra nel pigliare la ℞ di $21\frac{1}{2}$. che trouiamo ella essere 4. & $\frac{5\frac{1}{2}}{4\ \tilde{p}\ ℞\ 21\frac{1}{2}}$. *(cioè 4. & vn rotto, che hà per numeratore il $5\frac{1}{2}$. auanzo della ℞, & per denominatore vn numero, che è composto dall'intiero 4. detto, & dalla ℞ totale incognita del $21\frac{1}{2}$. proposto)* si viene à conoscere, che sempre, che al 4. parte del totale denominatore giongeremo quantità, che veramente ecceda il valore di ℞ $21\frac{1}{2}$. allhora *(perche il denominatore totale sarà più del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà manco del douere)* la ℞ così trouata, cioè composta dall'intiero, & rotto vltimamente formato sarà minore del douere. Ma sempre, che al 4. parte del total denominatore *(& è sempre l'intiero, ò prima parte della ℞)* giongeremo quantità, che veramente sia minore del valore di ℞ $21\frac{1}{2}$. allhora *(perche il denominatore totale sarà manco del douere, & perciò conuersamente il rotto così formato sarà maggiore del douere)* la ℞ così trouata sarà maggiore del douere. Perilche noi potiamo dar Regola di trouare la ℞ propinqua delli numeri, dicendo.

Proposto vn numero, per trouarne la sua ℞ quadra propinqua. Piglisi per prima parte della ℞ l'intiero propinquo, ò vn numero misto d'intiero, e rotto più propinquo à nostro beneplacito,

cito; & quello, che resta à cauare il quadrato di questa prima parte, dal numero proposto, si pona sopra ad vna riga per numeratore, poi se vorremo, che la R propinqua cercata sia minore del vero, cioè scarsa, noi presa vna quantità, che ecceda il valore della R del numero proposto *(& di quanto manco lo eccederà, tanto maggiore propinquità haueremo)* la giõgeremo alla prima parte della R trouata, & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato gionto alla prima parte della R, comporrà R propinqua del numero proposto, minore del vero. Ma se vorremo, che la R cercata sia maggiore del vero, cioè eccedente, noi presa vna quantità, che non ecceda, cioè che sia minore del valore della R del numero proposto *(& di quanto manco sarà minore, tanto maggior propinquità haueremo)* la giõgeremo alla prima parte trouata della R, & la somma poneremo sotto alla riga per denominatore, che il rotto così formato gionto alla prima parte della R, componerà R propinqua eccedente del numero proposto. Et notisi, che quando auuenisse, che si potesse trouare vna quantità, quale fusse precisemente eguale al valore della R del numero proposto *(cioè che il numero proposto fusse quadrato)* allhora gionta essa quantità nel modo detto alla prima parte della R trouata, & la somma posta sotto alla riga per denominatore, il rotto così formato gionto alla prima parte della R, componeria R precise del numero proposto. Che per esempio proponendosi $18\frac{7}{9}$. da trouarne la R, noi dicendo l'intiero, ò prima parte d'essa essere 4. & l'auanzo $2\frac{7}{9}$. posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla R del $18\frac{7}{9}$. che hora si può pigliare, & è $4\frac{1}{3}$. & giontala à 4. intiero, ò prima parte della R, fà $8\frac{1}{3}$. & questo è il denominatore, però il rotto sarà $\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{1}{3}}$. che con il 4. intiero, ò prima parte della R, fà $4\frac{2\frac{7}{9}}{8\frac{1}{3}}$. cioè $4\frac{1}{3}$. & questa è la R precise del $18\frac{7}{9}$. Ancora proposto $14\frac{11}{25}$. da trouarne la R, dicendo l'intiero, ò prima parte d'essa essere 3. & l'auanzo $5\frac{11}{25}$. posto sopra ad vna riga per numeratore, poi presa vna quantità eguale alla R del $14\frac{11}{25}$. che hora si può pigliare, & è $3\frac{4}{5}$. & giontala à 3. intiero, ò prima parte della R, fà $6\frac{4}{5}$. & questo è il denominatore, però il rotto sarà $\frac{5\frac{11}{25}}{6\frac{4}{5}}$. quale con l'intiero, ò prima parte della R, fà $3\frac{5\frac{11}{25}}{6\frac{4}{5}}$. cioè $3\frac{136}{170}$. che è $3\frac{4}{5}$. & questa è la R precise del $14\frac{11}{25}$. Et se nel trouare la R del $14\frac{11}{25}$. hauessimo detto la prima parte d'essa essere $3\frac{1}{2}$. l'auanzo del suo quadrato $12\frac{1}{4}$. fino al $14\frac{11}{25}$. saria $2\frac{19}{100}$. da ponere sopra ad vna riga per numeratore, poi presa la quantità eguale alla R del $14\frac{11}{25}$. che è $3\frac{4}{5}$. & giontala à $3\frac{1}{2}$. prima parte della R, farà $7\frac{3}{10}$. da ponere sotto alla riga per denominatore, & però il rotto sarà $\frac{2\frac{19}{100}}{7\frac{3}{10}}$. cioè $\frac{219}{730}$. che è $\frac{3}{10}$. quale con il $3\frac{1}{2}$. prima parte della R, fà $3\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{10}$. cioè $3\frac{4}{5}$. che è la R precise del $14\frac{11}{25}$. proposto. Et così sempre, che il numero proposto da trouarne la R sia quadrato, ne seguirà, che se posto per prima parte della sua R, che numero si vogli, & l'auanzo posto sopra ad vna riga per numeratore, poneremo sotto ad essa riga per denominatore il numero, che nasce à sommare la prima parte della R, con la R d'esso numero proposto, allhora il rotto così formato giõto alla prima parte della R, cõponerà di nuouo la precise R del num. proposto.

$5\frac{30}{43}$. Quadrisi

$6\frac{42}{43}$ $\frac{900}{1849}$

fà $31\frac{857}{1849}$ $\frac{924\frac{1}{2}}{67\frac{1}{2}}$

mãca in $\frac{115}{3698}$

Esempio nella R scarsa. Piglisi la R scarsa di $32\frac{1}{2}$. Sia 5. la prima parte, che auanzarà $7\frac{1}{2}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte della R, Et per trouare il denominatore, diremo, la R propinqua, ma eccedente del proposto $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{10}$. cioè $5\frac{3}{4}$. quale si giõga à 5. prima parte trouata della R, & fà $10\frac{3}{4}$. & questo sarà il denominatore, però il rotto totale, ò secõda parte della R, sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{10\frac{3}{4}}$. cioè $\frac{30}{43}$. che con il 5. intiero, ò prima parte, fà $5\frac{30}{43}$. che è la R cercata. Et questo modo si conforma à punto con l'altro modo vniuersale già detto, cioè formano à punto vna istessa R scarsa, quando noi poniamo la prima parte d'essa essere realmente numero intiero. Et nel pigliare la R scarsa del $32\frac{1}{2}$. proposto, dicendosi la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. auanzarà $2\frac{1}{4}$. per numeratore, & quanto al denominatore, la R propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{10}$. cioè $5\frac{3}{4}$. quale gionto al $5\frac{1}{2}$. prima parte tro-

Per trouare il mancamento. Da $\frac{30}{43}$. rotto totale à $\frac{3}{4}$. in che il $10\frac{3}{4}$. denom. supera il doppio del 5. prima parte della R, vi è $\frac{9}{172}$. quale moltiplicato per $\frac{30}{43}$. rotto totale, fà $\frac{270}{7396}$. che è il mancamento cercato.

te tro-

te trouata della R, fà $11\frac{1}{4}$. che sarà il denominatore, onde per rotto totale haueremo $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{1}{4}}$. cioè $\frac{9}{45}$. che è $\frac{1}{5}$. & questo, insieme con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della R, fà $5\frac{7}{10}$. per la R scarsa propinqua cercata. Il quadrato della quale per arriuare al $32\frac{1}{2}$. è scarso in $\frac{1}{100}$. che si troua dicendo. Da $\frac{1}{5}$. rotto totale ad $\frac{1}{4}$. in che l'$11\frac{1}{4}$. denominatore supera 11. doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della R, vi è $\frac{1}{20}$. quale moltiplicato via $\frac{1}{5}$. rotto totale, fà $\frac{1}{100}$. che è il mancamento cercato. Ma quando noi poneremo la prima parte della R essere numero intiero, & rotto, cioè misto, allhora l'altro modo vniuersale ci darà R più propinqua al vero, cioè manco scarsa, perche allhora il rotto totale sarà maggiore del $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{1}{4}}$. di sopra trouato, cioè il denominatore allhora sarà alquanto minore dell'$11\frac{1}{4}$. poiche verrà ad essere $11\frac{2\frac{1}{4}}{11}$. cioè $11\frac{9}{44}$. & il rotto totale sarà $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{9}{44}}$. cioè $\frac{99}{493}$. che con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della R, fà $5\frac{691}{986}$.

Di $32\frac{1}{2}$. la R scarsa sia $5\frac{1}{2}$. & $\frac{2\frac{1}{4}}{11.\ \&\ \frac{2\frac{1}{4}}{11}}$. cioè & $\frac{2\frac{1}{4}}{11.\ \&\ \frac{9}{44}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{99}{493}$.

cioè $5\frac{691}{986}$. Quadrisi

6190

8

7986

7888

477481

il ■ è $32\frac{485369}{972196}$. che è 972196

486098. mãco di $32\frac{1}{2}$.

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{99}{493}$. rotto totale à $\frac{9}{44}$. aggiunto all'11. primiero denominatore *(doppio di $5\frac{1}{2}$, prima parte della R)* vi è $\frac{81}{493.\text{via }44}$. che moltiplicato via $\frac{99}{493}$. rotto totale, fà $\frac{729}{493.\text{via }493.\text{via }4}$. cioè $\frac{729}{493.\text{via }493.\text{via }2.\text{via }2}$. cioè $\frac{729}{986.\text{via }986}$. cioè $\frac{729}{972196}$. che è il mancamento.

A moltiplicare $\frac{99}{493}$. via $\frac{81}{493.\text{via }44}$ partito il 99. superiore sinistro, & il 44. inferiore destro per 11. si riduce à moltiplicare $\frac{9}{493}$. via $\frac{81}{493.\text{via }4}$ che fà $\frac{729}{243049.\text{via }4}$. cioè $\frac{729}{972196}$.

$\frac{99.\ B}{493}$ $\frac{9.\ A}{44.\ C}$

Notisi q̃sto modo di cauare $\frac{99}{493}$. da $\frac{9}{44}$. 493. consta di 44. volte 11. & 9. di più, però 494 via 9 A. è quanto 44. volte 11. via 9 A. Et 9. via 9 A. Hora 44 C. via 99 B, è quanto 44. volte 11. via 9. perche 11. via 9. constituisce il 99. onde leuato questo 44. volte 99. cioè 44. volte 11. via 9. da ciascuna parte, noi haueremo solo verso A, il 9. via 9 A, che produce 81. quale sarà numeratore, essendo denominatore 493. via 44. però il restante sarà $\frac{81}{493.\text{via }44}$

Di $34\frac{1}{2}$. la R scarsa sia $5\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{2}.\ \&\ 5\frac{9}{20}}$. cioè & $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{9}{20}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{85}{229}$.

cioè $5\frac{399}{458}$. Quadrisi

458

3990

$8\frac{326}{458}$

149308

159201

308509

il ■ è $34\frac{98745}{109764}$. è scarso in $\frac{6137}{209764}$

204882

Per trouare il mancamento.

Da $\frac{85}{229}$. rotto totale à $\frac{9}{20}$. in che il denominat. totale $11\frac{9}{20}$. supera 11. doppio del $5\frac{1}{2}$. prima parte della R, vi è $\frac{361}{4580}$. quale moltiplicato via $\frac{85}{229}$. rotto totale *(che è quanto moltiplicare $\frac{17}{229}$. via $\frac{361}{916}$. ouero $\frac{17}{458}$. via $\frac{361}{458}$.)* fà $\frac{6137}{209764}$. che è il mancamento.

Et se il numero proposto da pigliarne la R scarsa sia $34\frac{1}{2}$. ponendo la prima parte essere 5. il rotto saria $\frac{9\frac{1}{2}}{5.\ \&\ 5\frac{9\frac{1}{2}}{10}}$. cioè & $\frac{9\frac{1}{2}}{10\frac{19}{20}}$. cioè & $\frac{190}{219}$. che è $5\frac{190}{219}$. come anco si trouaria à punto con l'altro modo vniuersale, poiche essendo la prima parte della R, 5. il rotto verria ad essere $\frac{9\frac{1}{2}}{10.\ \&\ \frac{9\frac{1}{2}}{10}}$. cioè $\frac{9\frac{1}{2}}{10\frac{19}{20}}$. cioè $\frac{190}{219}$. & però la radice totale saria $5\frac{190}{219}$. medesmamente.

Et nel-

Et nell'altro modo vniuersale. Dicendo la ℞ scarsa di $34\frac{1}{2}$. essere $5\frac{1}{2}$. & $\frac{4\frac{1}{4}}{11.\&\frac{4\frac{1}{4}}{11}}$. cioè & $\frac{4\frac{1}{4}}{11.\&\frac{17}{44}}$. che è $5\frac{1}{2}$. & $\frac{187}{501}$. cioè $5\frac{875}{1002}$. il suo quadrato sarà minore del $34\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{4913}{1004004}$. Per trouare il mancamento. Da $\frac{187}{501}$. rotto totale à $\frac{17}{44}$ aggiunto all'11. primiero denominatore *(doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞)* vi è $\frac{289}{22044}$. quale moltiplicato via $\frac{187}{501}$. rotto totale *(che è quanto moltiplicare $\frac{289}{22044}$. via $\frac{187}{501}$.)* fà $\frac{4913}{1004004}$. che è il mancamento.

$$5\frac{875}{1002}$$
$$8750$$
$$8\frac{734}{1002}$$
$$735468$$
$$765625$$
$$1501093$$
$$34\frac{497089}{1004004}$$
$$502002$$
$$\text{manca }\frac{4913}{1004004}$$

Et se nel trouare la radice del $34\frac{1}{2}$. ponessimo la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. il rotto saria $\frac{4\frac{1}{4}}{5\frac{1}{2}.\&5\frac{19}{20}}$. cioè $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{9}{20}}$ cioè $\frac{85}{229}$. però la ℞ totale verria ad essere $5\frac{1}{2}$. & $\frac{85}{229}$. che è $5\frac{399}{458}$. il quadrato della quale saria scarso cioè minore del $34\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{1}{209764}$.

Ma se ponendo pure la prima parte della ℞ di $34\frac{1}{2}$. essere $5\frac{1}{2}$. allhora formaremo il rotto con l'altro modo vniuersale, egli sarà $\frac{4\frac{1}{4}}{11.\&\frac{4\frac{1}{4}}{11}}$. cioè $\frac{4\frac{1}{4}}{11\frac{17}{44}}$. cioè $\frac{187}{501}$. che è alquanto maggiore dell' $\frac{85}{229}$. trouato di sopra *(perche il denominatore 11. & $\frac{4\frac{1}{4}}{11}$. cioè $11\frac{17}{44}$ è alquanto minore del denominatore $5\frac{1}{2}$. & $5\frac{19}{20}$. cioè di $11\frac{9}{20}$. trouato di sopra)* & con il $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞ faria $5\frac{875}{1002}$. che perciò saria ℞ più propinqua, cioè manco scarsa, che non è il $5\frac{399}{458}$. trouato di sopra, & il suo quadrato saria minore del $34\frac{1}{2}$. solo in $\frac{4913}{1004004}$.

Piglisi la ℞ propinqua eccedēte di $32\frac{1}{2}$. Sia la prima parte 5. che auãzarà $7\frac{1}{2}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte. Et per trouare il denominatore, dicasi. La ℞ propinqua scarsa del proposto $32\frac{1}{2}$. è $5\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. questa si giõga à 5. prima parte della ℞, & fà $10\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. cioè $10\frac{15}{22}$. quale farà il denominatore, & così il rotto totale, ò seconda parte della radice sarà $\frac{7\frac{1}{2}}{10\frac{15}{22}}$. cioè $\frac{165}{235}$. ch'è $\frac{33}{47}$. quale con il 5. prima parte fà $5\frac{33}{47}$. per la ℞ propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. proposto. Per trouare l'eccesso, diremo $\frac{33}{47}$. rotto totale è maggiore, cioè eccede $\frac{15}{22}$. *(rotto, in che il denominatore totale eccede 10. doppio del 5. prima parte della ℞)* in $\frac{21}{1034}$. quale moltiplicato via $\frac{33}{47}$. rotto totale, fà $\frac{63}{4418}$. che è l'eccesso. Et se nel pigliare la ℞ propinqua eccedente del $32\frac{1}{2}$. proposto, dicessimo la prima parte essere $5\frac{1}{2}$. auanzaria $2\frac{1}{4}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte della ℞,

Esempio nella ℞ eccedente.

Quadrisi $5\frac{33}{47}$ — 330 — $7\frac{1}{47}$ — 1089 — 1136 — il ■ è $32\frac{1136}{2209}$. però eccede in $\frac{31}{2209}$. che è $\frac{63}{4418}$

da $\frac{11}{22}$. à $\frac{33}{47}$ (3, 3) — 66 — 45 — resta $\frac{21}{1034}$. via $\frac{33}{47}$ (3) — 94 — fà $\frac{63}{4418}$

Quadrisi $5\frac{115}{164}$ — 1150 — 2 — $7\frac{}{164}$ — 328 — 13225 — il ■ è $32\frac{13553}{26896}$ — 13448 — l'eccesso è $\frac{105}{26896}$

da $\frac{2}{11}$. à $\frac{33}{164}$ — 363 — 328 — è $\frac{35}{11.\text{via}164}$. via $\frac{33}{164}$ (3) — fà $\frac{105}{26896}$. che è l'eccesso di ■ della ℞.

In questo sottrare da vna parte si lassa 22. via 30. & dall'altra 44. via 15. che produce il medesmo *(perche così è 44. doppio à 22. come conuersamente 15. è la mità di 30.)* però dalla parte destra haueremo solo 3. via 22. che fà 66. & dalla sinistra 15. via 3. che fà 45. quale 45. cauato da 66, restarà 21. per numeratore del restante, essendo denominatore il prodotto di 22. via 47. cioè 1034. & però restarà $\frac{21}{1034}$.

Per trouare l'eccesso. Il $\frac{115}{164}$. rotto totale eccede $\frac{2}{11}$. rotto, in che $11\frac{2}{11}$. denominatore totale supera 11. doppio di $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, in $\frac{35}{1804}$. quale moltiplicato via $\frac{115}{164}$. rotto totale *(che è quanto moltiplicare $\frac{35}{1804}$. via $\frac{115}{164}$.)* fà $\frac{4025}{295856}$. il che è l'eccesso cercato.

della ℞, & per trouare il denominatore si diria, la ℞ propinqua minore, cioè scarsa del $32\frac{1}{2}$. proposto è $5\frac{7\frac{1}{2}}{11}$. quale si giongeria à $5\frac{1}{2}$. prima parte trouata della ℞, & fà $11\frac{2}{11}$. & questo saria il denominatore, & però il rotto totale verria ad essere $\frac{2\frac{1}{4}}{11\frac{2}{11}}$. cioè $\frac{99}{492}$. che è $\frac{33}{164}$. quale gionto à $5\frac{1}{2}$. prima parte della ℞, fà $5\frac{115}{164}$. che saria la ℞ propinqua eccedēte di $32\frac{1}{2}$. proposto. Ma noi hora trattando delle ℞ eccedenti senza hauer cognitione dell'Algebra, ò Regola della Cosa, seruendoci solo del discorso naturale, Se bene da quanto si è considerato nel trouare la ℞ scarsa, si viene anco in cognitione del modo di trouare la eccedente, potiamo nondimeno di più dare vna regola assai facile in trouare ℞ eccedente, à similitudine della data nella ℞ scarsa, che non è maggiore del vero. Però si dice, che per trouare la ℞ eccedente d'vn numero proposto, noi preso l'intiero, ò prima parte della ℞, ò in vece d'esso intiero, ò prima parte preso vn numero misto *(cioè composto d'intiero, e rotto)* à beneplacito, per formare poi il rotto, ò seconda parte della ℞, Mettasi l'auanzo *(cioè quello, che manca al quadrato della prima parte per arriuare al numero proposto)* sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto per denominatore vi si pona il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, & vn rotto di più, quale per numeratore habbi il medesmo auanzo detto della ℞, ma per denominatore habbi il doppio più l'intiero, ò prima parte detta della ℞, & allhora questo denominatore totale così composto insieme con il numeratore *(auanzo della ℞ detto)* formarà il rotto totale, che giunto all'intiero, ò prima parte della ℞ già trouato, componerà quantità, ò ℞ totale eccedente, cioè il quadrato della quale superarà il numero proposto da pigliarne la ℞. Et il superamento sarà tanto, quanto è il prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera quel rotto, che fù aggiunto al primiero denominatore, cioè al doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞, quando se ne compose il denominatore totale. Et sappiasi, che non solo il rotto detto, che si gionge al denominatore primiero, componendone il denominatore totale, è à proposito per formare il rotto totale, che con l'intiero, ò prima parte componga ℞ eccedente, ma ancora sarà à proposito ciascun'altro rotto, che gionto al denominatore primiero, componga denominatore totale, che insieme con il numeratore formi rotto totale, tale, che sia maggiore del detto rotto gionto al denominatore primiero. Et quanto maggiore sarà il rotto, che si giunge al denominatore primiero *(& però di quanto manco il rotto totale eccederà il rotto aggiunto al denominatore primiero)* tanto più propinqua sarà la ℞ eccedente, che trouaremo, cioè tanto manco sarà l'eccesso del quadrato d'essa ℞, sopra al numero proposto da pigliarne la ℞.

Sia per esempio proposto 18. da pigliarne la ℞ propinqua eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. auanzarà 2. per numeratore del rotto, ò seconda parte, il denominatore primiero sarà 8. doppio al 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à questo 8 sarà $\frac{2}{9}$. *(che hà per numeratore il 2. medesmo auanzato, & per denominatore hà 9. che è più dell 8. ò del doppio del 4. prima parte della ℞)* & così il denominatore totale sarà $8\frac{2}{9}$. & il rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che sarà sempre maggiore del $\frac{2}{9}$. *(rotto aggiunto all'8. primiero denominatore)* poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso 2. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè $8\frac{2}{9}$, non arriuarà mai à 9. che è vna vnità più dell'8. sempre, & così il denominatore totale sarà sempre minore del denominatore del rotto aggiunto, & consequentemente il rotto totale *(che ha minor denominatore)* sarà maggiore del rotto aggiunto *(che hà maggior denominatore)* Questo rotto totale giunto al 4. intiero, ò prima parte della ℞, fà 4. & $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. per la ℞ eccedente di 18. proposto, Et che ella necessariamente sia eccedente, cioè che il suo quadrato superi il 18. d'alquanto lo conosceremo cercando il quadrato d'essa così. Il quadrato di 4. intiero, ò prima parte della ℞ è 16. *(che fino al 18. proposto vi auanza 2.)* li dui rettangoli, ò prodotti, che nascono à moltiplicare il 4. prima parte della ℞, via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. seconda parte, sono $\frac{16}{8\frac{2}{9}}$. che è manco di $\frac{16\frac{2}{9}}{8\frac{2}{9}}$. cioè di 2. in $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. Il che mostra, che li dui rettangoli, ò prodotti detti sono sempre minori del 2. *(auanzo da 16. quadrato della prima parte à 18. numero proposto)* di tanto, quanto è il dutto di $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero in 2. auanzo detto; esimo del denominatore totale, cioè essi dui rettangoli sono sempre minori dell'auanzo, che resta à cauare il quadrato della prima parte della ℞ dal numero proposto, in vn rotto, che per numeratore habbi il prodotto, che nasce à moltiplicare il vero auãzo detto, nel rotto aggiunto al denominatore primiero *(che è il quadrato dell'auanzo, esimo del denominatore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* & per denominatore habbi

habbi il denominatore totale, qual rotto hora è $\frac{4}{8\frac{2}{9}}$. Et perche moltiplicando così il numeratore $\frac{4}{9}$. come il denominatore $8\frac{2}{9}$. per 9. denominatore del $\frac{4}{9}$. & ne nascerà $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. questo rotto sarà del medesimo valore del primo, cioè sarà quanto $\frac{\frac{4}{9}}{8\frac{2}{9}}$. Et questo così nato hauerà per numeratore 4. prodotto di 2. auanzo in 2. numeratore di $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto all'8. denominatore primiero, ò vogliamo dire, questo rotto hauerà sempre per numeratore il quadrato del 2. auanzo, & per denominatore il prodotto di 9. *(denominatore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto)* in $8\frac{2}{9}$. *(denominatore totale)* noi perciò potiamo dire, che il rotto, in che li dui rettangoli detti mãcano ad arriuare al vero auanzo della ℞, hà sempre per numeratore il quadrato d'esso vero auanzo, & per denominatore il prodotto, che nasce à moltiplicare il denominatore del rotto aggiunto, nel denominatore totale. Ma questo ancora si può dire essere il rotto, che nasce à moltiplicare $\frac{2}{9}$. via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. cioè il rotto, che nasce à moltiplicare il rotto aggiunto, via il rotto totale, che produce $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Hora considerando il quadrato del $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale *(che il quadr. della ℞ 4. & $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. consta del quadrato di 4. prima parte, ò intiero della ℞, delli dui rettangoli del 4. intiero in $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto, ò vogliamo dire delli dui rettangoli della prima parte nella seconda, & anco del quadrato del rotto $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. ò seconda parte della ℞)* qual quadrato hauerà sempre per numeratore il 4. quadrato del 2. auanzo della ℞, & per denominatore $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. & però sarà $\frac{4}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. conosceremo questo quadrato douere essere sempre maggiore del mancamento delli dui rettangoli detti *(cioè di quello, che manca alli detti dui rettangoli, per arriuare al 2. auanzo già detto)* perche esso quadrato, & il mancamento delli dui rettangoli, che è $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. hauendo vn medesmo numeratore 4. hanno poi diuersi denominatori, & quello del quadrato del rotto totale è sempre minore, poiche è solo $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. doue l'altro è 9. via $8\frac{2}{9}$. Et in essi denominatori auuiene, che l'vno, cioè quello, che serue al quadrato del rotto totale è sempre il prodotto di $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale nel medesmo $8\frac{2}{9}$. ma nell'altro, cioè nel mancamento de' dui rettangoli è il prodotto pure di $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale, ma via 9. denominatore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto, qual 9. è sempre maggiore dell'$8\frac{2}{9}$. denominatore totale, però essendo sempre il denominatore del quadrato del rotto totale minore del denominatore del rotto mancante alli dui rettangoli; & quello, che hà minore denominatore è sempre maggior rotto, ne segue, che il quadrato del rotto totale è sempre maggiore di quello, che manca alli dui rettangoli; onde il quadrato della ℞ totale *(che consta del quadrato dell'intiero, del quadrato del rotto, & delli dui rettangoli dell'intiero nel rotto)* conosciamo douer superare il 18. proposto, & però essa ℞ essere eccedente. Vediamo hora di conoscere di quanto ella è eccedente, cioè di quanto il quadrato del rotto della ℞ è maggiore del mancamento delli dui rettangoli, che nascono à moltiplicare il rotto, via l'intiero. A sottrare $\frac{4}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. che manca alli dui rettangoli, da $\frac{4}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$ conuien moltiplicare 9. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto minore, via 4. numeratore del rotto maggiore *(& ne verrà nuouo numeratore del maggior rotto ridotto al commune denominatore, che nasce à moltiplicare il denominatore del minore, via il denominatore del maggiore)* & dal prodotto conuien sottrare il prodotto, che nasce à moltiplicare $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto maggiore, via 4. numeratore del minore *(& esso prodotto sarà nuouo numeratore del rotto minore ridotto alla detta commune denominatione)* che il restante sarà numeratore del rotto, restante della sottrattione, che cerchiamo, essendo suo denominatore il prodotto delli dui denominatori; ma perche 9. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del minor rotto è maggiore di $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. denominatore del maggior rotto in $\frac{7}{9}$. *(in che 9. supera $8\frac{2}{9}$.)* via $8\frac{2}{9}$. il numeratore del restante, che cerchiamo si trouarà moltiplicando 4. numeratore del rotto maggiore *(che è eguale all'altro numeratore)* via $\frac{7}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Che il 4. è sempre il quadrato del 2. restante della ℞, ò vogliamo dire è sempre quel prodotto, che nasce à moltiplicare il 2. numeratore del rotto totale della ℞, via il 2. numeratore del rotto aggiunto al denominatore primiero. Et il $\frac{7}{9}$. è sempre quello, che resta à cauare il denominatore totale, cioè $8\frac{2}{9}$. dal denominatore del rotto aggiunto, cioè da 9. Et si può anco dire esso $\frac{7}{9}$. essere quello, che nasce à cauare $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto da 1. intiero, cioè da $\frac{9}{9}$. in che il 9. denominatore del rotto aggiunto supera 8. denominatore primiero. L'$8\frac{2}{9}$. poi è il denominatore totale.

Et perche il numeratore da trouare nel modo detto, hà da hauere per denominatore il prodotto delli denominatori, che sono 9. via $8\frac{2}{9}$. Et $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. cioè esso numero, che serue per numeratore và partito per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Vedendo noi che l'$8\frac{2}{9}$. che hà da seruire per moltiplicante nel trouare il numeratore è eguale à vno delli $8\frac{2}{9}$. che hà da seruire per partitore, potiamo leuare questo $8\frac{2}{9}$. da ciascuna parte, & haueremo solo 4. via $\frac{7}{9}$. da partire per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. Et perche il moltiplicare 4. via $\frac{7}{9}$. è quanto moltiplicare 4. via 7. & partire per 9. *(qual 9. è sempre il denominatore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* douendosi poi quello, che nasce partire per 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. potiamo dire questa operatione essere quanto il moltiplicare 4. *(quadrato del 2. restante della ℞, ò vogliamo dire prodotto da 2. restante, ò numeratore del rotto totale moltiplicato via 2. numeratore del rotto aggiunto al denominatore primiero)* via 7. *(differenza del numeratore del rotto aggiunto al suo denominatore)* & partire il prodotto 28. per 9. via 9. via $8\frac{2}{9}$. via $8\frac{2}{9}$. cioè per 9. denominatore del rotto aggiunto, via il medesmo 9. Et via $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto totale, via il medesmo $8\frac{2}{9}$. ò vogliamo dire, & partire il prodotto 28. per quello, che nasce à moltiplicare il quadrato di 9. denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato d'$8\frac{2}{9}$. denominat. totale. O vogliamo dire *(che risulta l'istesso)* & partire il 28. prodotto, per il quadrato del numero, che nasce à moltiplicare il 9. denominatore del rotto aggiunto, via l'$8\frac{2}{9}$. denominatore totale. Et così vsando questo modo di pigliare la ℞ propinqua eccedente, si potrà dire, che l'eccesso del quadrato del rotto. ò seconda parte d'essa, sopra al doppio del rettangolo, ò prodotto dell'intiero, ò prima parte, via il rotto, ò seconda parte, Et consequentemente, che l'eccesso del quadrato della ℞ sopra al numero proposto è vn rotto, il numeratore del quale si troua moltiplicando il quadrato del 2. numeratore del rotto aggiunto, via 7. differenza d'esso numeratore 2. al suo denominatore 9. Et il denominatore del quale si troua moltiplicando il quadrato del denominatore del rotto aggiunto, via il quadrato del denominatore totale, O vogliamo dire *(che risulta l'istesso)* Et il denominatore del quale si troua moltiplicando in se stesso il numero, che nasce à moltiplicare il denominatore del rotto aggiunto, via il denominatore del rotto totale. Ancora dicendo da $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero fino à $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale, trouaremo la differenza *(perche hanno vn medesmo numeratore 2.)* dicendo, il 9. denominatore del rotto minore, supera $8\frac{2}{9}$. denominatore del rotto maggiore in $\frac{7}{9}$. & questo moltiplicato via 2. numeratore del rotto maggiore, fà $\frac{14}{9}$. per numeratore del restante *(ò differenza, che sarà da $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto detto, à $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. rotto totale)* essendo denominatore il prodotto delli denominatori di detti dui rotti, cioè 9. via $8\frac{2}{9}$. però $\frac{\frac{14}{9}}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. sarà il restante, ò differenza, che è dal rotto aggiunto, al rotto totale, & questo moltiplicandolo via il rotto totale, cioè via $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. farà $\frac{\frac{28}{9}}{9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{9.\ \text{via}\ 9.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Quale operatione resulta l'istesso, che l'altra operatione superiore nel trouare l'eccesso del quadrato della ℞. Onde per regola vniuersale diremo, che. Cauato il rotto aggiunto al denominatore primiero del rotto totale, & il restante moltiplicato via il rotto totale, il prodotto sarà l'eccesso, in che il quadrato della ℞ supera il numero proposto da pigliarne la ℞. Potresimo ancora dire. Del denominatore totale $8\frac{2}{9}$. presa la parte istessa, che significa il $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al primiero denominatore, cioè li $\frac{2}{9}$. che sono $1\frac{67}{81}$. & postolo sopra ad vna riga per numeratore, ponasi di sotto l'istesso denominatore totale $8\frac{2}{9}$. per denominatore, & haueremo $\frac{1\frac{67}{81}}{8\frac{2}{9}}$. questo rotto hora si caui dal rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che resta $\frac{\frac{14}{81}}{8\frac{2}{9}}$. qual restãte si moltiplichi via il rotto totale $\frac{2}{8\frac{2}{9}}$. che il prodotto $\frac{\frac{28}{81}}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{81.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. sarà l'eccesso cercato. Ouero potresimo anco dire. Del denominatore totale $8\frac{2}{9}$. si pigli la parte significata dal $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, che sarà $1\frac{67}{81}$. & questo si caui dal 2. numeratore del rotto totale *(che è il vero auanzo della ℞)* & resta $\frac{14}{81}$. & questo si moltiplichi via il 2. numeratore detto, che fà $\frac{28}{81}$. il che è numeratore dell'eccesso cercato, essendo denominatore il quadrato di $8\frac{2}{9}$. denominatore totale, però esso rotto dell'eccesso sarà $\frac{\frac{28}{81}}{8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. cioè $\frac{28}{81.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}.\ \text{via}\ 8\frac{2}{9}}$. Et essendo proposto 24. da pigliarne la ℞ eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. auanzarà 8. per numeratore del rotto, ò seconda

parte,

parte, che il denominatore primiero sarà 8. dopplo al 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à quest'8. sarà $\frac{8}{9}$. *(che hà per numeratore il medesmo 8. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell' 8. ò del doppio della prima parte della ℞)* & così il denominatore totale sarà $8\frac{8}{9}$. & il

Di 24. la ℞ eccedente sia $4\frac{8}{8.\ \&\ \frac{8}{9}}$. che è $4\frac{72}{80}$. cioè $4\frac{9}{10}$. Il quadrato è $24\frac{1}{100}$.

Cauato $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto da $\frac{9}{10}$. rotto totale, resta $\frac{1}{90}$. & questo moltiplicato via $\frac{9}{10}$. rotto totale, fà $\frac{1}{100}$. che è l'eccesso, in che il quadrato di $4\frac{9}{10}$. supera il 24.

rotto totale $\frac{8}{8\frac{8}{9}}$. che sarà sempre maggiore, come s'è detto, dell' $\frac{8}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso 8. auanzo, ma il denominatore del totale, cioè $8\frac{8}{9}$. non arriuarà mai à 9. che è vna vnità più dell' 8. sempre, & così essendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne segue, che conuersamente il rotto totale sarà maggiore del rotto aggiunto; questo rotto totale $\frac{8}{8\frac{8}{9}}$. che è $\frac{72}{80}$. gionto al 4. prima parte della ℞, fà $4\frac{9}{10}$. che sarà la ℞ eccedente di 24. proposto, & l'eccesso sarà $\frac{1}{100}$.

Et proponendosi $24\frac{5}{6}$. da pigliarne similmente la ℞ eccedente. Dicendo l'intiero, ò prima parte essere 4. l'auanzo sarà $8\frac{5}{6}$. per numeratore del rotto, ò seconda parte, che il denominatore primiero sarà 8. doppio del 4. prima parte della ℞, & il rotto da giongere à quest' 8. sarà $\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. che hà per numeratore il medesmo $8\frac{5}{6}$. auanzato, & per denominatore hà 9. che è 1. più dell'8. doppio della prima parte della ℞, & così il denominatore totale sarà $8\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. & il rotto totale $\frac{8\frac{5}{6}}{8\frac{53}{54}}$. qual rotto totale sarà sempre maggiore *(come s'è detto)* dell' $\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. rotto aggiunto all'8. primiero denominatore, poiche sempre il numeratore di ciascuno di loro è l'istesso $8\frac{5}{6}$. auanzo,

Di $24\frac{5}{6}$. la ℞ eccedente sia $4\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{8\frac{5}{6}}{9}}$. cioè $4\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{53}{54}}$

che è $4\frac{477}{485}$. Quadrisi

3816

$7\frac{421}{485}$

204185

227529

431714

fà $24\frac{196489}{235225}$. che è

$39204\frac{1}{6}$

$196020\frac{5}{6}$

$468\frac{5}{6}$

$\frac{2809}{1411350}$. più di $24\frac{5}{6}$.

Per trouare l'eccesso

da $\frac{53}{54}$ à $\frac{477}{485}$

432

vi è $\frac{53}{26190}$. via $\frac{477}{485}$

fà $\frac{2809}{1411350}$. che è l'eccesso.

Cauato $\frac{53}{54}$. rotto aggiunto da $\frac{477}{485}$. rotto totale, resta $\frac{53}{26190}$. quale moltiplicato via $\frac{477}{485}$. rotto totale, fà $\frac{2809}{1411350}$. che è l'eccesso.

ma il denominatore del rotto totale, cioè $8\frac{8\frac{5}{6}}{9}$. non arriua mai à 9. che è vna vnità più dell'8 sempre, & così essendo il denominatore del rotto totale minore del denominatore del rotto aggiunto, ne segue, che conuersamente il rotto totale sarà maggiore del rotto aggiunto; questo rotto totale $\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{8\frac{5}{6}}{9}}$. cioè $\frac{8\frac{5}{6}}{8.\ \&\ \frac{53}{54}}$. che è $\frac{477}{485}$. gionto al 4. prima parte della radice, fà $4\frac{477}{485}$. che è la ℞ eccedente propinqua di $24\frac{5}{6}$. proposto, Et l'eccesso sarà $\frac{2809}{1411350}$.

Potiamo ancora auuertire, come si disse à carte 55. che nel trouare la ℞ eccedente delli numeri, douendosi giongere al denominatore primiero, cioè al doppio della prima parte della ℞, rotto tale, che formi poi rotto totale non minore, cioè maggiore del rotto aggiunto, & di quanto manco il rotto totale sarà maggiore di questo rotto aggiunto al denominatore primiero, tanto meno eccedente, cioè tanto più propinqua sarà la ℞, poiche l'eccesso è sempre il prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto aggiunto. Che se il rotto totale fusse minore del rotto aggiunto, allhora la ℞ così formata

saria

Piglisi la ℞ di $15\frac{5}{16}$. Sia $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{20}{131}}$ $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{60}$ $7\frac{20}{131}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{279}{1896}$

ch'è $3\frac{3}{4}$. & $\frac{93}{632}$. che è $3\frac{567}{632}$. Quadrisi

158

3402

246

632

152944

321489

474433

$15\frac{75009}{399424}$. è il quad.

24964

74892

l'eccesso è $\frac{117}{399424}$

Per trouare l'eccesso.

rotto aggiunto	rotto totale
$\frac{9}{62}$	$\frac{93}{632}$
5688	5776

$\frac{39}{632.\ \text{via}\ 31}$. via $\frac{93}{632}$

l'eccesso è $\frac{117}{399424}$

Ouero di $15\frac{5}{16}$. la ℞ sia

$3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{4}}}$

$7\frac{1}{2}$. & $\frac{27}{184}$

$7\frac{119}{184}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{119}{184}}$

207

1407

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{69}{469}$

$351\frac{3}{4}$

$420\frac{3}{4}$

che è $3\frac{1683}{1876}$

10098

$5\frac{718}{1876}$

33768

13132

5049

13464

26928

4179457

Il suo quadrato è $15\frac{660081}{3519376}$

Per trouare l'eccesso.

rotto aggiunto	totale
$\frac{27}{184}$	$\frac{69}{469}$
1407	552
12663	12696

$\frac{3\cdot 69}{469}$. via $\frac{33}{184.\ \text{via}\ 469}$

fà $\frac{99}{8.\ \text{via}\ 219961}$

cioè $\frac{99}{1759688}$. che è l'eccesso.

di 3519376. l' $\frac{5}{16}$. è

219961

659883

in $\frac{198}{3519376}$. cioè

in $\frac{99}{1759688}$. il quadrato della ℞ eccede $15\frac{5}{16}$.

Ouero di $15\frac{5}{16}$. la ℞ sia $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}.\ \&\ \frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{8}}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{79}{122}}$

che è $3\frac{3}{4}$. & $\frac{183}{1244}$

cioè la ℞ è $3\frac{279}{311}$. Quadrisi

9	3	366
933	311	1488
311	$7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{61}$	
1116	$7\frac{79}{122}$	

1674

$5\frac{119}{311}$

37009

77841

114850

18129

il quad. è $15\frac{18129}{96721}$

$6045\frac{5}{16}$

$18135\frac{5}{16}$

$6\frac{5}{16}$

manca $\frac{99}{1547536}$. per arriuare à $15\frac{5}{16}$.

rotto aggiunto	totale
$\frac{9}{61}$	$\frac{183}{1244}$
11196	11163. è

minore, però il rotto totale è minore dell' aggiunto, & perciò la ℞ è scarsa.

$\frac{33}{61.\ \text{via}\ 1244}$. via $\frac{183}{1244}$

fà $\frac{99}{1547536}$. ch'è quanto manca al quadrato della ℞, per arriuare à $15\frac{5}{16}$.

saria non eccedente, ma scarsa, & tanto manco scarsa *(& però tanto più propinqua)* quanto manco il rotto totale fusse minore del rotto aggiunto, poiche la scarsezza è sempre il prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale è superato dal rotto aggiunto. Potiamo dico auuertire, che noi nel pigliare la ℞ d'vn numero proposto, posto per prima parte vn numero intiero, ò misto à beneplacito; & poi posto quello, che auanza dal quadrato d'essa prima parte al numero proposto per numeratore del rotto, ò seconda parte della ℞ sopra ad vna riga, & di sotto per denominatore primiero il doppio della prima parte della ℞, noi à questo denominatore primiero potremo giongere vn rotto à beneplacito, che sia minore di questo rotto primiero *(che se gli fusse eguale, ò maggiore, già sappiamo per le cose dette, che la ℞ così trouata saria scarsa)* & poi formato il rotto totale, & paragonatolo allo aggiunto, conosceremo la qualità della ℞, cioè se ella sia eccedente, ò scarsa; perche se il rotto totale sarà maggiore dell'aggiunto, la ℞ sarà eccerà eccedente, ma se il totale fusse minore dell'aggiunto, la R saria scarsa, & l'eccesso, ò scarsezza si trouaria nel modo detto, mediante essi dui rotti totale, & aggiunto. Che per esempio nel pigliare la R di $15\frac{3}{16}$. dicendosi la prima parte essere $3\frac{3}{4}$. che il rotto primiero sarà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. se noi à $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero giongeremo $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{3}{4}}$. rotto minore del primiero *(poiche questo aggiunto hauendo l'istesso numeratore, hà poi maggior denominatore)* cioè li giongeremo $\frac{9}{62}$. il denominatore totale sarà $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{62}$. cioè $7\frac{20}{31}$. & però il rotto totale sarà $\frac{93}{632}$. Hora paragonato questo rotto totale al $\frac{9}{62}$. rotto aggiunto, vediamo il totale esser maggiore dell'aggiunto, & però conosciamo la R cercata, che sarà $3\frac{567}{632}$. douere essere eccedente, & l'eccesso sarà $\frac{117}{399424}$. che si troua moltiplicando il rotto totale, via $\frac{39}{632.\ \text{via}\ 31}$. in che il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero hauessimo aggiunto non $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{3}{4}}$. ma $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. rotto manco minore del primiero $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè li hauessimo aggiunto $\frac{27}{184}$. il denominatore totale saria $7\frac{1}{2}$. & $\frac{27}{184}$. che è $7\frac{119}{184}$. alquanto maggiore del $7\frac{20}{31}$. sopradetto, & però il rotto totale d'hora saria $\frac{69}{469}$. alquanto minore del $\frac{93}{632}$. sopradetto, & la R d'hora saria $3\frac{1683}{1876}$. & però alquanto minore del $3\frac{567}{632}$. R sopradetta, Et per vedere se la R d'hora sia eccedente anco ella, ouero se sia scarsa *(che se la trouaremo eccedente, ella anco di necessità sarà più propinqua della sopradetta, essendo minore d'essa sopradetta)* paragonaremo il rotto totale d'hora $\frac{69}{469}$. al rotto aggiunto $\frac{27}{184}$. & conosceremo il totale essere maggiore dell'aggiunto, & consequentemente ancora questa essere R eccedente, & più propinqua della sopradetta, essendo, come s'è detto, minore di lei, Et l'eccesso del quadrato di questa $3\frac{1683}{1876}$. sarà $\frac{99}{1759688}$. trouato à moltiplicare il rotto totale, via $\frac{33}{184.\ \text{via}\ 469}$. in che il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto. Et se al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero hauessimo aggiunto non $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. ma $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{5}{8}}$. rotto ancor manco minore del primiero $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. che non è l'$\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{2}{3}}$. cioè li hauessimo aggiunto $\frac{9}{61}$. il denominatore totale saria $7\frac{1}{2}$. & $\frac{9}{61}$. che è $7\frac{79}{122}$. alquanto maggiore del $7\frac{119}{184}$. & però il rotto totale d'hora saria $\frac{183}{1244}$. alquanto minore del $\frac{69}{469}$. & la R d'hora saria $3\frac{279}{311}$. & però alquanto minore del $3\frac{1683}{1876}$. R antecedente. Et per vedere se la R hora sia eccedente anco ella, ò scarsa, paragonaremo il rotto totale d'hora $\frac{183}{1244}$. al rotto aggiunto $\frac{9}{61}$. & conosceremo il rotto totale esser minore del rotto aggiunto, & consequentemente la R trouata essere minore del vero, cioè essere scarsa, & la scarsezza del quadrato d'essa sarà $\frac{99}{1547536}$. che nasce à moltiplicare il rotto totale $\frac{183}{1244}$. via $\frac{33}{1244.\ \text{via}\ 61}$. in che il rotto totale è minore del $\frac{9}{61}$. rotto aggiunto.

Di $15\frac{3}{16}$. la R sia $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$ $\quad 7\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{20}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{45}{306}$

cioè $3\frac{3}{4}$. & $\frac{5}{34}$. che è $3\frac{61}{68}$. Quadrisi

Per trouare il mancamẽto.

rotto totale	rotto aggiũto	
		368
		$5\frac{26}{68}$
$\frac{5}{34}$	$\frac{3}{20}$	68
34	20	1768
100	102	3721
	$\frac{2}{680}$	5489
1		$15\frac{865}{4624}$
$\frac{5}{34}$. via	$\frac{1}{340}$	289
	68	867

fà $\frac{1}{2312}$. che è il mãc. in $\frac{2}{2312}$. è scarso.

Et di $15\frac{3}{16}$. dicẽ. la R essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$ cioè giongendo al denominatore primiero vn rotto, che per numeratore habbi l'$1\frac{1}{8}$. primiero, ma per denominatore habbi non solo il $7\frac{1}{2}$. primiero, ma anco tãto di più, quanto importa à punto l'$\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. rotto primiero, cioè habbi di più $\frac{9}{60}$. che con il $7\frac{1}{2}$. fà $\frac{13}{20}$. & farà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{45}{306}$. cioè $\frac{5}{34}$. che con il $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero, fà $7\frac{11}{17}$. denominatore totale, & però il rotto totale sarà $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{11}{17}}$. cioè $\frac{153}{1040}$. perche l'aggiũto $\frac{5}{34}$. è $\frac{2600}{17680}$. & il totale è $\frac{2601}{17680}$. cioè il totale è maggiore dell'aggiũto, ci accorgiamo che di necessità ancora la R sarà eccedẽte, & in tãto, quãto si produce à moltiplicare $\frac{1}{17680}$. *(in che il rotto tot. è maggiore dell'aggiunto)* via esso tot. $\frac{153}{1040}$.

Ma

Ma seguitiamo à fare quest'altra consideratione. Di $15\frac{3}{16}$. dicendo la radice essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. sappiamo ella essere R eccedente, perche il denominatore totale del rotto, ò seconda parte della R, è il doppio dell'intiero, ò prima parte, Et l'eccesso è quanto importa il quadrato di esso rotto, ò seconda parte della R, che il quadrato di $\frac{9}{60}$. cioè di $\frac{3}{20}$. è $\frac{9}{400}$. per l'eccesso.

Et dicendo la R del $15\frac{3}{16}$. essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. sappiamo ella essere scarsa, perche nel rotto, ò seconda parte della R, al suo denominatore primiero $7\frac{1}{2}$. si è gionto $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. rotto istesso, ò vogliamo dire, rotto eguale al rotto primiero, Et la scarsezza del quadrato della R totale sarà $\frac{1}{2312}$. che nasce à moltiplicare il rotto totale $\frac{5}{34}$. via $\frac{1}{340}$. in che esso rotto totale è minore di $\frac{3}{20}$. rotto aggiunto al denominatore primiero.

La R è $3\frac{3}{4}$. & $\frac{153}{1040}$

260

cioè $3\frac{933}{1040}$. Quadrisi

5598

$5\frac{398}{1040}$

413920

870489

1284409

$15\frac{202809}{1081600}$. è il quad.

67600

202800

però $\frac{9}{1081600}$ è l'eccesso.

rotto aggiunto	totale
$\frac{5}{34}$	$\frac{153}{1040}$
34	1040
17	520
2600	2601
9. $\frac{153}{1040}$. via	$\frac{1}{17680}$
	1040

fà $\frac{9}{1081600}$. che è l'eccesso, in che il quadrato della R supera il $15\frac{3}{16}$.

Et se hora dicessimo la R del $15\frac{3}{16}$. essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè se al denominatore primiero giongessimo vn rotto, che fusse eguale al rotto primiero sì, ma che di più al denominatore di questo, quale per cõmodità chiamaremo secondo denominatore, ò denominatore del secõdo rotto, si giongesse vn rotto eguale anco egli al rotto primiero, che così si verrebbe ad alterar il denominatore del secondo rotto, & consequentemente esso secondo rotto, consideriamo hora quello, che da ciò occorreria. Perche al secondo denominatore si è giunto $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{3}{20}$. egli si viene ad accrescere, douentando $7\frac{13}{20}$. & però il rotto secondo si viene à scemare, che di $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. egli douenta $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. però si viene à dire la R di $15\frac{3}{16}$. essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$ Et paragonando questa alla R poco di sopra detta essere $3\frac{3}{4}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. & $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. quale sappiamo essere scarsa, vedremo, che il rotto A, di questa $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. è minore del rotto a $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{3}{20}$. di quella sopradetta *(perche hauendo vn'istesso numeratore $1\frac{1}{8}$. il denominatore poi $7\frac{13}{20}$. dell' A, è maggiore del denominatore $7\frac{1}{2}$. dell' a, onde in questa giongendo $\frac{5}{34}$. minore al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero del rotto B)* minore sarà la sõma $7\frac{11}{17}$. *(che forma il denominatore del rotto totale)* di quello, che giongendo $\frac{3}{20}$. maggiore in quella al $7\frac{1}{2}$. denominatore primiero del rotto b, douenti la somma $7\frac{13}{20}$. che forma similmente il denominatore del rotto totale, cioè in questa il denominatore totale $7\frac{11}{17}$. sarà minore, che il denominatore totale $7\frac{13}{20}$. in quella, però conuersamente il rotto totale $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{11}{17}}$. cioè $\frac{153}{1040}$. in questa verrà ad essere maggiore, che il rotto totale $\frac{1\frac{1}{8}}{7\frac{13}{20}}$. cioè $\frac{5}{34}$. in quella, & consequentemẽte la R totale $3\frac{3}{4}$. & $\frac{153}{1040}$. cioè $3\frac{933}{1040}$. in questa, verrà ad essere maggiore, che la R totale $3\frac{3}{4}$. & $\frac{5}{34}$. cioè $3\frac{61}{68}$. in quella. Perche dunque vediamo quest'vltima R $3\frac{933}{1040}$. essere maggiore di quella antecedente $3\frac{61}{68}$. se bene sappiamo la antecedente detta essere scarsa, non potiamo di qui conoscere se questa sia scarsa anco ella, & però più propinqua, ò se sia eccedente; poiche essendo il quadrato di questa, maggiore del quadrato di quella, non sappiamo se egli sia maggiore in modo, che egli superi, ò nò, il $15\frac{3}{16}$. di che s'è presa la R. Onde per chiarirci della qualità di questa $3\frac{933}{1040}$. noi verremo à far paragone del rotto totale in essa, che è $\frac{153}{1040}$. al $\frac{5}{34}$. rotto aggiunto al deminat. primiero $7\frac{1}{2}$. & vedremo, che il rotto totale è $\frac{2601}{17680}$. & l'aggiũto è solo $\frac{2600}{17680}$. Onde essendo il rotto totale maggiore dell'aggiunto, conosciamo la R detta $3\frac{933}{1040}$. essere eccedente. Et l'eccesso facilmente si conosce essere $\frac{9}{1081600}$. che nasce à moltiplicare il rotto

rotto

rotto totale $\frac{1}{1040}$. via $\frac{1}{1040.\ via\ 17}$. in che egli supera il rotto aggiunto. Pafsiamo hora auanti nella confideratione di quefto modo in andar trouando altre radici, con andar giongendo di mano in mano al denominat. del rotto, che nella ℞ antecedente, è vltimo vn rotto eguale al primiero; ma per maggior cõmodità fupponiamo vn numero facile da pigliarne la ℞, & poniamo la prima parte d'effa numero intiero. Hor fia 18. il numero propofto, & fi dica la prima ℞ effere 4. & $\frac{2}{8}$. cioè $4\frac{1}{4}$. che farà eccedente in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$.

Di 18. la ℞ fia 4. & $\frac{2}{8.\ \&\ \frac{2}{8.\ \&\ \frac{2}{8}}}$

cioè 4. & $\frac{2}{8.\ \&\ \frac{8}{33}}$ — $\frac{2}{8\frac{1}{4}}$ — $\frac{8}{33}$

66

272

che è $4\frac{33}{136}$ Quadrifi

$17\frac{16}{17}$ — $\frac{1089}{18496}$ — 1088

rotto totale aggiunto

$\frac{33}{136}$ — $\frac{8}{33}$

1089 — 1088

$\frac{1}{136.\ via\ 33}$. via $\frac{33}{136}$. 1

fà $\frac{1}{18496}$. che è l'eccefso.

Il ■ è $18\frac{1}{18496}$. però eccede in $\frac{1}{18496}$

¶ Notifi, che nõ fi potendo cõmodamẽte nella ftampa formare i rotti, & rotti di rotti come andariano, cioè così 4. & $\frac{2}{8.\ \&\ \frac{2}{8.\ \&\ \frac{2}{8}}}$ come ci fiamo sforzati di fare in quefto, noi da quì inãzi gli formaremo tutti à q̃fta fimilitudine 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. facendo vn punto all'8. denominatore di ciafcun rotto, à fignificare, che il feguente rotto è rotto d'effo denominatore.

La feconda ℞ trouandola nel modo fopradetto farà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che è 4. & $\frac{8}{33}$. quale farà fcarfa in $\frac{2}{1089}$. che nafce à moltiplicare il rotto totale $\frac{8}{33}$. via $\frac{1}{132}$. in che effo rotto totale è minore di $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto.

Di 18. la ℞ fia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4\frac{4}{33}}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$

che è 4. & $\frac{272}{1121}$. Quadrifi

2176

$1\frac{1055}{1121}$

5605

117705

73984

Il quadrato è $17\frac{1256639}{1256641}$

però è fcarfo in $\frac{2}{1256641}$

rotto totale aggiunto

$\frac{272}{1121}$ — $\frac{33}{136}$

36992 — 36993

$\frac{2.\ 272}{1121}$. via $\frac{1}{1121.\ via\ 136}$

fà $\frac{2}{1256641}$. che è il mancamento. Et è mancamento, perche il rotto totale fi troua effere minore dell'aggiunto.

La terza ℞, trouandola pure nel modo fopradetto, farà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$. cioè 4. & $\frac{1}{4\frac{4}{33}}$. che è 4. & $\frac{33}{136}$. quale farà eccedente *(perche $\frac{33}{136}$. rotto totale è maggiore di $\frac{8}{33}$. rotto aggiunto)* Et l'eccefso del fuo quadrato fopra al 18. propofto farà $\frac{1}{18496}$. che nafce à moltiplicare $\frac{33}{136}$. rotto totale, via $\frac{1}{136.\ via\ 33}$. in che effo rotto totale è maggiore d'$\frac{8}{33}$. rotto aggiunto.

La quarta ℞ farà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che fi riduce à 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$. ò vogliamo dire à 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{4}{33}$. che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$. & però 4. & $\frac{272}{1121}$. & quefta ℞ $4\frac{272}{1121}$. farà fcarfa, perche il $\frac{272}{1121}$. rotto totale è minore di $\frac{33}{136}$. rotto aggiunto. Et la fcarfezza farà $\frac{2}{1256641}$. che nafce à moltiplicare $\frac{1}{136.\ via\ 1121}$. in che il rotto totale è minore dell'aggiũto, via il detto rotto totale.

La quinta ℞ farà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. che fi riduce à 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$. ò vogliamo dire à 4. & $\frac{1}{4\frac{136}{1121}}$. che è 4. & $\frac{1121}{4620}$. & quefta ℞ $4\frac{1121}{4620}$. farà eccedente, perche il $\frac{1121}{4620}$. rotto totale è maggiore di $\frac{272}{1121}$. rotto aggiũto. Et l'eccefso farà $\frac{1}{21344400}$. che nafce à moltiplicare $\frac{1121}{4620}$. rotto totale, via $\frac{1}{1121.\ via\ 4620}$. in che effo rotto totale è maggiore di $\frac{272}{1121}$. rotto aggiunto.

La fefta

Di 18. la ℞ fia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$

che è 4. & $\frac{1}{4\frac{136}{1121}}$

che è 4. & $\frac{1121}{4620}$. Quadrifi

8968

4348

4620

86960

26088

17392

1256641

21344401

il ■ è $17\frac{21344401}{21344400}$. però eccede in $\frac{1}{21344400}$

rotto totale aggiunto

$\frac{1121}{4620}$ — $\frac{272}{1121}$

1256641 — 1256640

$\frac{1}{1121.\ via\ 4620}$. via $\frac{1121}{4620}$. 1

fà $\frac{1}{21344400}$. che è l'eccefso. Et è eccefso, perche il rotto totale fi troua effere maggiore dell'aggiunto.

La fefta ℞ farà 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$. ch'è 4. & $\frac{9240}{38081}$. & quefta ℞ $4\frac{9240}{38081}$. farà fcarfa, perche il rotto totale fi troua effere minore del rotto aggiũto. Et la fcarfezza farà $\frac{2}{1450162561}$. che nafce à moltiplicare $\frac{9240}{38081}$. rotto totale, via $\frac{1}{38081.\ via\ 4620}$. in che effo rotto totale è minore di $\frac{1121}{4620}$. rotto aggiunto.

La fettima ℞, *(& la chiamiamo fettima, perche fette è il numero delli rotti, che di mano in mano fi fono accompagnati al 4. intiero, ò prima parte della ℞, che per la medefma caufa, per commodità, habbiamo chiamate fimilmente le antecedenti, fefta, quinta, quarta, &c.)* farà $4\frac{38081}{156944}$. & quefta è eccedente, perche il $\frac{38081}{156944}$. rotto totale è maggiore di $\frac{9240}{38081}$. rotto aggiunto. Et l'eccefso è $\frac{1}{24631419136}$.

Et così potremo feguire à trouare la ottaua, la nona, la decima, & altre di mano in mano, che più s'accoftaranno al 18. propofto, l'vna in fcarfezza, & l'altra in eccefso.

Sefta. Di 18. la ℞ fia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4\frac{4}{33}}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$

cioè 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$

ò vogliamo dire 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4\frac{136}{1121}}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$

cioè 4. & $\frac{9240}{38081}$. Quadrifi

73920

$1\frac{35839}{38081}$

35839

286712

286712

107517

85377600

il quad. è $17\frac{1450162559}{1450162561}$

però è fcarfo in $\frac{2}{1450162561}$

rotto totale aggiunto

$\frac{9240}{38081}$ — $\frac{1121}{4620}$

42688800 — 38081

456972

38081

42688801

$\frac{2.\ 9240}{38081}$. via $\frac{1}{38081.\ via\ 4620}$

fà $\frac{2}{1450162561}$. che è il mancamento. Et è mancamento, perche il rotto totale fi troua effere minore dell'aggiunto.

Auuertafi bene in quefti rotti, che non fi può, ò non fi deue fchifare fe non l'vltimo rotto di mano in mano, che da lui non hanno dependenza altri rotti, perilche con lo fchifarlo non può variarfi il valore del rotto totale, come fi variaria fchifando altro rotto, che l'vltimo.

Settima.

Settima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

che è 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{9240}{38081}$. però il rotto aggiunto al denominat. primiero sarà $\frac{9240}{38081}$.

76160

313888

che è 4. & $\frac{38081}{156944}$. però il rotto totale è $\frac{38081}{156944}$

rotto totale	rotto aggiunto	
38081	9240	156944
156944	38081	627776
1450162561	3766656	627776
	1412496	1412496
	1450162560	941664
		2354160
		24631419136

$\frac{1}{156944.\ \text{via}\ 38081}$. via $\frac{38081}{156944}$

fà $\frac{1}{24631419136}$. che è l'eccesso. Et è eccesso, perche similmente il rotto totale eccede il rotto aggiunto al denominatore primiero.

Ottaua. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$

Il che per causa della settima ℞ antecedente, che abbraccia li sette rotti inferiori col suo rotto totale *(quale rotto totale di quella verrà ad essere il rotto aggiunto al denominatore primiero in questa)* sappiamo significare 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{38081}{156944}$

però la ℞ è 4 $\frac{313888}{1293633}$

rotto totale	rotto aggiunto
313888	38081
1293633	156944
1255552	1293633
1255552	10349064
2824992	10349064
1883328	3880899
4708320	49262838273
49262838272	

$\frac{313888}{1293633}$ via $\frac{1}{1293633.\ \text{via}\ 156944}$

1293633
3880899
3880899
11642697
15523596
46570788
16734863338689

produce $\frac{2}{16734863338689}$. che è il mancamento del quadrato della ℞.

Et è mancamento, perche il rotto totale è minore del rotto aggiunto.

Nona. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{313888}{1293633}$

$\frac{1}{4}$ 156944

1293633

che è 4 $\frac{1293633}{5331476}$

rotto aggiunto	rotto totale
313888	1293633
1293633	5331476
4268108	16734863338689
469169888	che è maggiore.
69309188	
15994428	
16734863338688	

1\. $\frac{1293633}{5331476}$. via $\frac{1}{5331476.\ \text{via}\ 1293633}$

il prodotto è $\frac{1}{5331476.\ \text{via}\ 5331476}$. che è l'eccesso del quadrato della ℞. Et è eccesso, perche il rotto totale è maggiore dell'aggiunto.

Decima.

Decima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1293633}{5331476}$ rotto aggiunto

che è 4. & $\frac{10662952}{43945441}$

	rotto aggiunto
63977712	1293633
74640664	5331476
149281328	1318363 23
31988856	1318363 23
31988856	1582035876
53314760	395508969
568492726771552. che è minore.	527345292
	568492726771153

$\frac{1}{43945441.\ \text{via}\ 5331476}$. via $\frac{10662952}{43945441}$

fà $\frac{1}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$. che è il mancamento del quadrato della ℞.

Et è mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiunto.

Vndecima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{10662952}{43945441}$

$\frac{1}{4}$ 5331476

43945441

che è 4. & $\frac{43945441}{181113240}$

	rotto aggiunto
43945441	10662952
175781764	43945441
131836323	42651808
395508969	341214464
1977544845	10662952
1933599404	117292472
1931201784684481. che è maggiore.	191933136
	1931201784684480

$\frac{1}{181113240.\ \text{via}\ 43945441}$. via $\frac{43945441}{181113240}$

fà $\frac{1}{181113240.\ \text{via}\ 181113240}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

Duodecima. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{43945441}{181113240}$

che è 4. & $\frac{362226480}{1492851361}$

	rotto aggiunto
362226480	43945441
181113240	181113240
108667944	1492851361
869343552	43945441
36222648	1492851361
398449128	5971405444
652007664	65685459884
656040114065952 00	4478554083
	13435662249
	67178311245
	656049114065952 01

Il rotto totale è minore.

$\frac{1}{1492851361.\ \text{via}\ 181113240}$. via $\frac{362226480}{1492851361}$

fà $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$. che è il mācam. Et è mācam. perche il rotto tôt. è minore dell'aggiunto.

V

Deci-

Decimaterza. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{362226480}{1492851361}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{181113240}{1492851361}$

rotto aggiunto $\frac{362226480}{1492851361}$. che è 4. & $\frac{1492851361}{6152518684}$

6152518684
362226480
36915112104
29532089683 2
12305037368
13535541104 8
221490672624
2228605186039552320

1492851361
1492851361
1492851361
8957108166
19407067693
7464256805
13435662249
20899919054
41799838108

è maggiore 2228605186039552320

1. $\frac{1492851361}{6152518684}$. via $\frac{1}{6152518684.\ \text{via}\ 1492951361}$
1

fà $\frac{1}{6152518684.\ \text{via}\ 26152518684}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

Decimaquarta. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{2}$. & $\frac{1492851361}{6152518684}$

rotto aggiunto $\frac{1492851361}{6152518684}$. che è 4. & $\frac{12305037368}{50713000833}$

1492851361
50713000833
4478554083
4478554083
11942810888
19407067693
10449959528
7464256805
75706972313938183713

12305037368
6152518684
73830224208
103362313891 2
221490672624
307625934200
184575560520
73830224208
75706972313938183712
per il rotto totale, però egli è minore.

$\frac{12305037368}{50713000833}$. via $\frac{1}{50713000833.\ \text{via}\ 6152518684}$
2 1

fà $\frac{2}{50713000833.\ \text{via}\ 50713000833}$. che è la scarsezza.

Et è scarsezza, ò mancamento, perche il rotto totale è minore dell'aggiuntò.

Decimaquinta. Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{12305037368}{50713000833}$

$\frac{1}{4}$. & $\frac{6152518684}{50713000833}$ rotto aggiunto

che è 4. & $\frac{50713000833}{209004522016}$ $\frac{12305037368}{50713000833}$

50713000873
50713000833
1521139002499
1521139002499
4057040066664
65926901082 9
35499100583 1
233565004165
2571808453487858693889

12305037368
209004522016
196880597888
24610074736
24610074736
110745336312
55372668156 0
24610074736
2571808453487858693888

per il rotto totale, però egli è maggiore.

$\frac{1}{209004522016.\ \text{via}\ 50713000833}$. via $\frac{50713000833}{209004522016}$ 1.
1

fà $\frac{1}{209004622016.\ \text{via}\ 209004522016}$. che è l'eccesso.

Et è eccesso, perche il rotto totale eccede l'aggiunto.

E' bene da notare, che il numeratore del rotto, che mostra l'eccesso, nelle radici eccedenti si vede essere sempre 1. in ciascuna ℞ eccedente, cioè hora questi numeratori delli eccessi sono sempre vn'istesso numero; Et ciò auuiene, perche hora il rotto primiero $\frac{2}{8}$. che viene ad essere $\frac{1}{4}$. hà per numeratore la vnità, della quale vnità, quante si voglino continue moltiplicationi, via la medesma vnità, producono sempre l'istesso 1. Et il numeratore del rotto, che mostra la scarsezza, nelle radici scarse si vede essere sempre 2. cioè due volte tanto, ò il doppio delli 1. numeratori per ordine delli rotti delli eccessi, essendosi schisato il rotto primiero $\frac{2}{8}$. per 2. hauendolo ridotto ad $\frac{1}{4}$. cioè hora similmente questi numeratori sono anco essi sempre vn'istesso numero eguale al numeratore non schisato del rotto primiero. Et il denominatore d'essi rotti così nelle radici scarse, come nelle eccedenti, è sempre numero quadrato, perche egli è sempre il quadrato del denominatore del rotto della radice.

Hora considerando noi, le quindici radici trouate nel modo sopradetto, del 18. proposto, vedremo, che esse tengono questo mirabile ordine; che la prima, cioè doue è vn simplice rotto *(che hà per numeratore l'auanzo, qual manca al quadrato dell'intiero, ò prima parte della ℞ ad arriuare al 18. proposto, & per denominatore hà il doppio dell'intiero, ò prima parte della ℞)* è ℞ eccedente. La seconda, doue sono dui rotti *(cioè doue al denominatore del rotto primiero è gionto vn rotto eguale al denominatore primiero)* è ℞ scarsa, ma più propinqua in scarsezza, che non è la eccedente prima in eccesso, cioè tale, che la sua scarsezza è minore dell'eccesso della prima antecedente. La terza doue sono tre rotti, è ℞ eccedente più propinqua delle antecedenti. La quarta, doue sono quattro rotti, è ℞ scarsa più propinqua similmente della terza. La quinta, doue sono cinque rotti, è ℞ eccedente. La sesta, doue sono sei rotti, è ℞ scarsa. La settima, doue sono sette rotti, è ℞ eccedente. La ottaua, doue sono otto rotti, è ℞ scarsa. La nona, doue sono noue rotti, è ℞ eccedente; Et così seguono ordinatamente in essere l'vna eccedente, & l'altra scarsa; Et sempre ciascuna d'esse è più propinqua della à lei antecedente; & consequentemête di qual si vogli delle antecedenti: Onde ciascuna d'esse radici, che hà il numero delli rotti partiali, che la formano in numero disparo *(cioè che sia, ò vn rotto solo, ò 3. rotti, ò 5. ò 7.)* è ℞ eccedente, Et ciascuna d'esse radici, che hà il numero delli rotti partiali, che la formano in numero paro *(cioè che siano, ò 2. rotti, ò 4. ò 6. &c.)* è ℞ scarsa.

Ne ancora voglio restare di scoprire vn'altra mirabile proprietà di questo modo di pigliare le radici continuamente più propinque, & è, che con esso si trouano ancora le radici istesse, che si trouariano con il modo ordinario già in principio mostrato del trouare la ℞ eccedête, & andarsi continuamente appropinquando con altre ℞ eccedenti, cioè ponendo la prima ℞ eccedente del 18. essere pure 4 $\frac{2}{8}$. ò vogliamo dire 4 $\frac{1}{4}$. & partire l'eccesso del quadrato di questa, Di 18. sia la ℞ eccedente $4\frac{1}{4}$. che eccede in $\frac{1}{16}$. quadrato del rotto $\frac{1}{4}$.

Operatione per trouare vna seconda ℞ eccedente più propinqua.

Il doppio della prima ℞, che è partitore è $8\frac{1}{2}$. $\frac{1}{16}$. è l'eccesso da partire. Ne viene $\frac{1}{136}$. che si caua da $4\frac{1}{4}$. prima ℞, & resta $4\frac{33}{136}$. che è seconda ℞ più propinqua. Eccedendo in $\frac{1}{18496}$. quadr. d' $\frac{1}{136}$. differenza, in che questa ℞ è superata dalla prima mãco propinqua.

Operatione per trouare vna terza ℞ eccedente più propinqua.

doppio della seconda antecedente ℞, che è partitore. | eccesso del suo quadrato, che s'hà da partire.

$8\frac{33}{68}$. cioè $\frac{577}{68}$ | $\frac{1}{18496}$

577
272
156944

ne viene $\frac{1}{156944}$. da cauare dalla ℞ $4\frac{33}{136}$

1154
3462
38082
1
38081

resta $4\frac{38081}{156944}$. che è terza ℞ più propinqua.

Eccedendo in $\frac{1}{156944 \text{ via } 156944}$. quadrato d' $\frac{1}{156944}$. in che questa terza ℞ è superata dalla seconda manco propinqua.

Operatione per trouare vna quarta ℞ eccedente più propinqua.

doppio della terza ℞ antecedente, che è partitore | eccesso del suo quadrato, che s'hà da partire.

$8\frac{76162}{156944}$. cioè $\frac{1331714}{156944}$ | $\frac{1}{156944 \text{ via } 156944}$

1331714
156944
2197216
2668048
470832
2040272
209004522016

ne viene $\frac{1}{209004522016}$

da cauare da $4\frac{38081}{156944}$

1331714
38081
533134
647377
114243
495053
50713000834
1
50713000833

resta $4\frac{50713000833}{209004522016}$

che è quarta ℞ eccedente più propinqua.

L'eccesso del quadrato della quale è il quadrato di $\frac{1}{209004522016}$. in che q̃sta quarta ℞ è superata dalla antecedẽte terza mãco propinqua.

che è $\frac{1}{16}$. *(quadrato dell' $\frac{1}{4}$. suo rotto)* per $8\frac{1}{2}$. doppio d'essa, & l'auuenimẽto $\frac{1}{136}$. cauare da essa ℞ $4\frac{1}{4}$. che resta $4\frac{33}{136}$. & questa è ℞ eccedente più propinqua, che la già detta, perche l'eccesso del quadrato di questa è solo $\frac{1}{18496}$. *(quadrato del rotto $\frac{1}{136}$. in che questa è ecceduta dalla antecedẽte)* Essa ℞ dico, cioè $4\frac{33}{136}$. così trouata viene ad essere vna delle trouate con il modo sopradetto dell'andar giõgẽdo il rotto primiero di mano in mano alli denominatori seguenti, & è la terza di quelle, cioè che è trouata con tre rotti, dicendo ella essere 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. quale se bene è la terza nell'ordine delle quindici radici iui trouate, è nondimeno la seconda delle eccedenti *(che la prima $4\frac{2}{8}$, è eccedẽte, ma la seconda $4\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. è scarsa)* Et mediante questa ℞ eccedente $4\frac{33}{136}$. trouandone vn'altra più propinqua, con il modo ordinario, cioè partendo l'eccesso del quadrato di questa con il doppio d'essa, &c. che così si trouaria la seguente radice più propinqua essere $4\frac{38081}{156944}$. il quadrato della quale eccede il 18. proposto solo in $\frac{1}{156944 \text{ via } 156944}$. quadrato della differenza di detta ℞ alla antecedente. Questa $4\frac{38081}{156944}$. viene anco ella ad essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la settima in numero, cioè che è formata con sette rotti; ma è la quarta delle eccedenti. Et mediante questa ℞ eccedente $4\frac{38081}{156944}$. trouandone vn'altra più propinqua con il modo ordinario, ella saria $4\frac{50713000833}{209004522016}$. che è pure anco vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la quintadecima, cioè la formata con 15. rotti, ma è nondimeno la ottaua delle eccedenti *(essendo l'altre sette tutte scarse)* Vediamo dunque il modo sopradetto comprendere in se l'ordinario, poiche con esso si trouano quelle istesse ℞ eccedenti, che si trouariano con l'ordinario, Et di più se ne trouano ancora molte altre eccedenti intermedie, come sono iui la quinta *(ò terza*

ecce-

Di 18. sia la ℞ scarsa trouata $4\frac{2}{8}\frac{2}{8}$. trouata propinquamente al nostro modo, cioè $4\frac{8}{33}$.

Cauisi $\frac{8}{33}$. rotto totale da $\frac{1}{4}$. rotto aggiunto, resta $\frac{1}{132}$. che moltiplicato via $\frac{8}{33}$. rotto totale, fà $\frac{2}{1089}$. il che è il mancamento del quadrato della ℞ $4\frac{8}{33}$.

Operatione per trouare vna seconda ℞ scarsa più propinqua.

℞ scarsa $4\frac{8}{33}$

℞ eccedente $4\frac{1}{4}$

somma $8\frac{65}{132}$. con la quale si parte il $\frac{2}{1089}$. mancamento.

$\frac{1121}{132}$ | $\frac{2}{1089}$

4 | 33

ne viene $\frac{8}{36993}$. da giongere alla ℞ $4\frac{8}{33}$

1121
8
8968
8
8976

fà $4\frac{272}{1121}$. che è la seconda ℞ scarsa più propinqua.

$\frac{272}{1121}$ $\frac{2992}{12331}$ $\frac{8976}{36993}$

Per trouare la scarsezza. Cauisi questa seconda ℞ $4\frac{272}{1121}$. da $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, cioè trouisi la differenza, che è da questa ℞, à $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, & à $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa adoprate à trouar questa, & le differenze di questa ℞, à ciascuna delle due ℞ dette adoprate, si moltiplichino fra loro, che il prodotto sarà il mancamento del quadrato di questa al 18. proposto. O vogliamo dire, per trouare la scarsezza. Cauisi questa ℞ scarsa $4\frac{272}{1121}$. da $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente adoprata, & il restante si moltiplichi via il rotto $\frac{8}{36993}$. aggiunto alla antecedente ℞ scarsa $4\frac{8}{33}$. per formarne questa $4\frac{272}{1121}$. che il prodotto sarà la scarsezza del quadrato di questa.

da $4\frac{272}{1121}$. à $4\frac{1}{4}$. cioè à $4\frac{280\frac{1}{4}}{1121}$.

vi è $\frac{8\frac{1}{4}}{1121}$. che via $\frac{8}{36993}$. cioè via $\frac{8}{1121 \text{ via } 33}$

fà $\frac{66}{1121 \text{ via } 1121 \text{ via } 33}$. cioè $\frac{2}{1121 \text{ via } 1121}$. che è $\frac{2}{1256641}$. per la scarsezza cercata.

eccedente) la nona *(ò quinta eccedẽte)* la vndecima *(ò sesta eccedente)* & la terzadecima *(ò settima eccedente.)* Ma di più con esso modo sopradetto si trouano ancora le radici scarse di mano in mano più propinque, che si trouariano con il modo ordinario di appropinquarsi, già detto in principio; quando però la prima ℞ scarsa sia, nõ la trouata con il modo ordinario à punto, che è formãdo il denominatore del rotto della ℞, con 1. più del doppio dell'intiero, ò prima parte d'essa ℞, cioè non con il dire la prima ℞ scarsa di 18. essere $4\frac{2}{9}$, ma che ella sia la trouata con il modo più propinquo dell'ordinario, che già si mostrò, giongendo al doppio dell'intiero non vna vnità, ma vn rotto eguale al rotto formato dall'auanzo, & dal doppio dell'intiero, che del 18. proposto ella si diria essere $4\frac{2}{8}\frac{2}{8}$. che è $4\frac{8}{33}$. cioè quella istessa prima ℞ scarsa, che con esso modo sopradetto si viene à trouare. Et che similmẽte nel trouare le ℞ scarse più propinque di questa $4\frac{8}{33}$. con il modo ordinario, alla ℞, che haueremo si gionga non l'intiero seguente, che è 5. ma più propinquamente se li gionga la nostra prima ℞ eccedente del 18. proposto, che è $4\frac{2}{8}$. cioè $4\frac{1}{4}$. Onde per trouare la ℞ scarsa più propinqua, che segue al $4\frac{8}{33}$. con il modo ordinario, noi al $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa, giongeremo $4\frac{1}{4}$. ℞ eccedente, che fà $8\frac{65}{132}$. & con questa somma partiremo $\frac{2}{1089}$. scarsezza della ℞ $4\frac{8}{33}$. & ne viene $\frac{8}{36993}$. quale giongeremo al $4\frac{8}{33}$. ℞ scarsa, & fà $4\frac{272}{1121}$. che è ℞ scarsa più propinqua, al quadrato della quale manca per arriuare al 18. solo $\frac{2}{1256641}$. prodotto delle differenze di questa ℞, alle due $4\frac{1}{4}$. & $4\frac{8}{33}$. gionte insieme, & adoprate nel trouar questa. Questa hora dico essere vna delle trouate con il modo sopradetto, & è la quarta, cioè la formata da quattro rotti partiali, che viene ad essere la seconda scarsa fra quelle. Et mediante questa con il modo ordinario, trouando la seguente terza ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{9240}{38081}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la sesta, cioè la formata da sei rotti partiali, che viene ad essere la terza scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{9240}{38081}$. trouando con il modo ordinario la seguente quarta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{313888}{1293633}$. quale è pure fra le

 trouate

Operatione per trouare vna terza ℞ scarsa più propinqua. Essendo la seconda $4\frac{2}{1}\frac{7}{2}\frac{2}{1}$. Et la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1256641}$.

℞ scarsa $4\frac{272}{1121}$ $280\frac{1}{4}$

$552\frac{1}{4}$ 2209

℞ eccedente $4\frac{1}{4}$ scarsezza da partire.

somma $8\frac{2209}{4484}$. cioè $\frac{38081}{4484}$. partitore $\frac{2}{1256641}$

4 1121

ne viene $\frac{8}{38081.\ \text{via}\ 1121}$. da giongere à $4\frac{272}{1121}$. ℞ scarsa sopradetta.

fà $4\frac{9240}{38081}$. che è la terza ℞ scarsa.

```
          38081
          76162
         266567
         76162  8
1121) numerat. 10358040. si schisa per 1121.
       douenta  9240
           2690
           4484
```

Per trouare la scarsezza.

da $4\frac{9240}{38081}$. ℞ scarsa trouata, à $4\frac{9520\frac{1}{4}}{38081}$. ℞ eccedente adoprata.

resta $\frac{280\frac{1}{4}}{38081}$. che via $\frac{8}{38081.\ \text{via}\ 1121}$. aggiũto alla ℞ scarsa adoprata.

fà $\frac{2242}{38081.\ \text{via}\ 38081.\ \text{via}\ 1121}$. cioè $\frac{2}{38081.\ \text{via}\ 38081}$. che è la scarsezza cercata, cioè $\frac{2}{1450162561}$

Operatione per trouare vna quarta ℞ scarsa più propinqua.

Essendo la terza $4\frac{9240}{38081}$. Et la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1450162561}$

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$

℞ eccedente $4\frac{9520\frac{1}{4}}{38081}$ partitore scarsezza da partire

somma $8\frac{18760\frac{1}{4}}{38081}$. cioè $\frac{323408\frac{1}{4}}{38081}$ $\frac{2}{38081.\ \text{via}\ 38081}$

1 1

ne viene $\frac{2}{1293633.\ \text{via}\ 38081}$. da giongere à $4\frac{9240}{38081}$

```
       9240
   31047192
  116426978
38081) 11953168928
      313888
   52886
  148058
  338159
  335112
  304648
```

fà $4\frac{313888}{1293633}$. che è la quarta ℞ scarsa più propinqua.

Per trouare la scarsezza.

$323408\frac{1}{4}$. è l' $\frac{1}{4}$.

differenza $9520\frac{1}{4}$. alla eccedente.

trouate con il modo sopradetto, & è la ottaua, cioè la formata con otto rotti partiali, che viene ad essere la quarta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{1}{1}\frac{3}{2}\frac{1}{9}\frac{3}{3}\frac{8}{6}\frac{8}{3}\frac{8}{3}$. trouando con il modo ordinario la seguẽte quinta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{0}{9}\frac{6}{4}\frac{2}{5}\frac{9}{4}\frac{5}{4}\frac{2}{1}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la decima, cioè la formata cõ dieci rotti partiali, che viene ad essere la quinta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{1}{4}\frac{0}{3}\frac{6}{9}\frac{6}{4}\frac{2}{5}\frac{9}{4}\frac{5}{4}\frac{2}{1}$. trouando con il modo ordinario la seguente sesta ℞ scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{3}{1}\frac{6}{4}\frac{2}{9}\frac{2}{2}\frac{2}{8}\frac{6}{5}\frac{4}{1}\frac{8}{3}\frac{0}{6}\frac{}{1}$. quale è pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la duodecima, cioè la formata con dodici rotti partiali, che viene ad essere la sesta scarsa fra quelle. Et mediante questa $4\frac{}{1}\frac{3}{4}\frac{6}{9}\frac{2}{2}\frac{2}{8}\frac{2}{5}\frac{6}{1}\frac{4}{3}\frac{8}{6}\frac{0}{1}$ trouando cõ il modo ordinario la seguente settima radice scarsa più propinqua, ella sarà $4\frac{1}{5}\frac{2}{0}\frac{3}{7}\frac{0}{1}\frac{5}{3}\frac{0}{0}\frac{3}{0}\frac{7}{0}\frac{3}{8}\frac{6}{3}\frac{8}{3}$. quale è similmente pure fra le trouate con il modo sopradetto, & è la quartadecima, cioè la formata con 14. rotti partiali, che viene ad essere la settima scarsa fra quelle. Et così vediamo tutte le radici scar-

$\frac{9520\frac{1}{4}}{1293633}$. via $\frac{8}{1293633.\ \text{via}\ 38081}$

1

fà $\frac{2}{1293633.\ \text{via}\ 1293633}$. che è la scarsezza.

Operatione per trouare la quinta ℞ scarsa più propinqua.

Essendo la quarta $4\frac{313888}{1293633}$. Et è la scarsezza del suo quadrato $\frac{2}{1293633.\ \text{via}\ 1293633}$

℞ scarsa $4\frac{313888}{1293633}$

℞ eccedente $4\frac{323408\frac{1}{4}}{1293633}$

somma $8\frac{637296\frac{1}{4}}{1293633}$ scarsezza da partire.

partitore $\frac{10986360\frac{1}{4}}{1293633}$ $\frac{2}{1293633.\ \text{via}\ 1293633}$

1 1

ne viene $\frac{2}{10986360\frac{1}{4}.\ \text{via}\ 1293633}$. giongasi à $4\frac{313889}{1293633}$

```
     313888
    87890880
  966799680
  142822680
  32959080
      78472
          2
3448486646154. schisisi per 1293633.
        2665738
   8612206
    8504084
     7422866
      9547011
       4915905
       10349064
```

$\frac{2665738}{10986360\frac{1}{4}}$. è il rotto.

10662952

$4\frac{10662952}{43945441}$. è la quinta ℞ scarsa più propinqua.

Per trouare la scarsezza del quadrato d'essa quinta ℞.

$\frac{2}{10986360\frac{1}{4}.\ \text{via}\ 1293633}$. via $\frac{323408\frac{1}{4}}{43945441}$ $\frac{10986360\frac{1}{4}}{}$ 1

4

fà $\frac{2}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$. che è la scarsezza.

ci scarse di mano in mano più propinque, che si trouano con il modo ordinario essere à punto tutte quelle istesse per ordine senza intermedio d'altre scarse, che si trouano cõ il modo sopradetto. Et però conosciamo ancora, che il modo ordinario nell' approssimatione, ò inuentione delle ℞ più propinque eccedenti, è molto più veloce, ò espediente, che il modo ordinario nella inuentione delle radici più propinque scarse; perche nelle eccedenti, dalla prima si và alla secõda, & poi alla quarta, & poi alla ottaua, delle trouate cõ il modo sopradetto; ma nelle scarse, dalla prima si và alla seconda, poi alla terza, poi alla quarta, poi alla quinta, poi alla sesta, & poi alla settima delle trouate con il modo sopradetto, cioè cõ il medesimo ordine à punto delle sopradette senza intermedio d'alcuna.

Notisi nondimeno, che se nell'andar ritrouando al modo ordinario delle radici scarse più propinque del 18. proposto, noi per radice eccedẽte da giongere à quella ℞ scarsa, che allhora si hauesse, ci seruissimo nõ della prima ℞ eccedẽte $4\frac{1}{4}$. di continuo, ma di quella eccedẽte più propinqua, che di mano in mano fusse prossima alla radice scarsa, che allhora si hauesse; operando così; più velocemente, cioè con manco numero d'operationi, ò radici scarse si peruerria alle radici scarse più propinque, che si trouassero con il modo sopradetto. Che se alla prima ℞ scarsa $4\frac{8}{3}\frac{}{3}$. giongeremo $4\frac{1}{1}\frac{}{6}$. ℞ eccedente prossima, che li segue *(più propinqua di $4\frac{1}{4}$.)* & farà $8\frac{1}{4}\frac{7}{4}\frac{7}{8}$. & con questa somma partiremo $\frac{}{}\frac{}{8}\frac{2}{}$. scarsezza del quadrato di $4\frac{}{}\frac{2}{}$. ℞ sopradetta, & l'auuenimento giongeremo ad essa ℞ scarsa $4\frac{}{3}\frac{8}{3}$. la somma $4\frac{}{3}\frac{9}{8}\frac{2}{0}\frac{4}{8}\frac{0}{}$. sarà ℞ scarsa più propinqua, & sarà vna delle sette radici scarse trouate fra le quindici radici, nel modo sopradetto; ma non la seconda d'esse sette radici scarse, anzi passando più auanti, ella verrà ad essere la terza.

Et hora

Operatione per trouare vna ſeſta ℞ ſcarſa più propinqua. Eſſendo la quinta $4\frac{10662952}{43945441}$

Et la ſcarſezza del ſuo quadrato $\frac{2}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$

℞ ſcarſa $4\frac{10662952}{43945441}$

℞ eccedente $4\frac{10986360\frac{1}{4}}{43945441}$

ſomma $8\frac{21649312\frac{1}{4}}{43945441}$. cioè partitore $\frac{373212840\frac{1}{4}}{43945441}$ ſcarſezza da partire $\frac{2}{43945441.\ \text{via}\ 43945441}$

1 1

ne viene $\frac{8}{1492851361.\ \text{via}\ 43945441}$. giongaſi à $\frac{10662952}{43945441}$

fà $4\frac{362226480}{1492851361}$. che è la ſeſta ℞ ſcarſa più propinqua.

10662952
2985702722
7464256805
13435662249
2985702722
8957108166
8957108166
1492851361 8
15918202405477680. ſchiſiſi per 43945441
362226480
273457010
97843645
99527634
116367527
284766457
210938116
351563528

Per trouare la ſcarſezza.

$4\frac{362226480}{1492851361}$

373212840 $\frac{1}{4}$

$\frac{8}{1492851361.\ \text{via}\ 43945441}$. via $\frac{10986360\frac{1}{4}}{1492851361}$. 1

4

1

fà $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$. che è la ſcarſezza cercata.

Operatione per trouare la ſettima ℞ ſcarſa più propinqua. Eſſendo la ſeſta $4\frac{362226480}{1492851361}$

Et la ſcarſezza del ſuo quadrato $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$

℞ ſcarſa $4\frac{362226480}{1492851361}$

℞ eccedente $4\frac{373212840\frac{1}{4}}{1492851361}$

ſomma $8\frac{735439320\frac{1}{4}}{1492851361}$

partitore $\frac{12678250208\frac{1}{4}}{1492851361}$ ſcarſezza da partire $\frac{2}{1492851361.\ \text{via}\ 1492851361}$

1 1

ne viene $\frac{8}{50713000833.\ \text{via}\ 1492851361}$. giongaſi à $4\frac{362226480}{1492851361}$

362226480
108667944
108667944
289781184
470894424
253558536
181113240 8
18369591781974657848. ſchiſiſi per 1492851361
12305037368
4553754499
7520041674
5578486965
10999328827
5493693008
10151389254
11942810888

fà $4\frac{12305037368}{50713000833}$. che è la ſettima ℞ ſcarſa più propinqua.

Per trouare la ſcarſezza.

$\frac{12305037368}{50713000833}$

12678250208 $\frac{1}{4}$

$\frac{8}{50713000833.\ \text{via}\ 1492851361}$. via $\frac{373212840\frac{1}{4}.\frac{1}{4}}{50713000833}$

1

fà $\frac{2}{50713000833.\ \text{via}\ 50713000833}$. che è la ſcarſezza del quadrato di queſta ſettima ℞.

Operatione per trouare vna ℞ ſcarſa di 18. più propinqua. di $4\frac{8}{33}$. il quadrato della quale è ſcarſo in $\frac{2}{1089}$.

℞ ſcarſa $4\frac{8}{33}$ 1088

℞ eccedente $4\frac{33}{136}$ 1089

2177

ſomma $8\frac{2177}{4488}$. cioè partitore $\frac{38081}{4488}$ da partire $\frac{2}{1089}$

ne viene $\frac{8976}{38081.\ \text{via}\ 1089}$. da giongere à $4\frac{8}{33}$

fà $4\frac{9240}{38081}$. che è ℞ ſcarſa più propinqua.

33
1256673
8
10053384
8976
1089)10062360
9240
2613
4356

Per trouare la ſcarſezza.

da $4\frac{9240}{38081}$. à $4\frac{33}{136}$

1256673
1256640

$\frac{8976}{38081.\ \text{via}\ 1089}$. via; reſta $\frac{33}{38081.\ \text{via}\ 136}$

cioè $\frac{136.\ \text{via}\ 33.\ \text{via}\ 2}{38081.\ \text{via}\ 338033}$ via $\frac{33}{38081.\ \text{via}\ 136}$

cioè $\frac{136.\ \text{via}\ 2}{38081.\ \text{via}\ 33}$ via $\frac{33}{38081.\ \text{via}\ 136}$

cioè $\frac{2}{38081}$. via $\frac{1}{38081}$. che fà $\frac{2}{1450162561}$

è la ſcarſezza del quadrato d'eſſa ℞ $4\frac{9240}{38081}$

Et hora per trouare di nuouo vna ℞ ſcarſa più propinqua di queſta, ſe noi per giongerli ci ſeruiremo di $4\frac{38081}{150944}$. radice eccedente, che fra le quindici è proſsima ſeguente à detta ℞ ſcarſa $4\frac{9240}{38081}$. verremo à trouare per ℞ ſcarſa più propinqua $4\frac{12305037368}{50713000833}$. quale fra le quindici è la quartadecima, cioè la ſettima ſcarſa. Ma ſe per ℞ eccedente da giongere alla ſcarſa $4\frac{9240}{38081}$. ci fuſsimo ſeruiti di $4\frac{1121}{4620}$. che fra le quindici è proſſima antecedente à detta radice ſcarſa $4\frac{9240}{38081}$. trouareſsimo per ℞ ſcarſa più propinqua $4\frac{362226480}{1492851361}$. quale è fra le ſette ſcarſe ſopradette, non la vltima, ò ſettima più propinqua, ma è la ſeſta ℞ ſcarſa fra quelle, non tanto propinqua, quanto è la ſettima.

Et così vediamo, come anco nelli auuertimenti già dati ſi è detto, che quanto più propinqua è la ℞ eccedente, che giongiamo alla ſcarſa per trouarne vn'altra ſcarſa, tanto maggiormente ſarà propinqua la ſcarſa, che trouaremo.

Di 18. la ℞ scarsa al modo ordinario sia $4\frac{2}{9}$. & con essa al modo ordinario volendone trouare vn'altra scarsa più propinqua, si operarà come si vede in margine.

℞ scarsa $4\frac{2}{9}$
intiero seguēte 5 che è ℞ eccedente.
partitore $9\frac{2}{9}$ $\frac{18}{81}$. scarsezza da part.
ne viene $\frac{14}{83.\ via\ 9}$. da giongere alla ℞ $4\frac{2}{9}$
166
fà $4\frac{20}{83}$. che è ℞ scarsa più propinqua.
14
9) 180
20

Per trouare la scarsezza del suo quadrato.
da $4\frac{20}{83}$. à 5. ℞ eccedente adoprata, vi è $\frac{63}{83}$. via $\frac{14}{83.\ via\ 9}$
cioè $\frac{7}{83}$. via $\frac{14}{83}$. fà $\frac{98}{83.\ via\ 83}$. cioè $\frac{98}{6889}$ che è la scarsezza cercata.

Di 18. la ℞ scarsa sia pure $4\frac{2}{9}$. Trouiamo vn'altra ℞ scarsa più propinqua cō il modo ordinario, ma mediante $4\frac{1}{4}$. ℞ ecced.

$4\frac{2}{9}$ ℞ scarsa
$4\frac{1}{4}$ ℞ eccedente
$8\frac{17}{36}$. partitore

$\frac{305}{36}$. in $\frac{14}{81}$
4 9
ne viene $\frac{56}{305.\ via\ 9}$
da giongere à $4\frac{2}{9}$
610
56
9) 666
fà $4\frac{74}{305}$

$4\frac{74}{305}$. è la ℞ scarsa più propinqua.

Per trouare la scarsezza.
da $4\frac{74}{305}$. à $4\frac{1}{4}$
$76\frac{1}{4}$
vi è $\frac{2\frac{1}{4}}{305}$. via $\frac{56}{305.\ via\ 9}$
cioè $\frac{\frac{1}{4}}{305}$. via $\frac{56}{305}$. fà $\frac{14}{93025}$. che è la scarsezza del quadrato di questa ℞ $4\frac{74}{305}$.

Et se quanto alle radici scarse, nel pigliarè la ℞ scarsa di 18. hauessimo detto al modo ordinario ella essere $4\frac{2}{9}$. *(formando il 9. denominatore del rotto con 1. più del doppio dell'intiero)* & che poi hauessimo trouato al modo ordinario vna ℞ scarsa più propinqua di questa, ma con giōgere al $4\frac{2}{9}$. prima ℞ scarsa, non 5. intiero seguente, ma più propinquamente $4\frac{2}{8}$. ℞ eccedente del medesimo 18. facendo per somma $8\frac{17}{36}$. & con essa partito $\frac{14}{81}$. scarsezza del quadrato della detta ℞ $4\frac{2}{9}$. che ne viene $\frac{56}{2745}$. & questo gionto à $4\frac{2}{9}$. ℞ scarsa detta, che fà $4\frac{74}{305}$. quale è ℞ scarsa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giongendo rotti al denominatore primiero del rotto primiero della prima ℞, &c. potressimo pure trouare la medesima ℞ scarsa più propinqoa $4\frac{74}{305}$. Ma conuerria, che hauēdo detto la ℞ di 18. essere $4\frac{2}{8}$. che è eccedēte, noi all'8. denominatore primiero giongessimo nō $\frac{2}{8}$. medesimo, che è il rotto primiero, ma $\frac{2}{9}$. che è il rotto della prima ℞ scarsa ordinaria detta, formando per rotto $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{9}$. che saria $\frac{9}{37}$. & con l'intiero 4. faria $4\frac{9}{37}$. & questa saria ℞ eccedente, perche il rotto totale $\frac{9}{37}$. è maggiore del $\frac{2}{9}$. rotto aggiunto al denominatore primiero, & essendo maggiore in $\frac{7}{9.\ via\ 37}$. moltiplicādo questo $\frac{7}{333}$. via $\frac{9}{37}$. rotto totale, faria $\frac{7}{1369}$. che è l'eccesso del quadrato d'essa ℞ $4\frac{9}{37}$. Poi seguendo à dire la ℞ di 18. essere $4\frac{2}{8}$. hora all'8. denominatore primiero si giongeria il $\frac{9}{37}$. rotto antecedente trouato, che così il rotto totale saria $\frac{2}{8}$. & $\frac{9}{37}$. cioè $\frac{74}{305}$. & con l'intiero 4. fà $4\frac{74}{305}$. quale è la ℞ scarsa trouata anco all'altro modo, & la scarsezza sarà $\frac{14}{93025}$. che si produce à moltiplicare il $\frac{74}{305}$. rotto totale, via $\frac{7}{305.\ via\ 37}$. in che esso rotto totale supera $\frac{9}{37}$. rotto aggiunto all'8. denominatore primiero.

Et se proponendosi 19. da pigliarne la ℞ scarsa propinqua, dicessimo al modo ordinario ella essere $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. il quadrato della quale è scarso in ($\frac{1}{3}$. via $\frac{2}{3}$.) $\frac{2}{9}$. & volessimo trouare al modo ordinario vn'altra ℞ scarsa più propinqua, ma giongessimo à questa $4\frac{1}{3}$. non 5. intiero seguente, ma più propinquamēte $4\frac{3}{8}$. ℞ eccedente di 19. che la somma saria $8\frac{17}{24}$. & con essa partito $\frac{2}{9}$. scarsezza della prima ℞, ne verria $\frac{16}{627}$. che gionto ad essa prima ℞ $4\frac{1}{3}$. fà $4\frac{75}{209}$. per ℞ scarsa più propinqua. Noi con il modo sopradetto dell'andar giongendo rotti al denominatore primiero, hauerèssimo pure trouato la istessa seconda ℞ scarsa più propinqua, ma al denominatore del rotto primiero $\frac{3}{8}$. non bisogna giongere l'istesso $\frac{3}{8}$. ma il $\frac{3}{9}$. ò $\frac{1}{3}$. che è rotto della prima ℞ scarsa $4\frac{1}{3}$. già detta, & adoprata p trouare la seconda, & così hauerèssimo $4\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. che è $4\frac{9}{25}$. & questa è ℞ eccedente *(che il rotto totale $\frac{9}{25}$. supera l'aggiunto $\frac{1}{3}$.)* il rotto della quale hora gionto al denominatore del rotto primiero $\frac{3}{8}$. formarà $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. che è $4\frac{75}{209}$. & è ℞ scarsa, & la medesima, che si troua con il modo ordinario. Et si poteua anco dire ella essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. che è $4\frac{75}{209}$. Onde si auuertisce, che se bene, quando la ℞ si forma con tre rotti partiali, ella s'è detta essere eccedente, ciò è vero, & auuiene, se essi tre rotti sono eguali fra loro, cioè che tutti siano come il rotto primiero eccedente $\frac{3}{8}$. Ma quando il terzo rotto, ò vltimo, fusse il rotto minore scarso $\frac{1}{3}$. cioè che fà la ℞ scarsa, allhora la ℞, che da essi tre rotti partiali si forma è scarsa anco ella.

Operatione per trouare vna ℞ scarsa di 18. più propinqua di $4\frac{9240}{38081}$. il quadrato della quale è scarso in $\frac{2}{1450162561}$.

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$
℞ eccedente $4\frac{38081}{156944}$
somma $8\frac{2900325121}{5976584464}$
partitore $\frac{50713000833}{5976584464}$ $\frac{2}{1450162561}$. scarsezza da partire.
ne vienè $\frac{11953168928}{50713000833.\ via\ 1450162561}$. da giōgere à $4\frac{9240}{38081}$
fà $4\frac{12305037368}{50713000833}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

156944
9240
3766656
1412496
1450162561
2900325121

156944
38081
156944
1255552
1255552
470832
5976584464

38081
50713000833
1256673
304648
495053
266567
190405
1931201784721473
9240
4634884283315352
1738081606249325 7
11953168928
1450162561) 17844304502779579448
12305037368
4423537707
7305002479
5418967457
10684797749
5336598224
9861105414
11601300488

Ouero per trouare vna ℞ scarsa di 18. più propinqua di $4\frac{9240}{38081}$. sia che ci seruiamo di $4\frac{1121}{4620}$. ℞ eccedente.

℞ scarsa $4\frac{9240}{38081}$
℞ eccedente $4\frac{1121}{4620}$
somma $8\frac{85377601}{175934220}$

38081
4620
76162
228486
152324
175934220

38081
1121
799701
418891
42688801
42688800
85377601

partitore $\frac{1492851361}{175934220}$ $\frac{2}{1450162561}$. scarsezza da partire.
ne viene $\frac{351868440}{1492851361.\ via\ 1450162561}$. da giongere à $4\frac{9240}{38081}$. fà $4\frac{362226480}{1492851361}$. ch'è ℞ scarsa più propinqua.

1492851361
38081
1492851361
11942810888
11942810888
4478554083
56849272678241
9240
1364382544277784
511643454104169
351868440
5252872798815280
1450162561. è schisat.
362226480
9023851159
3228757938
3284328168
3840030461
9397053395
6960780292
11601300488
eguali

Di 18. sia la ℞ $4\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{9}$. cioè $4\frac{9}{37}$. che è eccedente.

$\frac{9}{37}$. rotto totale $\frac{2}{9}$. rotto aggiūto
81 74
$\frac{7}{37.\ via\ 9}$. via $\frac{9}{37}$. fà $\frac{7}{37.\ via\ 37}$. che è l'eccesso del quadr. di $4\frac{9}{37}$. cioè $\frac{7}{1369}$.

Hora di 18. la ℞ sia $4\frac{2}{8}$. & $\frac{9}{37}$. cioè $4\frac{74}{305}$. che è ℞ scarsa.

$\frac{74}{305}$. rotto totale $\frac{9}{37}$. aggiunto
2738 2745
$\frac{2.\ 74}{305}$ via $\frac{7}{305.\ via\ 37}$
1
fà $\frac{14}{305.\ via\ 305}$. che è la scarsezza.

Et se del 19. proposto da pigliarne la ℞ scarsa, noi al modo più propinquo hauessimo detto ella essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{24}{67}$. Et hora, mediante questa, ne trouassimo vn'altra scarsa più propinqua al modo ordinario, ma giongendo à questa non 5. intiero seguente, ma più propinquamente giongendoli $4\frac{3}{8}$. che è ℞ eccedente di 19. & con la somma $8\frac{393}{536}$. partessimo $\frac{27}{4489}$. scarsezza della prima ℞ $4\frac{24}{67}$. che ne verria $\frac{14472}{4489.\ via\ 4681}$. da giongere ad essa prima ℞ $4\frac{24}{67}$. che faria $4\frac{1680}{4681}$. per seconda ℞ scarsa più propinqua. Noi ancora con il modo sopradetto, cioè dell'andar giongendo rotti al denominatore primiero, Di 19. la ℞ scarsa sia $4\frac{3}{9}$. cioè $4\frac{1}{3}$. che è scarsa in $\frac{2}{9}$.

Operat. per trouare vn'altra scarsa più propinqua.

		partitore	da partire
℞ scarsa	$4\frac{1}{3}$	209	$\frac{2}{9}$
℞ eccedente	$4\frac{3}{8}$	$\frac{24}{8}$	3

somma $8\frac{17}{24}$. ne viene $\frac{16}{627}$. gionto à $4\frac{1}{3}$. fà $4\frac{225}{627}$. cioè $4\frac{75}{209}$. che è ℞ scarsa più propinqua.

Ouero operisi così.

Dicasi di 19. la ℞ essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{1}{3}$. cioè $4\frac{9}{25}$. che è eccedente in $\frac{6}{625}$. Et hora dicasi di 19. la ℞ essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{9}{25}$. cioè $4\frac{75}{209}$. che è ℞ scarsa.

Per trouare la scarsezza del quadrato di $4\frac{75}{209}$. da $4\frac{75}{209}$. ℞ trouata à $4\frac{3}{8}$. ℞ eccedente adoprata, vi è $\frac{27}{1672}$. che via $\frac{16}{627}$. differenza della medesma ℞ $4\frac{75}{209}$. trouata à $4\frac{1}{3}$. ℞ scarsa adoprata, cioè *(che è il medesimo)* $\frac{9}{209}$. via $\frac{2}{209}$. fà $\frac{18}{209.\ via\ 209}$. che è la scarsezza.

Per trouare la scarsezza del quadrato di $\frac{75}{209}$.

rotto totale $\frac{75}{209}$ rotto aggiunto $\frac{9}{25}$

1875 1881

$\frac{6}{209.\ via\ 25}$. via $\frac{\overset{3}{75}}{209}$. fà $\frac{18}{209.\ via\ 209}$. che è la scarsezza cercata.

Di 19. la ℞ scarsa sia $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{24}{67}$.

da $\frac{24}{67}$. rotto totale à $\frac{3}{8}$. aggiunto, vi è $\frac{9}{67.\ via\ 8}$

che moltiplicato via $\frac{24}{67}$. rotto tot. fà $\frac{27}{67.\ via\ 67}$.

che è la scarsezza del quadrato della ℞.

Operatione per trouare vna seconda ℞ scarsa più propinqua con il modo ordinario.

℞ scarsa	$4\frac{24}{67}$	192	
		201	
℞ eccedente	$4\frac{3}{8}$	393	

somma $8\frac{393}{536}$. cioè $\frac{4681}{536}$. in $\frac{27}{4489}$. scarsezza.

ne viene $\frac{14472}{21013009}$. da giongere à $4\frac{24}{67}$.

fà $4\frac{1680}{4681}$ che è ℞ scarsa più propinqua.

Ouero si trouarà così.

dicendo di 19. la ℞ scarsa essere $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$ ...

$$\begin{array}{r} 4681 \\ 4489 \\ \hline 42129 \\ 18724 \\ 224688 \\ \hline 21013009 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4681 \\ 67 \\ \hline 32767 \\ 28086 \\ \hline 313627 \\ 24 \\ \hline 7547048 \\ 14472 \\ \hline 4489)\ 7541520 \\ 1680 \\ \hline 35?25 \\ \hline 35912 \end{array}$$

eguali al rotto primiero, haueressimo potuto trouare essa medesima seconda ℞ scarsa più propinqua, & saria quella, che venisse formata da quattro rotti *(essendo quella d'vn rotto solo eccedente, quella di dui rotti, prima scarsa, quella di tre rotti eccedente, & quella di quattro rotti seconda scarsa)* cioè saria $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{3}{8}$. & $\frac{24}{67}$. cioè $4\frac{3}{8}$. & $\frac{201}{560}$. ch'è $4\frac{1680}{4681}$. come s'è detto.

Hora se bene, senza ch'io dicessi altro, il giudicioso Lettore da se potria auuertire vna bellissima proprietà del modo sopradetto, cioè dell'andar giongendo rotti nel trouare di mano in mano radici più propinque, & scarse, & eccedēti à beneplacito, nondimeno per satisfare anco alli meno esercitati *(essicurandomi, che tutti siano per vēder sempre gratie à Dio, che ci vada illustrando l'intelletto in ampliare altamente questa Scienza)* dirò, che noi, senza andar trouādo con nuoue operationi di mano in mano vna ℞ più propinqua della antecedente, potiamo facilmente trouare vna ℞, ò scarsa, ò eccedente, che sarà molto, & molto propinqua al vero. Et si farà così.

Hauendo conosciuto, che quando il numero delli rotti partiali è disparo, la ℞ è eccedente; & quando il numero delli rotti è paro, la ℞ è scarsa; Se vorremo trouare vna ℞ molto propinqua, che sia scarsa, noi, oltre all'intiero della ℞ del numero proposto, scriueremo il rotto, che habbi per numeratore l'auanzo, & per denominatore il doppio dell'intiero, & poi al denominatore di questo rotto primiero giongeremo il medesimo rotto primiero, & al denominatore del secondo rotto giongeremo il medesmo rotto primiero, & così seguiremo à giōgere à ciascun seguente denominatore esso rotto primiero, nel modo già visto, ponendo altri rotti quanti vorremo, in modo, che il numero d'essi rotti sia numero paro, & quanto maggiore sarà il numero paro d'essi rotti, tanto più propinqua ℞ scarsa ne deriuarà. Ma se vorremo, che la ℞ molto propinqua da trouare sia eccedente, noi poneremo essi rotti in numero disparo, & quanto maggiore sarà il numero disparo d'essi rotti, tanto più propinqua ℞ eccedente ne deriuarà. Poi ridutto il rotto, che sarà significato dalla quantità così formata à rotto ordinario, & giontolo all'intiero della ℞, il composto sarà la ℞ cercata molto

cioè $4\frac{1680}{4681}$. che è la ℞ scarsa istessa adoprata. Quadrisi $4\frac{1680}{4681}$

Per trouare la scarsezza.

rotto totale rotto aggiunto

1680	201
4681	560
940800	940881
81	

$\frac{81}{4681.\ via\ 560}$. via $\frac{1680.\ 3}{4681}$

fà $\frac{243}{4681.\ via\ 4681}$. che è la scarsezza.

$$\begin{array}{r} 1680 \\ 4681 \\ \hline 13440 \\ 4078 \\ 2\ \ 4681 \\ 37448 \\ 32767 \\ 18724 \\ 2822400 \\ \hline 21911518 \end{array}$$

il quadr. è $18\frac{21911518}{21911761}$

la scarsezza è $\frac{243}{21911761}$

molto propinqua, ò scarsa, ò eccedēte, secondo che il rotto totale sarà formato ò da numero paro, ò disparo di rotti partiali, eguali al primiero. Che per esempio, Se di 18. proposto vorremo trouare vna ℞ eccedente molto propinqua, potremo dire l'intiero essere 4. & il rotto primiero essere $\frac{2}{8}$. & giongere al denominatore di questo rotto primiero il medesmo rotto $\frac{2}{8}$. e di nuouo giōgere al denominat. di questo il medesmo $\frac{2}{8}$. & così seguire à ponere altri rotti in modo, che il numero di tutti essi sia disparo; & poniamo, che se ne pongano 17. formando la quantità sottoposta, quale ridotta à rotto ordinario, & accompagnato al 4. intiero, farà $4\frac{1722749176961}{7100001229860}$. che è ℞ eccedente molto, & molto propinqua del 18. proposto. Et che ella sia eccedente, si conoscerà al solito, considerando il rotto totale $\frac{1722749176961}{7100001229860}$. essere maggiore del rotto aggiunto $\frac{418009044012}{1722749176961}$. Et per trouare l'eccesso del quadrato d'essa ℞, moltiplicaremo al solito il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale supera il rotto, che chiamiamo aggiunto, & il prodotto sarà l'eccesso cercato.

Di 18. la ℞ sia 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. è rotto della prima ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{8}{33}$. è rotto della seconda ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{8}{33}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{4}{33}$. che significa, ò importa $\frac{33}{136}$. è rotto della terza ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{33}{136}$. cioè $\frac{272}{1121}$. è rotto della quarta ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{272}{1121}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{136}{1121}$. che significa $\frac{1121}{4620}$. è rotto della quinta ℞, che è eccedente,

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1121}{4620}$. cioè $\frac{9240}{38081}$. è rotto della sesta ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{9240}{38081}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{4620}{38081}$. che significa $\frac{38081}{156944}$. è rotto della settima ℞, che è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{38081}{156944}$. cioè $\frac{313888}{1293633}$. è rotto della ottaua ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{313888}{1293633}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{176944}{1293633}$. che significa $\frac{1293633}{5331476}$. è rotto della nona ℞, che è eccedēte.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1293633}{5331476}$. cioè $\frac{10662952}{43945441}$. è rotto della decima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{10662952}{43945441}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{5331476}{43945441}$. che significa $\frac{43945441}{181113240}$. è rotto della xj. ℞, che è ecced.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{43945441}{181113240}$. cioè $\frac{362226480}{1492851361}$. è rotto della duodecima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{362226480}{1492851361}$. cioè $\frac{1}{4}\frac{181113240}{1492851361}$. che significa $\frac{1492851381}{6152518684}$. è rotto della xiij. ℞, che (è eccedente.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{1492851361}{6152518684}$. cioè $\frac{323050373768}{50713000833}$. è rotto della quartadecima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. &

$\frac{2}{8}$. & $\frac{12305037268}{50713000833}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{6152158684}{50713000833}$. che significa $\frac{50713000833}{209004522016}$. è rotto della xv. ℞, che (è eccedente.

$\frac{2}{4}$. & $\frac{50713000833}{209004522016}$. cioè $\frac{418009044032}{1722749176961}$. è rotto della sestadecima ℞, che è scarsa.

$\frac{2}{8}$. & $\frac{418009044032}{1722749176961}$. cioè $\frac{1}{4}$ $\frac{209004522016}{1722749176961}$. che significa $\frac{1722749176961}{7100001229860}$. è rotto d'lla xvij. (℞, che è ecced.

Perilche diremo 4 $\frac{1722749176961}{7100001229860}$. essere ℞ eccedente molto propinqua del 18. proposto; Et se volessimo ancora vna ℞ scarsa più propinqua di questa, cioè che il quadrato della scarsa fusse manco minore del 18. di quello, che il quadrato di questa eccedente sia maggiore del 18 noi preso il rotto di questa ℞ eccedente, li poneressimo da man sinistra nel modo, che si è fatto di sopra il $\frac{2}{8}$. rotto primiero eccedente del 18. ò vna volta, ò tre volte, ò 5. volte, ò altro numero di volte disparo, accioche essendo questo rotto composto da 17. rotti partiali, l'altro fusse poi composto da numero paro di rotti, che sariano, ò 18. ò 20. ò 22. &c. come si ricerca à formare ℞ scarsa, & ridutta la quantità, che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero componeria la ℞ scarsa più propinqua. Ma se volessimo ancora vna ℞ eccedente più propinqua della sopradetta, noi preso il rotto d'essa ℞ eccedente, li poneressimo da man sinistra nel modo, che si è fatto di sopra il $\frac{2}{8}$. rotto primiero eccedente del 18. ò due volte, ò quattro volte, ò 6. volte, ò altro numero di volte paro; accioche essendo questo rotto sopradetto composto da 17. rotti partiali, l'altro, che formassimo più propinquo fusse poi composto da numero disparo di rotti, che sariano, ò 19. ò 21. ò 23. &c. come si ricerca à formare ℞ eccedente; & ridutta la quantità che si hauesse così formata à rotto ordinario, esso rotto con il 4. intiero, componeria la ℞ eccedente più propinqua.

Di 18. sarà ℞ eccedente ancor più propinqua 4. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{2}{8}$. & $\frac{1722749176961}{7100001229860}$

$$
\begin{array}{r}
14200002459720 \\
\underline{5852275901 5841} \\
\frac{1}{4}\ 7100001229860 \\
\underline{5852275901 5841} \\
\underline{5852275901 5841} \\
24119003729 3224 \\
\text{Cioè } 4.\ \&\ \frac{2}{8}.\ \&\frac{48238007458 6448}{1988043057361633} \\
\text{Che è } 4.\ \&\frac{1988043057361633}{8193362266739756}
\end{array}
$$

Sia ancora, che di 24. proposto si dica la prima ℞ eccedente essere 4 $\frac{8}{8}$. cioè 4 $\frac{1}{1}$. che è 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto nel quadrato del rotto $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire del rotto $\frac{1}{1}$. qual quadrato è 1. Se vorremo trouare vn'altra ℞ molto propinqua, per mezo d'altre intermedie, da tenerne conto, ò nò, secondo che ci parerà, poiche à noi basta l'vltima più propinqua dell'altre, potremo operare, come si vede in margine.

$\frac{8}{8}$. che significa 1. è il rotto della prima ℞, che è eccedente, essendo l'intiero 4. Et l'eccesso è 1. (quadrato del rotto detto.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{8}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1 \frac{1}{1}}$. che significa $\frac{8}{9}$. è il rotto della seconda ℞, che è scarsa, Et la scar- (sezza è il prodotto d' $\frac{1}{9}$. via $\frac{8}{9}$. cioè $\frac{8}{81}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8}{9}$. ò vogliamo dire $\frac{1}{1 \frac{1}{9}}$. che significa $\frac{9}{10}$. è il rotto della terza ℞, che è eccedēte, Et l'ec- (cesso è il prodotto d' $\frac{1}{10}$. via $\frac{9}{10}$. cioè $\frac{9}{100}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{9}{10}$. cioè $\frac{80}{89}$. è il rotto della quarta ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di ($\frac{1}{10.\ \text{via}\ 89}$. via $\frac{80}{89}$. cioè $\frac{8}{89.\ \text{via}\ 89}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{80}{89}$. ouero $\frac{1}{1 \frac{9}{80}}$. che significa $\frac{89}{99}$. è il rotto della quinta ℞, che è eccedente, Et l'ecces- (so è il prodotto di $\frac{1}{89.\ \text{via}\ 89}$. via $\frac{89}{99}$. cioè $\frac{1}{99\ \text{via}\ 99}$.

$\frac{8}{8}$. &

$\frac{8}{8}$. & $\frac{88}{89}$. che è $\frac{792}{881}$. è il rotto della sesta ℞, che è scarsa, Et la scarsezza è il prodotto di ($\frac{1}{99.\ \text{via}\ 881}$. via $\frac{792}{881}$. Cioè di $\frac{1}{881}$. via $\frac{8}{881}$. che fà $\frac{8}{881.\ \text{via}\ 881}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{792}{881}$. ouero $\frac{1}{1 \frac{89}{881}}$. che significa $\frac{881}{980}$. è il rotto della settima ℞, che è eccedente, Et (l'eccesso è il prodotto di $\frac{1}{980.\ \text{via}\ 881}$. via $\frac{881}{980}$. che è $\frac{1}{980.\ \text{via}\ 980}$.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{881}{980}$. che è $\frac{7840}{8721}$. è il rotto della ottaua ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7840}{8721}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{990}{8721}$. che è $\frac{8721}{9701}$. è il rotto della nona ℞, che è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8721}{9701}$. che è $\frac{77608}{86329}$. è il rotto della decima ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{77608}{86329}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9701}{86329}$. che significa $\frac{86329}{96030}$. è il rotto della vndecima ℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{86329}{96030}$. che è $\frac{768240}{854569}$. è il rotto della duodecima ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{768240}{854569}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{96030}{854569}$. che significa $\frac{854569}{950599}$. è il rotto della xiij. ℞, che è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{854569}{950599}$. cioè $\frac{7604792}{8459361}$. è il rotto della xiiij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7604792}{8459361}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{950599}{8459361}$. che significa $\frac{8459361}{9409960}$. è il rotto della xv. ℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8459361}{9409960}$. cioè $\frac{75279680}{83739041}$. è il rotto della xvj. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{75279680}{83739041}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9409960}{83739041}$. che significa $\frac{83739041}{93149001}$. è il rotto della xvij. ℞, che è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{83739041}{93149001}$. cioè $\frac{745192008}{828931049}$. è il rotto della xviij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{745192008}{828931049}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{93149001}{828931049}$. che significa $\frac{828931049}{922080050}$. è il rotto d'lla xviiij. ℞, ch'è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{828931049}{922080050}$. cioè $\frac{7376640400}{8205571449}$. è il rotto della xx. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7376640400}{8205571449}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{922080050}{8205571449}$. che significa $\frac{8205571449}{9127651449}$. è il rotto della xxj. ℞, che (è eccedente.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{8205571449}{9127651449}$. cioè $\frac{73021211992}{81226783441}$. è il rotto della xxij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{73021211992}{81226783441}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{9127651449}{81226783441}$. che significa $\frac{81226783441}{90354434950}$. è il rotto della xxiij. (℞, che è eccedēte.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{81226783441}{90354434940}$. cioè $\frac{722835479520}{804062262961}$. è il rotto della xxiiij. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{722835479520}{804062262961}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{903544434940}{804062262961}$. che significa $\frac{804062262961}{894416697901}$. è il rotto d'lla xxv. (℞, che è ecced.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{804062262961}{894416697901}$. cioè $\frac{7155333583208}{7959395846169}$. è il rotto della xxvj. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7155333583208}{7959395846169}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{894416697901}{7959395846169}$. che significa $\frac{7959395846169}{8853812544070}$. è il rotto della (27. ℞, ch'è ecc.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{7959395846169}{8853812544070}$. cioè $\frac{70830500352560}{78789896198729}$. è il rotto della 28. ℞, che è scarsa.

$\frac{8}{8}$. & $\frac{70830500352560}{78789896198729}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{8853812544070}{78789896198729}$. che sign. $\frac{78789896198729}{87643708742799}$. è il rotto della (29. ℞, ch'è ecc.

$\frac{8}{8}$. &

8 & $\frac{787898896198729}{876437087742799}$. cioè $\frac{7011496669942392}{779939566141121}$. è il rotto della 30. ℞, che è scarsa.

8 & $\frac{7011496669942392}{779939566141121}$. ouero $\frac{1}{1}$ $\frac{876437087742799}{779939566141121}$. che significa $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. è il rotto della 31. ℞, che è ecc. Et l'eccesso è il prod. di $\frac{1}{779939566141121.\ \text{via}\ 867583274883920}$ via $\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è $\frac{1}{867583274883920.\ \text{moltiplicato in se medesimo}}$

8 & $\frac{779939566131121}{867583274883920}$. cioè $\frac{6940666199071360}{7720605765212481}$. è il rotto della 32. ℞, che è scarsa.

Et la scarsezza è il prodotto di $\frac{1}{867583274883920.\ \text{via}\ 7720605765212480}$. via $\frac{6940666199071360}{7720605765212481}$. Ouero (*che resulta l'istesso*) Il prodotto di $\frac{1}{7720605765212481}$. via $\frac{8}{7720605765212481}$. che è $\frac{8}{7720605765212481.\ \text{moltiplicato in se stesso}}$. Cioè 8.esimo del quadrato di 7720605765212481.

Et se hauendo detto, la ℞ eccedente di 24. essere $4\frac{8}{8}$. cioè 5. il quadrato della quale eccede il 24. proposto in 1. (*quadrato del rotto* $\frac{8}{8}$.) noi volessimo, mediante questa prima ℞ eccedente 5. trouare altre radici eccedenti con il modo ordinario, operaressimo come segue in margine.

Di 24. la prima ℞ eccedente sia 5. l'eccesso è 1. partito per 10. doppio della ℞, ne viene $\frac{1}{10}$. il quale cauato dalla prima ℞ detta, resta $4\frac{9}{10}$. che è seconda ℞ eccedente più propinqua. Et l'eccesso è $\frac{1}{100}$. quadrato d'$\frac{1}{10}$. in che questa seconda ℞ è minore, ò vogliamo dire è differente dalla prima ℞ detta.

Operatione per trouare la terza ℞ eccedente più propinqua. Doppio della ℞ $8\frac{9}{5}$. cioè $\frac{49}{5}$ Eccesso $\frac{1}{100}$ Ne viene $\frac{1}{980}$. quale si caua dalla ℞ $4\frac{9}{10}$. ò vogliamo dire $4\frac{882}{980}$. & resta $4\frac{881}{980}$. che è la terza radice eccedente più propinqua. Et l'eccesso è $\frac{1}{980.\ \text{via}\ 980}$. quadrato di $\frac{1}{980}$. in che questa terza ℞ è differente, ò minore della antecedente seconda.

Operatione per trouare la quarta ℞ eccedente più propinqua.

Doppio della ℞. Eccesso da partire.

$8\frac{881}{490}$. cioè $\frac{4801}{490}$ $\frac{1}{980.\ \text{via}\ 980}$. Ne viene $\frac{1}{9602.\ \text{via}\ 980}$. quale si caua dalla ℞ $4\frac{881}{980}$.

Et resta $4\frac{8459361}{9409960}$. che è quarta ℞ ecced. più propinqua, Et l'eccesso è $\frac{1}{9409960.\ \text{via}\ 4909960}$ quadrato d' $\frac{1}{4909960}$. in che questa ℞ è differente, ò minore della antecedente terza,

Operatione per trouare la quinta ℞ eccedente più propinqua.

doppio della ℞

46099201 Eccesso del suo quadrato da partire

$4\frac{8459361}{4704980}$ $\frac{1}{9409960.\ \text{via}\ 9409960}$ ne viene $\frac{1}{92198402.\ \text{via}\ 6409960}$. da cauare dalla ℞ $4\frac{8459361}{9404980}$. & resta $4\frac{779939566141121}{867583274883920}$. che è quinta ℞ eccedente più propinqua.

L'eccesso del quadrato della quale è $\frac{1}{867583274883920.\ \text{moltiplicato in se stesso}}$. quadrato della quantità, in che questa quinta ℞ è differente, ò minore della antecedente quarta.

Sia

9602
881
1762
5286
7929
8459362
8459361

9602
980
134428
9409960

92198402
8459361
92198402
829785618
331914247 2
4148928090
737587216
779939566141122

92198402
9409660
553190412
829785618
9127641798
368793608
867583274883920

Sia ancora, che di 78. proposto la prima ℞ eccedente si dica essere 8. & $\frac{14}{16}$. cioè $8\frac{7}{8}$. il quadrato della quale eccede il 78. proposto in $\frac{49}{64}$. quadrato del rotto $\frac{7}{8}$. Se vorremo trouare vn'altra ℞ del medesmo 78. molto più propinqua, potremo dire ella essere

8. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$.
y x u t s r q p o n m l

& $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{14}{16}$. & $\frac{7}{8}$.
k i h g f e d c b a

che significa $8\frac{14}{16}$. & $\frac{3652337803925184541183 52}{439109117990840784383383}$

cioè $8\frac{3073763825935885490683681}{3695489834122985502126240}$. che sarà ℞ eccedente, per esser composta da numero disparo di rotti partiali eguali al rotto primiero ciascuno d'essi, che sono 23. dal che auuiene, che il rotto totale ecceda, cioè sia maggiore del rotto aggiunto.

a $\frac{14}{16}$. & $\frac{7}{8}$ $8\frac{7}{8}$. è eccedente in $\frac{49}{64}$

tot. aggiũ. differenza

$\frac{112}{135}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{49}{8.\ \text{via}\ 135}$. via $\frac{112}{135}$ 14

896 945 1 fà $\frac{686}{135.\ \text{via}\ 135}$

b $\frac{14}{16}$. & $\frac{112}{135}$ $8\frac{112}{135}$. è scarsa in $\frac{686}{135.\ \text{via}\ 135}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{56}{135}$ $8\frac{945}{1136}$. è eccedente in $\frac{2405}{1136.\ \text{via}\ 1136}$

c $\frac{14}{16}$. & $\frac{945}{1136}$ tot. $\frac{945}{1136}$. aggiũto $\frac{112}{135}$. differ. $\frac{343}{1136.\ \text{via}\ 135}$. via $\frac{945}{1136}$ fà $\frac{2401}{1136.\ \text{via}\ 1136}$

127575 127232 1

d $\frac{14}{16}$. & $\frac{15904}{19121}$ $8\frac{15994}{19121}$. è scarsa in $\frac{33614}{19121.\ \text{via}\ 19121}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{7952}{19121}$ totale $\frac{15904}{19121}$. aggiunto $\frac{945}{1136}$. differ. $\frac{2401}{1136.\ \text{via}\ 19121}$. via $\frac{15904}{19121}$

e $\frac{14}{16}$. & $\frac{133847}{160920}$ 95424 172089 1

f $\frac{14}{16}$. & $\frac{2252880}{2708567}$ 47712 174944 18066944 860445 18069345 fà $\frac{33614}{19121.\ \text{via}\ 19121}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{1126440}{2708567}$ $8\frac{133847}{160920}$. è eccedente in $\frac{117649}{160920}$ via se stesso.

g $\frac{14}{16}$. & $\frac{18959969}{22794976}$

h $\frac{14}{16}$. & $\frac{319129664}{383679585}$

totale $\frac{133847}{160920}$. aggiunto $\frac{15904}{19121}$

133847 1 31808
1606164 143136
2543093 254464
2559288487 2559271680

$\frac{16807}{160920.\ \text{via}\ 19121}$. via $\frac{133847}{160920}$ 7 1

fà $\frac{117649}{160920.\ \text{via}\ 160920}$

Quadrisi $8\frac{133847}{160920}$

2141552
$13\frac{40592}{160920}$
991840
446328
793472
936929
535388
1070776
1780651
25895364049

160920
160920
32184
144828
257472
25895246400

$78\frac{117649}{25895246400}$ è il quadrato.

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{159564832}{383679585}$

i $\frac{14}{16}$. & $\frac{2685757095}{3229001512}$

k $\frac{14}{16}$. & $\frac{45206021168}{54349781287}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{22603010584}{54349781287}$

l $\frac{14}{16}$. & $\frac{380448469009}{457401260880}$

m $\frac{14}{16}$. & $\frac{6403617652320}{7698868643089}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{3201808826160}{7698868643089}$

n $\frac{14}{16}$. & $\frac{53892080501623}{64792757970872}$

o $\frac{14}{16}$. & $\frac{907098611592208}{1090576208035575}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{453049305796104}{1090576208035575}$

p $\frac{14}{16}$. & $\frac{7634033446249025}{9178158970080704}$

q $\frac{14}{16}$. & $\frac{128494225581129856}{154484576977540289}$

cioè $\frac{7}{8}$. & $\frac{64247112790564928}{154484576977540289}$

r $\frac{14}{16}$. & $\frac{1081392038842782023}{1300123728610887240}$

s $\frac{14}{16}$. & $\frac{18201732200552421360}{21883371696616977863}$

cioè $\frac{7}{8}$. $\frac{9100861100276210680}{21883371696616977863}$

t $\frac{14}{16}$. & $\frac{153183601876318845041}{184167839673212033584}$

u $\frac{14}{16}$. & $\frac{2578349755424968470176}{3099869036647711382385}$

cioè $\frac{7}{8}$. $\frac{1289174877712484235088}{3099869036647711382385}$

x $\frac{14}{16}$. & $\frac{21699083256533979676695}{26088h27170894175294168}$

y $\frac{14}{16}$. & $\frac{365233780392518454118352}{439109117990840784383383}$

$\frac{7}{8}$. $\frac{182616890196209227059176}{439109117990840784383383}$

$30737638359358854906836 81$

$\overline{369548983412298550212624 0}$

In questa operatione potiamo ancora considerare ritrouarsi 23. radici del 78. proposto, 12. eccedenti, & 11. scarse, la prima delle quali, & è eccedente, sarà 8 $\frac{7}{8}$. essendo l'eccesso del suo quadrato $\frac{4}{6}$ $\frac{9}{4}$.

Potiamo hora auuertire, che di ciascuna di queste radici, eccedenti, & scarse, formate col modo sopradetto, si può trouare l'eccesso, & la scarsezza del quadrato loro facilmente, & il modo è questo. Della prima ℞ eccedente l'eccesso è il quadrato del suo rotto, cioè il numeratore del rotto dell'eccesso è il quadrato del numeratore del rotto della ℞, Et il denominatore del rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto della ℞ istessa. Auuertendo, che essendo il rotto della ℞ $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & con schisarlo per 2 riducendosi à $\frac{7}{8}$. il numeratore del rotto dell'eccesso verrà ad essere 49. nato da moltiplicare 7. via 7. & il denominatore sarà il quadrato d'8. Nella seconda ℞, che è la prima scarsa, la scarsezza è vn rotto, che per numeratore hà il prodotto, che nasce à moltiplicare il numeratore del rotto dell'eccesso della prima ℞ antecedente, via il vero auanzo della prima ℞, che era 14. cioè via il numeratore del rotto non schisato della prima ℞, cioè il prodotto di 49. via 14. che è 686. Ouero *(che risulta l'istesso)* diremo la scarsezza nella seconda ℞, che è la prima scarsa, essere vn rotto, che per numeratore hà il numero, che nasce à moltiplicare il 49. numeratore del rotto dell'eccesso nella antecedente prima ℞, via il 7. numeratore schisato del primo rotto, & il prodotto 343. moltiplicato ancora per 2. schisatore di detto primo rotto, che fà 686. Et il denominatore di questo rotto della scarsezza sarà il quadrato del denominatore di detta seconda ℞, ò prima scarsa. Auuertendo, che s'intẽde sempre, che i rotti totali di ciascuna delle radici siano schisati, quando si possono schisare, come auuiene hora, che delle ℞ eccedenti si possono schisare, & si sono continuamẽte schisati; Essendo esi poi nelle radici scarse inschisabili. Il numeratore del rotto dell'eccesso nella terza ℞, si troua moltiplicando il numeratore del rotto della scarsezza della ℞ antecedente, via il 7. numeratore schisato del primo rotto, & quello, che fà partito per 2. schisatore; O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesso nella terza ℞, si troua moltiplicando il numero, che nasce à partire per 2. schisatore il numeratore del rotto della scarsezza della ℞ antecedente, via il 7. numeratore schisato del primo rotto. Et il denominatore d'esso rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto di detta terza ℞. Nella quarta radice si troua il numeratore del rotto della scarsezza, moltiplicãdo il numeratore del rotto dell'eccesso della antecedente terza ℞, via 7. numeratore schisato del primo rotto, & il prodotto moltiplicarlo ancora per 2. schisatore; Et il denominatore è pure il quadrato del denominatore del rotto d'essa quarta ℞. Nella quinta ℞ si troua il numeratore del rotto dell'eccesso, moltiplicando quello, che nasce à partire per 2. schisatore detto il numeratore del rotto della scarsez-

za della ℞ antecedente, via 7. numeratore schisato del primo rotto. O vogliamo dire il numeratore del rotto dell'eccesso nella quinta ℞, è il numero, che nasce à moltiplicare la mità del numeratore del rotto della scarsezza della ℞ antecedẽte, via il 7. numeratore schisato del rotto primiero; Et il denominatore di questo rotto dell'eccesso è il quadrato del denominatore del rotto della istessa quinta ℞. Et così con quest'ordine si trouaranno i rotti delle scarsezze, & de gl'eccesi in qual si vogli delle radici seguenti; che ciascun numeratore del rotto della scarsezza nelle radici scarse è il doppio del prodotto, che nasce à moltiplicare l'antecedẽte numeratore del rotto dell'eccesso, via 7. numeratore schisato del rotto primiero. Et ciascun numeratore del rotto dell'eccesso nelle seguenti radici eccedenti è il prodotto, che nasce à moltiplicare per il 7. medesmo detto, la mità dell'antecedente numeratore del rotto della scarsezza; Et il denominatore di ciascun rotto, ò dell'eccesso nelle ℞ eccedenti, ò della scarsezza nelle radici scarse, è sempre il quadrato del denominatore del rotto della radice istessa.

7	Numeratore schisato del rotto primiero.
49	numeratore del rotto dell'eccesso nella prima ℞.
343	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella seconda ℞.
2401	numeratore del rotto dell'eccesso nella 3. ℞.
16807	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 4. ℞.
117649	numeratore del rotto dell'eccesso nella 5. ℞.
823543	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 6. ℞.
5764801	numeratore del rotto dell'eccesso nella 7. ℞.
40353607	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 8. ℞.
282475249	numeratore del rotto dell'eccesso nella 9. ℞.
1977326743	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 10. ℞.
13841287201	numeratore del rotto dell'eccesso nella 11. ℞.
96889010407	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 12. ℞.
678223072849	numeratore del rotto dell'eccesso nella 13. ℞.
4747561509943	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 14. ℞.
33232930569601	numeratore del rotto dell'eccesso nella 15. ℞.
232630513987207	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 16. ℞.
1628 13597910449	numeratore del rotto dell'eccesso nella 17. ℞.
11398895 185373143	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 18. ℞.
79792266297612001	numeratore del rotto dell'eccesso nella 19. ℞.
558545864083284007	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 20. ℞.
3909821048582988049	numeratore del rotto dell'eccesso nella 21. ℞.
27368747340080916343	Mità del numeratore del rotto della scarsezza nella 22. ℞.
191581231380566414401	numeratore del rotto dell'eccesso nella 23. ℞.

Ma ancora con facilità ordinatamẽte potremo trouare i numeratori delli rotti de gl'eccesi, & delle scarsezze nelle radici dette, per ordine, operando, così. Preso il numeratore schisato del rotto primiero, che hora è 7. *(essendo il rotto schisato $\frac{7}{8}$, & il non schisato $\frac{1}{1}\frac{4}{6}$. & lo schisatore 2.)* egli si Moltiplichi in se stesso, cioè per 7. che produce 49. & questo prodotto 49. serue alla prima ℞, qual 49. si moltiplichi via l'istesso 7. & fà 343. & questo 343. si moltiplichi via l'istesso 7. che fà 2401. & questo si moltiplichi via l'istesso 7. & il prodotto dipoi si moltiplichi per l'istesso 7. & il prodotto ancora si moltiplichi per l'istesso 7. & così si vada continuãdo à formare tanti prodotti, quanto è il numero delle radici trouate, che hora essendo elle 23. doueremo formare 23. prodotti *(essendo 49. il primo)* Di questi prodotti il primo seruirà alla prima ℞, il secondo alla seconda, il terzo alla terza, il quarto alla quarta, & così per ordine, ciascun prodotto seguente seruirà alla ℞ seguente; ma con questa conditione, che nelle radici eccedenti il numero corrispondenteli sarà il vero numeratore del rotto dell'eccesso del quadrato della ℞, Ma nelle radici scarse, il numero corrispondẽteli sarà solo la mità del vero numeratore del rotto della scarsezza del quadrato della ℞; Onde per trouare il numeratore vero, conuerrà moltiplicare esso numero per il 2. con che si schisò il rotto primiero, & il prodotto sarà il numeratore vero, ò totale del rotto della scarsezza della ℞. Il denominatore poi del rotto dell'eccesso, ò della scarsezza in ciascuna ℞, sarà sempre il quadrato del denominatore del rotto della ℞ medesma, che allhora si considera.

numeratore del rotto totale 3073763825935885490683681
denominat. del rotto aggiũto 439109117990840784383383

9221291477807656472051043
101434206255884221192561473
24590110607487083925469448
24590110607487083925469448
9221291477807656472051043
21516346781551198434785767
258196161378614381217429204
258196161378614381217429204
304302618767652663577684419
27663874433422969416153129
359630367634498602409990677
3073763825935885490683681
119876789211499534136663559
10295055303743541962734724

nuouo numerat. del rotto tot. 1349717722518858936726804000421697765120685672823

numerat. del rotto aggiunto 365233780392518454118352
denominat. del rotto totale 3695489834122985502126240

2 3

2191402682355110724710112
8765610729420442898840448
4382805364710221449420224
730467560785036908236704
1826168901962592270591760
12783182313738145894142320
34697209137289253141243440
730467560785036908236704
4382805364710221449420224
8765610729420442898840448
3287104023532666087065168
29583936211793994783586512
17531221458840885797680896
34697209137289253141243440
13148416094130664348260672

nuouo numer. del rotto aggiũ. 1349717722518858936726804000394329017780604756480

Il rotto totale è maggiore del rotto aggiunto in $\frac{27668747340080916343}{439109117990840784383383}$ via $\frac{1}{3695489834122985502126240}$ che moltiplicato via il rotto totale $\frac{3073763825935885490683681}{3695489834122985502126240}$ 7 produce l'eccesso del quadrato della ℞. $\frac{191581231380566414401}{3695489834122985502126240}$. moltiplicato in se medesimo.

Et perche hora il rotto primiero non si è schisato *(essendo inschisabile)* occorrè, che li prodotti ordinatamente, che nascono dal moltiplicare il numeratore del rotto primiero, che è 7. in se stesso *(che fà 49. qual serue alla prima ℞)* & il prodotto per 7. & il prodotto per 7. & così seguendo, fin che li prodotti siano 11. come 11. sono le radici; occorre, dico, che ciascuno di questi prodotti è il vero numerat. del rotto dell'eccesso, ò della scarsezza della ℞ corrispondenteli.

Et se

Et se di 32. proposto diremo la ℞ eccedente essere $5\frac{7}{10}$. Volendo nel modo sopradetto trouarne vn'altra molto più propinqua, potremo dire ella essere

$5\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$. & $\frac{7}{10}$.

$\frac{70}{107}$

$\frac{749}{1140}$

$\frac{7980}{12149}$

$\frac{85043}{129470}$

$\frac{906290}{1379743}$

$\frac{9658201}{14703720}$

$\frac{102926040}{156695401}$

$\frac{1096867807}{1669880050}$

$\frac{11689160350}{17795668307}$

che è $5\frac{124569678149}{189645843420}$. Et è eccedente, per esser composta da numero disparo di rotti partiali, eguali ciascun d'essi al rotto primiero. Et l'eccesso del suo quadrato sopra al 32. proposto sarà $\frac{13841287201}{189645843420}$. moltiplicato in se stesso.

prima ℞ $5\frac{7}{10}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	49
2. ℞ $5\frac{70}{107}$	è scarsa, & il numeratote del rotto della scarsezza è	343
3. ℞ $5\frac{749}{1140}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	2401
4. ℞ $5\frac{7980}{12149}$	è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è	16807
5. ℞ $5\frac{85043}{129470}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	117649
6. ℞ $5\frac{906290}{1379743}$	è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è	823543
7. ℞ $5\frac{9658201}{14703720}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	5764801
8. ℞ $5\frac{102926040}{156695401}$	è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è	40353607
9. ℞ $5\frac{1096867807}{1669880050}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	282475249
10. ℞ $5\frac{11689160350}{17795668307}$	è scarsa, & il numeratore del rotto della scarsezza è	1977326743
11. ℞ $5\frac{124569678149}{189645843420}$	è eccedente, & il numeratore del rotto dell'eccesso è	13841387201

Li denominatori poi di questi rotti sono; del primo il quadrato del denominat. del rotto della prima ℞, cioè il quadrato di 10. che è 100. del secondo, il quadrato del denominat. del rotto della seconda ℞, & così de gl'altri è denominat. il quad. del denominat. del rotto della sua ℞.

Dalle

Dalle operationi superiori si comprende, che data vna quātità alla similitudine delle sopradette, & poniamo sia dato $4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{4}{6}$. & $\frac{4}{21}$. tale, che il denominatore 8. del primo rotto partiale sia doppio all'intiero 4. Et dicendosi, domando il quadrato d'essa quantità, egli sarà sempre il quadrato di 4. intiero, cioè 16. & 3. numeratore del primo rotto partiale di più, che fà 19. & poi tanto più, ò meno di 19. quanto importa à moltiplicare quello, in che il rotto totale *(cioè che comprende in se tutti li partiali)* supera, ò è superato dal rotto aggiunto *(cioè che comprende solo li rotti partiali, che sono doppo il rotto primiero partiale)* via esso rotto totale. Et se la quantità data fusse $4\frac{3}{9}$. &c. cioè che il denominatore del rotto partiale primiero fusse 1. più del doppio del 4. intiero, l'istesso auuerria, cioè il suo quadrato saria sempre il quadrato di 4. intiero, che è 16. & 3. numeratore del primo rotto partiale di più, che fà 19. & poi tanto meno di 19. quanto importasse à moltiplicare il rotto totale, via quello, in che esso rotto totale fusse superato dall'aggiunto. Che in questo caso essendo il rotto partiale primiero $\frac{3}{9}$. cioè il suo denominatore 9. formato da 1. più del doppio del 4. intiero, sappiamo, che solo esso 9 è troppo grāde, cioè che forma rotto più piccolo del douere, & che perciò il quadrato di $4\frac{3}{9}$. è minore di 19. onde aggrandendo esso 9. denominat. giongēdoli qualche cosa, tanto più piccolo, cioè tanto minore di $\frac{3}{9}$. douentaria il rotto, che si giongesse al 4. intiero, & però tanto minore di 19. saria il quadrato della quantità detta.

$4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{4}{6}$. & $\frac{4}{21}$.

rotto tot.	rotto aggiũ.
2667	564
7676	889
24003	30704
21936	429856
21336	4329264
2370963	

$\frac{2}{4}$. & $\frac{16}{43}$

$\frac{1}{2}\frac{8}{43}$

$\frac{6}{9}$. & $\frac{43}{94}$

$\frac{564}{889}$. è il rotto aggiunto.

$\frac{2667}{7676}$. è il rotto totale.

$4\frac{2667}{7676}$. è la quantità data.

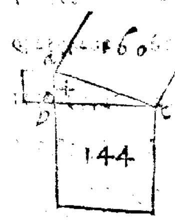
Il rotto tot. è minore dell'aggiūto in $\frac{1858301}{7676.\text{via } 889}$ & questo moltiplicato via il rotto tot. $\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{6}{7}\frac{7}{6}$. che è quanto à moltiplicare $\frac{2\ 6\ 6\ 7}{7\ 6\ 7\ 6}$. via $\frac{1858301}{7676.\text{via } 889}$ fà $\frac{5874903}{7676.\text{via } 7676}$ che è quello, in che al quadrato della quantità data $4\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{6}{7}\frac{7}{6}$. māca ad arriuare à 19. Et è mancamento, trouandosi il rotto totale essere minore dell'aggiunto.

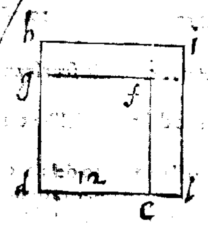
Che $4\frac{3}{8}$. & $\frac{6}{9}$. & $\frac{2}{4}$. & $\frac{4}{6}$. & $\frac{9}{21}$. non si possa, schifando li rotti partiali ridurre, ò dire essere quāto $4\frac{3}{8}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. cioè che li rotti partiali, eccetto l'vltimo, non si deuano schifare, si conosce anco di qui; che quando si schifassero, allhora il denominatore totale, che ne deriuasse, cioè 1588. saria necessariamente minore del 7676. & però douendosi ridurre il 7676. à 1588. cō

$4\frac{3}{8}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{2}$. & $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$.

saria $4\frac{5\ 5\ 5}{8\ 8}$. che nō è eguale à $\frac{2\ 6\ 6\ 7}{7\ 6\ 7\ 6}$. auerria, che il $\frac{2\ 6\ 6\ 7}{7\ 6\ 7\ 6}$. si potesse schifare, qual rotto si vede essere inschifabile.

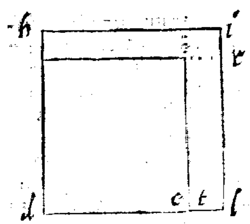
Et se vorremo Geometricamente considerare il modo di pigliare le radici propinque delli numeri, & applicarlo alla inuentione de' lati de' quadrati, & triangoli rettangoli; potremo supponere, che nel triangolo rettangolo a b c, il lato b c, sia 12. & l'a b, sia 4. Il quadrato di b c, sia d e f g, 144. & il quadrato di a b, sia equiualente, ò eguale allo gnomone g h i l e f 16. onde il quadrato d i, sarà eguale al quadrato del lato a c, che nel triangolo rettangolo a b c, si oppone all'angolo retto, & verrà ad essere 160. Nello gnomone sopradetto, che contiene li dui supplemēti h f, f l, & il quadrato f i, ciascuno delli dui supplemēti *(che sono fra loro eguali)* sarà manco della mità di 16. grandezza dello gnomone totale, cioè sarà manco d'8. però essendo il lato e f, del supplemento 12. l'altro lato e l, che con e f, fà angolo retto, verrà ad essere manco di $\frac{2}{3}$. che nasce à partire manco d'8. per 12. onde nel quadrato d i, essendo il suo lato d l, diuiso in d e, & e l, perche d e, è 12. & e l, è māco di $\frac{2}{3}$. sapremo, che detto lato non arriuarà à $12\frac{2}{3}$. & però medesmamente nel triāgolo rettangolo

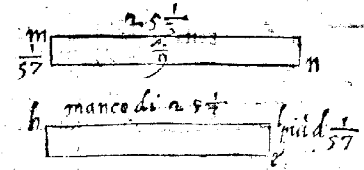




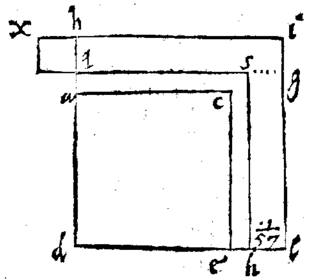
a b c, il lato a c, sarà manco di $12\frac{2}{3}$. cioè il quadrato di $12\frac{2}{3}$. superaria il quadrato d, i, 160. Et anco si conosce, che lo supera in tanto, quanto importa il quadrato, che hauesse per lato $\frac{2}{3}$. cioè lo supera in $\frac{4}{9}$. *(onde à moltiplicare $12\frac{2}{3}$. in se medesimo, faria $160\frac{4}{9}$.)* perche quando d l, fusse veramente, ò si facesse essere $12\frac{2}{3}$. cioè e l, fusse $\frac{2}{3}$. precise, allhora il supplemento f l, saria precise 8. dutto di f e, 12. in e l, $\frac{2}{3}$. & l'altro supplemento h f, à lui eguale, saria medesmamente 8. onde ambidui insieme sariano 16. che è à punto il quadrato di a b, & il quadretto f i, in che lo gnomone totale supera li dui supplementi, saria $\frac{4}{9}$. dutto di $\frac{2}{3}$. suo lato in se stesso, però in questo $\frac{4}{9}$. la gnomone totale superaria il quadrato di a b, & consequentemente nel medesmo $\frac{4}{9}$. saria superato il quadrato d'a c, dal quadrato di $12\frac{2}{3}$.

Et volendo noi andare inuestigando modo di trouare quantità, il quadrato della quale sia più vicino al vero 160. che non è il quadrato di $12\frac{2}{3}$. potremo imaginarci il quadrato di a c, 160. essere inserto, ò vnito in d, con il quadrato di d l, che è $160\frac{4}{9}$. ponendo d l, $12\frac{2}{3}$. onde lo gnomone h i l e c a, loro differenza, verrà ad essere $\frac{4}{9}$. hora supponiamo, che la parte a i, d'esso, che contiene vno delli dui supplementi, & il quadrato c i, fusse la mità di q̄sto $\frac{4}{9}$. cioè fusse $\frac{2}{9}$. onde essendo la lunghezza, ò l'vn lato h i, di detto rettangolo $12\frac{2}{3}$. l'altro lato, ò larghezza h a, saria $\frac{2}{9}$. esimo di $12\frac{2}{3}$. cioè saria $\frac{1}{57}$. & formādo il rettangolo m n; à questo finto $\frac{2}{9}$. doppio in grādezza, & in lunghezza, che haueria di superficie $\frac{4}{9}$. & la lunghezza saria il doppio di h i, cioè $25\frac{1}{3}$. egli verria ad hauere per larghezza il medesmo $\frac{1}{57}$. che nasce à partire $\frac{4}{9}$. per $25\frac{1}{3}$. Et ridotto il vero gnomone h i l e c a, à forma di rettangolo, accompagnando indiretto per il lungo il supplemento c l, al vero rettangolo a i, vnēdo il ponto i, con l'r, di modo, che la retta r l, sia indiretto con la h i, formando il rettangolo h e, egli hauerà per lunghezza la linea h l, che è minore del doppio di h i, poiche la parte r l, è minore, che la h i, però essendo questo rettāgolo h e, eguale, ma di minor lunghezza del rettangolo m n, qual rettangolo m n, si è posto anco esso essere $\frac{4}{9}$. ne seguirà, che detto rettangolo h e, sia di maggior larghezza, cioè che la l e, sia maggiore della m o, trouata $\frac{1}{57}$. onde se dalla l e, cominciando dal punto l, ne segaremo m o, ò vogliamo dire vna linea eguale alla m o, noi non arriuaremo al punto e, ma il punto del segamento restarà fra il punto e, & il punto l; ò vogliamo dire, se dalla linea l d, $12\frac{2}{3}$. ne segaremo $\frac{1}{57}$. il restante t d, $12\frac{37}{57}$. sarà più lungo, che non è la linea d e, & però il quadrato di t d, sarà maggiore del quadrato di d e, 160. ma più propinquo ad esso, che non era il quadrato di d l, che contiene in se il quadrato detto di d t. Perilche conosciamo, che partito il $\frac{4}{9}$. eccesso di $160\frac{4}{9}$. quadrato di h l, sopra al quadtato c d, per $25\frac{1}{3}$. doppio di $12\frac{2}{3}$. lunghezza, ò lato h i, & l'auuenimento cauato da esso $12\frac{2}{3}$. h i, ouero d l, conosciamo dico, che il restante $12\frac{37}{57}$. d t, sarà ℞ eccedente di 160. più propinqua del $12\frac{2}{3}$. Et per conoscere quanto è l'eccesso del quadrato di $12\frac{37}{57}$. d t, sopra à 160. quad. di d e, cōsideraremo, che il quad. di d t, è superato dal quadrato di d l, nella gnomone t l i h q s, quale è tanto manco del doppio del rettangolo t i, quanto importa il quadretto s i, che al rettangolo h s, giongendo vn quadretto eguale all's i, & sia il q x, allhora il rettangolo s x, saria eguale al t i. & però ciascuno d'essi saria la mità di $\frac{4}{9}$. qual mità è il dutto di t l, $\frac{1}{57}$. in $12\frac{2}{3}$. onde la somma loro, che è $\frac{4}{9}$. saria eguale allo gnomone e l i h a c, in che il quadrato di d l, supera il quadrato di d e; Se dunque così dalla somma de' dui rettangoli x s, & i t, come dallo gnomone e l i h a c, ne leuaremo lo gnomone t l i h q s, il restāte dall'vna parte, che è il quadrato q x, *(eguale al quadrato s i,)* sarà eguale al restante dall'altra, che è il gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il quadrato

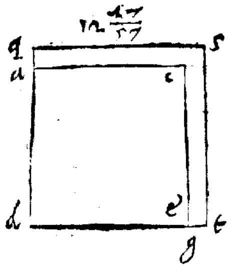


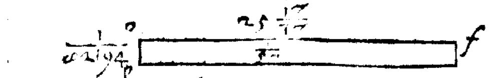


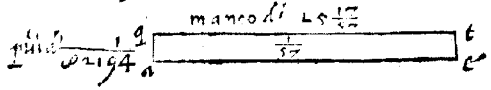
h i, $12\frac{2}{3}$.) $\frac{2}{9}$ ouero ne viene $\frac{1}{57}$



25 $\frac{17}{57}$
57
1442 ― 57 ― 1 ― 3249
1 ― 57
ne viene $\frac{1}{82194}$
Cauisi da 12 $\frac{37}{57}$
1442
37
53354
1
resta 12 $\frac{53353}{82194}$

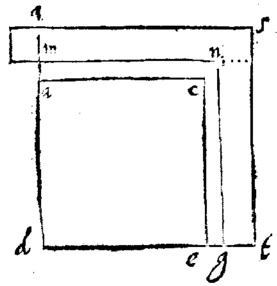






drato di d e, però concluderemo, che il quadrato di 12 $\frac{37}{57}$. d t, eccede il quadrato di d e, in quanto importa il quadrato di $\frac{1}{57}$. t l, quantità leuata dal 12 $\frac{37}{57}$. d l.

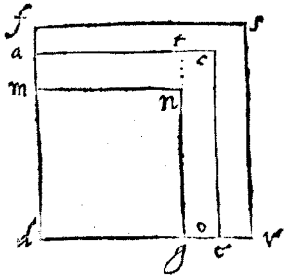
Et se anco vorremo trouare vn'altra ℞ di 160. più propinqua del 12 $\frac{37}{57}$. potremo nel medesmo modo, & imaginando similmente li rettangoli, & gnomoni necessarij, partire il quadr. di $\frac{1}{57}$. cioè $\frac{1}{3249}$. che è la quantità dello gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il 160. quadrato di d e, per 25 $\frac{17}{57}$. doppio del lato d t, ouero t s, che ne viene $\frac{1}{82194}$. & questo sarà minore di t e, differenza di d t, à d e, (perche formato il rettangolo p f, eguale in grandezza allo gnomone e t s q a c, ma di longhezza doppia alla d t, ò vogliamo dire t s, che perciò sarà largo $\frac{1}{82194}$. nato à partire $\frac{1}{3249}$. grandezza per 25 $\frac{17}{57}$. lūghezza; Et anco ridutto lo gnomone medesmo e t s q a c, in vn rettangolo, giongendo in diretto li dui rettāgoli partiali t c, & s a, che cōpongono esso gnomone, & siane formato il rettāgolo a t; questo sarà più corto, che il rettāgolo p f, poiche la parte q s è 12 $\frac{37}{57}$. eguale alla mità di o f, ma l'altra parte c e, che è māco di 12 $\frac{37}{57}$. è minore della restante mità di o f; essendo dunque il rettangolo a t, più corto, ma eguale in grandezza al rettangolo p f, egli per la 14. del sesto, & 14. del quinto, de gl Elementi d'Euclide, sarà più largo, che non è il rettangolo p f, cioè la linea q a, ouero t e, sarà più lunga della o p, ò vogliamo dire la o p, trouata $\frac{1}{82194}$. sarà più corta della t e,) però leuata da t d, ne restarà quantità maggiore della d e, perilche il quadrato d'essa quantità supera il quadrato di d e, & in tanto, quanto importa il quadr. d' $\frac{1}{82194}$. quātità leuata da t d, (perche essendo leuato o p, $\frac{1}{82194}$. da t d, 12 $\frac{37}{57}$. che restarà g d, 12 $\frac{53353}{82194}$. & formato sopra essa g d, il quadrato g d m n, egli sarà superato dal quadrato di d t, nel gnomone g t s q m n, quale è tanto māco del doppio

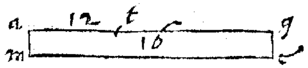


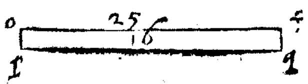
Quadrisi 12 $\frac{53353}{82194}$

53353	82194
82194	82194
1280472	328776
15	1561686
47562	164388
164388	657552
423164	6755853636
410970
575358
328776
160059
266765
1760649
266765
6755853637

Il ℞ è 160. & $\frac{1}{6755853636}$

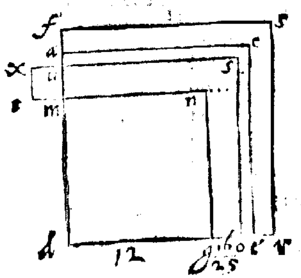






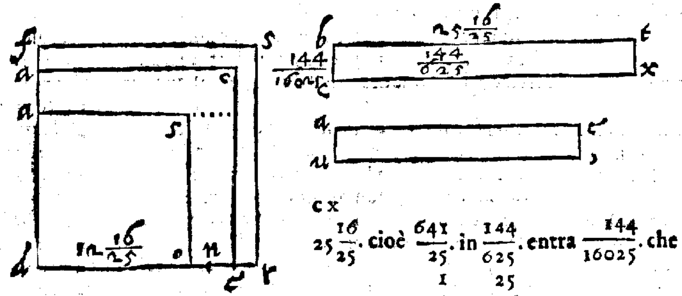
pio del rettangolo g s, quanto importa il quadrato n s, che al rettangolo n q, giongēdo vn quadrato eguale all'n s, & sia l'm x, allhora il rettangolo n x, saria eguale al g s & però ciascun di essi saria la mità di $\frac{1}{3249}$. qual mità è il dutto di g t, $\frac{1}{82194}$. in t s, 12 $\frac{37}{57}$. onde la somma loro, che è $\frac{1}{3249}$. saria eguale allo gnomone e t s q a c, in che il quadrato di d t, supera il quadrato di d e, però così dalla somma de' dui rettangoli x n, & s g, come dallo gnomone e t s q n c, leuando lo gnomone g t s q m n, il restante dall'vna parte, che è il quadrato m x, (*eguale all'n s, quadrato di t g,*) sarà eguale al restante dall'altra, che è lo gnomone e g n m a c, in che il quadrato di d g, supera il quadrato di d e,) onde la detta quantità restata sarà anco ella ℞ eccedente di 160. ma più propinqua, che non era la d t, 12 $\frac{37}{57}$. Et così potremo seguire à trouare quant'altre radici eccedenti più propinque vorremo.

Et se volessimo trouare la ℞ propinqua, ma non eccedente d'vn numero proposto, & sia hora del 160. sopradetto, cioè che essendo il quadrato a c e d, 160. si vogli trouare propinquamente non eccedendo il vero, quanto sarà il suo lato d e, Noi vnito nell'angolo d, esso quadrato, con dui quadrati ad esso propinqui, vno maggiore di lui, & l'altro minore, i lati delli quali siano noti, & portanno essere i numeri di questi lati, quelli dui numeri intieri prossimi, fra li quali si troua la linea d e, cioè 12. & 13. lati di 144. & 169. quadrati di numeri intieri prossimi, fra li quali si troua il 160. vedremo, che il quadrato a d e c, supera il quadrato minore m d g n, nello gnomone a c e g n m, il quale diuidendo nelli dui rettangoli a t n m, & t g e c, & vnite insieme le loro lunghezze in diretto, formando d'essi il solo rettangolo a m g e, egli hauerà per larghezza la g e, differenza di 12. d g, alla d e, vera ℞ di 160. & per lunghezza hauerà la linea a g, della quale la parte a t, sarà 12. eguale alla linea d g, & la parte t g, sarà manco di s r, ouero d r, 13. onde tutta la a g, sarà manco di 25. somma di d g, & d r. Et formando vn'altro rettangolo o p q f, eguale allo gnomone a m n g e c, cioè eguale al rettangolo m g, 16. che habbi per lunghezza la p q, 25. eguale alla somma di d g, & d r, questo rettangolo, che sarà più lungo del rettangolo m g, à lui eguale, verrà perciò ad essere manco largo del detto rettāgolo m g, onde la linea o p, $\frac{16}{25}$. sarà più certa della m a, ouero g e, & però essa o p, gionta in diretto alla d g, dalla parte di g, formando la d o, 12 $\frac{16}{25}$. questa d o, sarà più corta della d e, restando il punto o, fra il g, & l'e, onde il quadrato della d o, non arriuarà alla grandezza del quadrato di d e, cioè à 160. & perciò la d o, sarà ℞ scarsa di 160. perilche conosciamo, che partito il 16. eccesso del 160. sopra al 144. per 25. somma di 12. & 13. intieri prossimi, lati delli detti quadrati 144. & 169 minore, & maggiore, che inchiudono il 160. & l'auuenimento $\frac{16}{25}$. gionto à 12. numero, ò lato minore, la somma 12 $\frac{16}{25}$. sarà ℞ propinqua scarsa del 160. Et per trouare quanto è la scarsezza del quadrato di d o, cioè quanto li manca per arriuare à 160. consideraremo, che essendo il quadrato di d o, il d o s u, egli supera il quadrato di d g, 144. nella gnomone m u s o g n, & questo diuidasi nelli dui rettangoli o n, & s m, quali posti insieme in diretto, mediante le loro lunghezze, formandone vn rettangolo solo, egli sarà largo quanto il rettangolo superiore p q f o, cioè $\frac{16}{25}$. poiche la g o, & però la m u, è posta eguale alla o p, ma sarà più corto del detto rettāgolo p q f o, che hà la lunghezza composta da d g, 12, & d r, 13. che è quanto à dire da g n, & f s, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettangolo o n, la lunghezza è eguale alla g n, 12. dell'altra parte poi, cioè del rettangolo s m, la lunghezza s u, che è 12 $\frac{16}{25}$. non arriua alla lunghezza s f, che è 13. il che è quanto à dire la d o, 12 $\frac{16}{25}$. non arriua alla d r, 13. ma li manca quanto è la o r, cioè $\frac{9}{25}$. che è la differenza di g o, $\frac{16}{25}$. aggiunto al 12. numero intiero, ℞ minore adeprata di 160. à g r, in che d g, è differente da d r, 13. ℞ maggiore adeprata di 160. Onde se allungaremo la s u, fino in x, talmente, che s x, sia eguale alla s f, ouero d r, & che perciò la u x, sia eguale alla o r, & compiremo il rettangolo s t, egli sarà della lunghezza della d r, & però gionto in diretto con il rettangolo n o, formaria vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo p q f o, questo rettangolo dunque p q f o, & però il gnomone a m n g e c, 16. al quale fù posto eguale, verrà ad esser maggiore delli dui rettāgoli o n, & s m, cioè dello gnomone m u s o g n, in quanto importa il piccolo rettangolo m x, ma il medesmo gnomone a m n g e c, 16. è maggiore del detto gnomone m u s o g n, nel gnomone o e c a u s, in che il quadrato di d o, è superato dal quadrato di d e, & però il quadrato di d o, sarà minore del quadrato di d e, nell'istesso piccolo rettangolo m x, ò vogliamo dire il gnomone o e c a u s, eccesso di 160. quadrato di d e, sopra al qua-



al quadrato di d a, sarà eguale al piccolo rettangolo m x, ma questo è contenuto dalla linea g o, trouata $\frac{16}{25}$. & dalla o r, $\frac{9}{25}$. che è la differenza di g o, alla intiera g r; hor posta vna vnità, cioè 1. differenza delli lati delli quadrati adoprati, minore, & maggiore del dato 160. però la grandezza d'esso rettangolo m x. sarà $\frac{16}{25}$. via $\frac{9}{25}$. cioè $\frac{144}{625}$. & in tanto è scarso il quadrato di d o, però esso quadrato sarà solo $159\frac{481}{625}$. Dal che conosciamo, che in pratica per trouare la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa d'vn numero proposto, trouata col mezo di due, l'vna minore, & l'altra maggiore del douere, conuiene moltiplicare fra loro le due differenze, che sono da questa scarsa trouata, à ciascuna delle due minore, & maggiore adoprate, che il prodotto sarà la quantità della scarsezza, cioè quello, in che il quadrato della ℞ scarsa trouata è superato dalla quantità proposta da pigliarne la ℞.

Et per andare inuestigando modo di trouare quantità, il quadrato della quale sia più vicino al vero 160. *(non lo eccedendo però)* che non è il quadrato di $12\frac{16}{25}$. potremo imaginarci similmente, che il quadrato a d e c, 160. sia congiunto nell'angolo d, con il quadrato u d o s, mino-



c x

$25\frac{16}{25}$. cioè $\frac{641}{25}$. in $\frac{144}{625}$. entra $\frac{144}{16025}$. che è b c.

1 25

giongasi $\frac{144}{16025}$. à $12\frac{16}{25}$. d o.

25
641
10256
144

la somma è $12\frac{10400}{16025}$. cioè $12\frac{416}{641}$. che è d n.

Quadrisi $12\frac{416}{641}$

4992
9984
$15\frac{369}{641}$
236529
173056

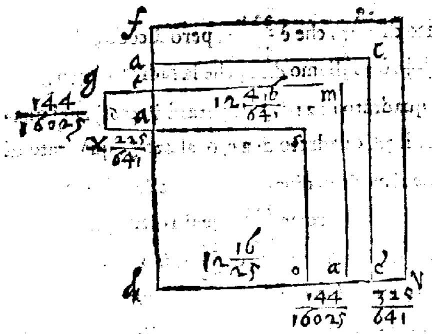
il quadrato è $159\frac{409585}{410881}$. che per arriuare à 160. vi manca $\frac{1296}{410881}$.

d o	d n	d r
$12\frac{16}{25}$	$12\frac{416}{641}$	13
differenza di d o, & d n.	differenza di d n, & d r.	
$\frac{144}{16025}$. via	$\frac{225}{641}$	

641

fà $\frac{1296}{410881}$. che è la scarsezza del quadr. di d n, per arriuare à 160.

re di lui in $\frac{144}{625}$. che hà per lato d o, $12\frac{16}{25}$. & con il quadrato f d r s, 169. maggior di lui, che hà per lato d r, 13. *(& se questo quadrato eccedesse in manco il quadrato 160. cioè il lato d r, fusse solo $12\frac{7}{8}$. ò $12\frac{3}{4}$. ò $12\frac{2}{3}$. ò $12\frac{5}{7}$. &c. tanto maggior propinquità si trouaria nella ℞, che si cerca)* & per trouare scarsamente propinquo al vero il numero di o e, per poterlo giungere alla d o, & formare ℞ scarsa più propinqua, fingeremo il rettangolo b c x t, eguale allo gnomone e c a u s o, $\frac{144}{625}$. in che il quadrato d c, 160. supera il quadrato o u, $159\frac{481}{625}$. la lunghezza c x, del quale sia $25\frac{16}{25}$. eguale alla somma delle due linee d o, & d r, lati delli dui quadrati detti *(minore, & maggiore del quadrato di d e,)* perilche la sua larghezza b c, verrà ad essere $\frac{144}{16025}$. *(che nasce à partire la grandezza $\frac{144}{625}$. per la lunghezza $25\frac{16}{25}$.)* Questa linea b c, ò vogliamo dire vna linea à lei eguale, gionta alla d o, verso o, in diretto, non peruerrà al punto e, ma restarà fra li punti o, & e, in n, formando la d n, minore della d e, perche la o n, è minore della o e, & lo conosceremo come di sopra, così. Fingasi lo gnomone e c a u s o, diuiso nelli dui rettangoli e s, &



e s, & u c, & questi gionti insieme con le sue lunghezze in diretto, formino il rettangolo a u o e, quale sarà eguale al rettangolo c t, posto anco egli eguale al medesmo gnomone e c a u s o, ma la lunghezza del rettangolo u e, non arriuarà alla lunghezza del c t, perche se bene la o s, $12\frac{16}{25}$. lunghezza partiale nel rettangolo u e, è eguale alla d o, lunghezza partiale del rettangolo c t, la restante a c, ignota nō arriua alla restāte lunghezza partiale f s, ouero d r, 13. nel rettangolo c t, perilche delli dui rettangoli c t, & u e, eguali, essendo la lūghezza c x, dell'vno maggiore della lunghezza n o, dell'altro, ne seguirà, per la 14. del sesto, & 14. del quinto libro de gl'Elementi d'Euclide, che anco la larghezza n u, dell'altro sia maggiore della larghezza b c, $\frac{144}{16025}$. dell'vno; & così essendo o e, eguale ad a u, & o n, $\frac{144}{16025}$. posta eguale alla b c, sapremo la o e, essere maggiore della o n, & però tutta la d n, $12\frac{416}{641}$. sarà minore della d e, perilche essa d n, sarà ℞ scarsa anco ella del 160 proposto, ma più propinqua della d o, cioè il quadrato di d n, non arriuarà di grandezza al quadrato di d e, ma se li approssimarà più che il quadrato di d o.

Et se vorremo trouare quanto è la scarsezza del quadrato di d n, cioè quanto li māca per arriuare à 160. noi pure, come di sopra si fece, consideraremo, che essendo il quadrato di d n, il d n m t, egli supera il quadrato di d o, $159\frac{481}{625}$. nello gnomone t m n o s u, & questo diuidasi nelli dui rettangoli n s, & m u, quali posti insieme in diretto, mediante le loro lunghezze formandone vn rettangolo solo, egli sarà largo quanto il rettāgolo superiore c t, cioè $\frac{144}{16025}$. poiche la o n, & però anco la u t, è posta eguale alla b c, ma sarà più corto del detto rettangolo c t, che hà la lunghezza composta da d o, $12\frac{16}{25}$. & d r, 13. il che è quanto à dire da o s, & f s, perche se bene dell'vna parte, cioè del rettangolo n s, la lunghezza è eguale ad o s, $12\frac{16}{25}$. dell'altra parte poi, cioè del rettangolo m u, la lunghezza m t, che è $12\frac{416}{641}$. nō arriua alla lunghezza s f, che è 13. il che è quanto à dire; la d n, $12\frac{416}{641}$. non arriua alla d r, 13. ma li manca tanto, quanto è la n r, cioè $\frac{225}{641}$. Onde se allungando la m t, fino in g, talmente, che m g, sia eguale alla s f, ouero d r, & che però la g t, sia eguale alla n r, compiremo il rettangolo m x, egli sarà della lunghezza della d r, & però gionto in diretto con il rettangolo s n, formaria vn rettangolo eguale in lunghezza, & in larghezza al rettangolo c t, questo rettangolo dunque c t, che fù posto eguale allo gnomone e c a u s o, verrà ad essere maggiore delli dui rettangoli n s, & m u, cioè dello gnomone o n m t u s, in quanto importa il rettangoletto u g, & però il quadrato di d n, sarà minore del quadrato di d e, nel medesmo rettangoletto u g, ma questo è, contenuto dalle due linee t g, *(eguale alla n r,)* & t u, *(eguale alla n o,)* però moltiplicando n o, $\frac{144}{16025}$. *(differenza di d n, ℞ scarsa hora trouato à d o, ℞ scarsa adoprata)* via n r, $\frac{225}{641}$. *(differenza della medesma d n, ℞ scarsa hora trouata à d r, ℞ eccedente adoprata)* il prodotto $\frac{1296}{410881}$. sarà la scarsezza del quadrato di d n, ℞ hora trouata, cioè quello, che li manca per arriuare al 160. proposto. Et così conosciamo con questo modo potersi trouare quant'altre ℞ scarse più propinque si vorranno; Cioè, Gionta la ℞ scarsa già trouata con vna propinqua eccedente, & con la somma partito la scarsezza del quadrato della trouata, & l'auuenimento gionto ad essa ℞ scarsa trouata, la somma sarà ℞ scarsa più propinqua; & la scarsezza del quadrato di questa sarà quel prodotto, che nasce à moltiplicare la differenza di questa alla scarsa adoprata, via la differenza di questa medesima alla ℞ eccedente adodrata; Et così mediāte questa ℞ scarsa nuoua, & con la eccedente, potremo trouarne vn'altra scarsa più propinqua, & poi con quella vn'altra più propinqua; & procedere auanti in trouarne quant'altre più propinque vorremo.

Sia hora, che habbiamo il triangolo rettangolo a c r, il lato c r, del quale sia $20\frac{1}{2}$. & il c a, 6. Il quadrato di c r, sia l'a g, $420\frac{1}{4}$. & il quadrato di c a, sia il gnomone n p x, 36. onde il quadrato t q, sarà eguale al quadrato di a r, lato del triangolo rettangolo opposto all'angolo c, retto, & saria $456\frac{1}{4}$. Ciascuno delli dui supplementi sarà manco di 18. mità dello gnomone *(perche il gnomone 36. oltre alli dui supplementi eguali fra loro, comprende di più il quadrato g p,)* & essendo la lunghezza g n, $20\frac{1}{2}$. la larghezza n t, sarà manco di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè di $\frac{36}{41}$. onde la linea a r, lato del quadrato a p, & però a r, sarà manco di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. che il quadrato di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{36}{41}$. è tanto più di più di $420\frac{1}{4}$. & 36. quanto importa il quadrato di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$, che è $\frac{324}{420\frac{1}{4}}$. però dicendo, che la r a, ò vogliamo dire a t, sia $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. cioè $21\frac{3}{8}\frac{1}{2}$. ò vogliamo dire, che la radice di $456\frac{1}{4}$. sia $21\frac{3}{8}\frac{1}{2}$. questo sarà più del douere, perche il quadrato di $21\frac{3}{8}\frac{1}{2}$. superarà il $456\frac{1}{4}$. nel quadrato di $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. che è $\frac{1\ 7\ 9\ 6}{7\ 9\ 8\ 41}$. Et se gionto il 36. quadrato di a c, 6. al $420\frac{1}{4}$. quadrato di c r, $20\frac{1}{2}$. che fà $456\frac{1}{4}$. & presane la ℞ eccedente al modo ordinario, diremo ella essere $21\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. il quadrato di questa superarà il $456\frac{1}{4}$. nel quadrato del rotto $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. qual rotto, perche è minore del rotto superiore già detto $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. *(che della radice detta $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. il $20\frac{1}{2}$. si piglia in vece d'intiero, ò per la prima parte della linea a t,)* ancora il suo quadrato sarà minore del quad. di $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. però il $21\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. sarà ℞ più propinqua, che il $20\frac{1}{2}$. & $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. ò vogliamo dire $21\frac{15\frac{1}{2}}{41}$. Et così pigliando la ℞, ò trouando la a r, in l'vno, ò in l'altro modo, quella sarà più propinqua, che in somma sarà minore, ouero *(che riesce l'istesso)* che hauerà rotto, ò seconda parte più piccola, che seconda parte in l'vn modo chiamiamo il $\frac{18}{20\frac{1}{2}}$. & nell'altro il $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. Onde se nel trouare la ℞ eccedente di $456\frac{1}{4}$. pigliaremo per prima parte $20\frac{3}{4}$. *(il quadrato di che è $430\frac{9}{16}$.)* & così auanzarà $21\frac{1}{4}\frac{1}{6}$. che sarà esimo del doppio di detto $20\frac{3}{4}$. prima parte, cioè di $41\frac{1}{2}$. & però haueremo per rotto, ò seconda parte $\frac{25\frac{1}{4}\frac{1}{6}}{41\frac{1}{2}}$. *(nel quadrato del quale il quadrato della somma di dette prima, & seconda parte eccederanno il $456\frac{1}{4}$.)* perche questo rotto *(& significa $\frac{4}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{4}$.)* è pur maggiore del $\frac{15\frac{1}{4}}{42}$. rotto accompagnato al 21. ne segue, che anco il $20\frac{3}{4}$. & $\frac{4}{6}\frac{1}{6}\frac{1}{4}$. cioè $21\frac{2}{6}\frac{4}{6}\frac{5}{4}$. sia manco propinquo al vero, che il $21\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. *(& $\frac{2}{6}\frac{4}{6}\frac{5}{4}$. è ben maggiore di $\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$.)* & così se non passiamo il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, che siano minori di 21. haueranno per rotto, ò seconda parte, quantità maggiore di $\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. però saranno manco propinque, che il $21\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. ma passando il 21. tutte le quantità, che pigliaremo per prima parte, maggiori di 21. verranno ad hauere per rotto, ò seconda parte quātità minore di $\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. *(poiche il numeratore d'essi, ò auanzo del $456\frac{1}{4}$. sarà minore di $15\frac{1}{4}$. & il denominatore (doppio della prima parte posta più di 21.) sarà maggiore di 42.)* onde elle saranno più propinque al vero, che il $21\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. Che pigliando per prima parte poniamo $21\frac{1}{4}$. *(il quadrato di che è $451\frac{9}{16}$.)* la seconda parte sarà $\frac{4\frac{1}{4}\frac{1}{6}}{42\frac{1}{2}}$. cioè $\frac{5}{6}\frac{7}{8}\frac{5}{6}$. che è $\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. rotto minore di $\frac{2}{7}\frac{6}{6}\frac{1}{8}$. il quadrato del quale $\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. è $\frac{2\ 2\ 5}{1\ 8\ 4\ 9\ 6}$. & in questo $\frac{2\ 2\ 5}{1\ 8\ 4\ 9\ 6}$. il $21\frac{1}{4}$. & $\frac{2}{7}\frac{1}{3}\frac{5}{6}$. cioè $21\frac{2}{7}\frac{4}{4}\frac{9}{6}$. con il suo quadrato supera il $456\frac{1}{4}$.

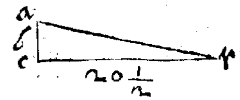
Di quì conosciamo, che nel triāgolo rettangolo a c r, detto, per trouare la lunghezza di a r, noi senza trouare ambidui i quadrati di c r, & di a c, potiamo partire il quadrato di a c, minore, cioè 36. per il doppio del lato maggiore, cioè per 41. & ne viene $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. & questa è la quātità prossima al vero, ma sopraabbondante, in che a r, per lunghezza supera c r, onde à c r, $20\frac{1}{2}$. gionto $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. che farà $21\frac{3}{8}\frac{1}{2}$. questa potremo dire essere la lunghezza prossima sopraabbondante di a r; che il quadrato di questo $21\frac{3}{8}\frac{1}{2}$. superarà il vero quadrato di a r, nel quadrato del $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. aggiunto, cioè in $\frac{1\ 2\ 9\ 6}{1\ 6\ 8\ 1}$. Et così auuerrà ne gl'altri simili.

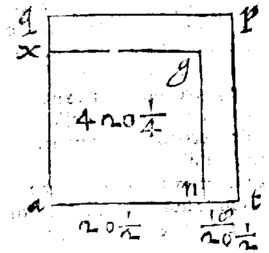
Et se supposto l'istesso triangolo rettangolo a c r, vorremo trouare la lunghezza di a r, ma che non superi il vero; partiremo il 36. quadrato di a c, per il doppio più 1. di $20\frac{1}{2}$. cioè per 42. & ne viene $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. cioè $\frac{6}{7}$. & questo sarà scarsamente quello, in che la lunghezza di a r, supera la c r, Et lo scarseggiamento si trouarà à moltiplicare 6. numeratore del $\frac{6}{7}$. via 1. differenza d'esso 6. numeratore al 7. denominatore, che fà 6. per numeratore del rotto dello scarseggiamento, essendo denominatore 49. quadrato del 7. denominatore, però esso scarseggiamento farà $\frac{6}{4\ 9}$. Onde dicendo a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{6}{7}$. cioè $21\frac{5}{7}\frac{5}{4}$. questo hauerà il suo quadrato minore del vero $456\frac{1}{4}$. in $\frac{6}{4\ 9}$. però $21\frac{5}{7}\frac{5}{4}$. moltiplicato in se stesso, deue fare solo $456\frac{2}{7}\frac{5}{4}\frac{5}{6}$. come realmente fà; La causa è, che se all'altro modo superando il vero, si disse à r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. che superaua il vero nel quadrato di $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. *(essendo che il solo doppio di $20\frac{1}{2}$. via $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. fà il 36. che bisogna)* hora dicēdosi a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. cōsideraremo, che à moltiplicare $20\frac{1}{2}$.

due volte,

due volte via $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. ò vogliamo dire à moltiplicare 41. via $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. non produrrà, ò farà 36. come fà à moltiplicare 41. via $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. anzi, perche 42. denominatore del rotto minore $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. è maggiore di 41. denominatore del rotto maggiore $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$ in vna vnità, auuerrà, che à moltiplicare $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. per 41. farà tanto manco, che à moltiplicare $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. via il medesmo 41. in quāto importa il prodotto d'1. *(differenza di 41. à 42. denominatori detti)* via 36. qual prodotto è 36. & sono 42. esimi; Che à moltiplicare $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. per 42. faria 36. *(come anco fa similmente 36. à moltiplicare $\frac{3}{4}\frac{6}{7}$. per 41.)* ma à moltiplicare esso $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. solo per 41. che è 1. volta manco del 42. farà ancora manco 1. volta il $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. cioè farà 36. manco $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. Et perche il quadrato di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. consta non solo del quadrato di $20\frac{1}{2}$. & delli dui rettangoli di $20\frac{1}{2}$. via $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. ma anco del quadrato di $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. cōsideraremo, che il quadrato di detto $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. rotto simplice, cioè che veramente non arriua alla vnità, non può essere eguale, ò maggiore ad esso $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. *(che manca al $156\frac{1}{4}$.)* ma è sempre minore *(che il quadrato d'vn rotto simplice, ò vogliamo dire, che sia minore della vnità, è sempre minore dell'istesso rotto)* poiche à moltiplicare $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. via $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. fà $\frac{2}{7}\frac{9}{6}\frac{6}{4}$. & li $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. ridotti à 1764. esimi, sono *(36. via 42. fà)* 1512. 1764. esimi, & il 1512. che deriua da 36. via 42. è maggiore, che il 1296. qual deriua da 36. via solo 36. Et perche questo solo 36. è minore del 42. in 6. il 1296. sarà minore del 1512. in 6. volte 36. cioè in 216. che sono 1764. esimi, & però conosciamo, che nel $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. cauato 36. numeratore da 42. denominatore, & con il 6. restante, ò differenza loro, moltiplicato il 36. numeratore, ne nasce il 216. numeratore, & moltiplicato il 42. denominatore in se medesimo, ne nasce il 1764. denominatore, che formano $\frac{2}{7}\frac{1}{7}\frac{6}{6}\frac{6}{4}$. cioè $\frac{6}{4\ 9}$. & questo è quello, in che la somma delli dui rettangoli di $20\frac{1}{2}$. via $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. gionti al quadrato del $\frac{3}{4}\frac{6}{2}$. manca ad arriuare à 36, in che il quadrato di a r, supera il quadrato di c r; però dicendo, che a r, sia $20\frac{1}{2}$. & $\frac{6}{7}$. cioè $21\frac{5}{7}\frac{5}{4}$. questo $21\frac{5}{7}\frac{5}{4}$. è manco del douere, & il suo quadrato è minore del quadrato di a r, in $\frac{6}{4\ 9}$. Tutto questo auuiene, quando il rotto, ò seconda parte, che trouiamo partendo il quadrato di a c, per il doppio, & 1. più di c r, non arriua ad 1. che quando egli arriuasse precise ad 1. *(essendo poniamo a c, la ℞ di 42. & però il suo quadrato 42. che con il quadrato di c r, faria $462\frac{1}{4}$. del quale la ℞ è precise $21\frac{1}{2}$.)* allhora dicendo a r, essere $20\frac{1}{2}$. & 1. cioè $21\frac{1}{2}$. questo saria la vera quantità di a r, cioè non scarseggiaria punto *(& ben segue la regola ancor questo, che in $\frac{4}{4}\frac{2}{2}$. cauato il numeratore dal denominatore, resta 0. quale moltiplicato per 42. numeratore, fà 0. per numeratore, essendo denominatore 1764. quadrato di 42. denominatore, onde haueressimo $\frac{0}{1\ 7\ 6\ 4}$. per scarseggiamento, cioè niente)* Et quando essa quātità, chiamata seconda parte, passasse 1. allhora il composto d'essa, & della prima parte non scarseggiaria dal vero, ma anzi saria maggiore del vero, come auuerria ponendo a c, 10. che il suo quadrato saria 100. quale partito per il doppio più 1. di c r, cioè per 42. ne viene $\frac{2\frac{1}{4}\frac{8}{2}}{}$. onde dicendo a r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{2\ 1\ 6}{4\ 2}$. cioè $22\frac{8}{4}\frac{7}{2}$. questo non scarseggiaria dalla vera quantità di a r, anzi il quadrato d'esso $22\frac{8}{4}\frac{7}{2}$. saria maggiore del quadrato di a r, cioè di $520\frac{1}{4}$. in $3\frac{5}{7}\frac{2}{6}\frac{8}{4}$. che ancor questo $3\frac{5}{7}\frac{2}{6}\frac{8}{4}$. quale hora è superamento, si trouaria pure mediante la regola detta, che è moltiplicando 58. differenza del 100. numeratore al 42. denominatore nel $\frac{2}{4}\frac{9}{2}$. via 100. numeratore, che faria 5800. per numeratore, essendo denominatore il quadrato di 42. denominatore, & però haueressimo $\frac{5\ 8\ 0\ 0}{1\ 7\ 6\ 4}$. cioè $3\frac{5}{7}\frac{2}{6}\frac{8}{4}$. che è quello, in che il quadrato di $22\frac{8}{4}\frac{7}{2}$. supera hora il vero quadrato di a r.

Et se adoprando la regola, ò modo, che per sua natura sopraabbonda al vero, partēdo 100. quadrato di a c, posta 10. per il doppio solo di c r, cioè per 41. che ne verria $\frac{2\ 1\ 8}{4\ 1}$. quale gionto à $20\frac{1}{2}$. faria $22\frac{7}{8}\frac{7}{2}$. questo secondo il solito haueria il suo quadrato maggiore del vero quadrato di a r, nel quadrato di $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 1}$. cioè in $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{1\ 6\ 8\ 1}$. Et se l'a c, si ponesse 12.





Et così nel medesmo triangolo rettangolo a c r, essendo pure c r, $20\frac{1}{2}$. volendo trouare quanto saria più lungo l'a r, del c r, vsando la regola, che per sua natura è sopraabbondante al vero, nel modo sopradetto partiressimo 144. quadrato di a c, per 41. doppio di c r, che ne verria $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 1}$. & questo gionto à c r, $20\frac{1}{2}$. faria $20\frac{1}{2}$. & $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 1}$. cioè $24\frac{2}{4}\frac{1}{2}$. che si diria essere a r, ma eccedente il vero, perche il quadrato d'esso $24\frac{2}{4}\frac{1}{2}$. eccederia il vero quadrato di c r, in $12\frac{5\ 6\ 4}{1\ 6\ 8\ 1}$. quadrato del $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 1}$. in che si diria a r, essere più lunga di c r. Ma se adoprando l'altro modo, ò regola partissimo il 144. quadrato di a c, per 1. più del doppio

pio

pio di c r, cioè per 42. che ne verria $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. & dicessimo in questo $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. essere c r, più lunga di a c, cioè c r, essere $20\frac{1}{2}$. & $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. che significa $23\frac{3}{4}$. potressimo dire questo $23\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. essere la lunghezza scarsa di a r, se il rotto $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. trouato fusse stato minore d'1. intiero; ma perche egli è maggiore d'1. intiero, auuiene, come s'è detto, che ancora questo $20\frac{1}{2}$. & $\frac{4\ 4}{4\ 2}$. ò vogliamo dire $23\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. sia quantità maggiore del vero, il quadrato della quale superi il vero quadrato di a r, in quanto importa, ò nasce à moltiplicare esso $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. via $\frac{1\ 0\ 2}{4\ 2}$. in che egli supera la intiera vnità; Onde si può dire per regola, che in questo modo, quando il rotto, ò seconda quantità è minore d'1. intiero, allhora tutta la somma sarà minore del vero; Quando essa seconda quantità sarà precise 1. intiero, allhora tutta la somma sarà precise il vero *(come auuerria se il quadrato del lato a c, fusse 42. come ancora poco di sopra si disse, & però essendo c r, $20\frac{1}{2}$. la a r, verria ad essere con questo modo $20\frac{1}{2}$. & $\frac{4\ 2}{4\ 2}$. cioè $20\frac{1}{2}$. & 1. che fà $21\frac{1}{2}$. quale è precise la lunghezza del lato a r.)* Et quando essa seconda quantità superarà, ò sarà più d'1. vnità intiera, allhora tutta la somma sarà maggiore del vero. Et sappiasi, che potressimo bene anco dire, generalmente parlando. Sia la seconda quantità quello, che si vogli, il quadrato della somma totale d'essa seconda quantità gionta con la prima, sarà minore del vero in tanto, quanto nasce à moltiplicare essa seconda quantità, via quello, in che ella è minore d'vna vnità intiera, ò vogliamo dire in tanto, quanto nasce à moltiplicare essa seconda quantità per quello, che resta à cauare essa seconda quantità da vna vnità intiera, cioè da 1. Onde hora essendo la seconda quantità $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. ella è minore d'1. intiero, in meno $\frac{1\ 0\ 2}{4\ 2}$. ò vogliamo dire à cauare essa seconda quãtità $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. da 1. intiero resta m̃ $\frac{1\ 0\ 2}{4\ 2}$. & con questo m̃ $\frac{1\ 0\ 2}{4\ 2}$. moltiplicato essa secõda quãtità $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. produce m̃ $\frac{1\ 4\ 6}{1\ 7}\frac{8\ 8}{6\ 4}$. *(che à moltiplicare m̃, via più, fà m̃,)* però diremo il quadrato di $20\frac{1}{2}$. & $\frac{1\ 4\ 4}{4\ 2}$. sõma totale; ò vogliamo dire il quadrato di $23\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. essere manco del vero $564\frac{1}{4}$. tãto, quanto importa m̃ $\frac{1\ 4\ 6\ 8\ 8}{7\ 6\ 4}$. onde giunto questo m̃ $\frac{1\ 4\ 6\ 8\ 8}{1\ 7\ 6\ 4}$. *(che li manca)* al quadrato di detto $23\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. che è $572\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{3}{6}$. se ne formarà il vero quadrato, cioè $564\frac{1}{4}$. Et bene è vero, che à sommare m̃ $\frac{1\ 4\ 6\ 8\ 8}{1\ 7\ 6\ 4}$. con $572\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{3}{6}$. *che è quanto à cauare* $\frac{1\ 4\ 6\ 8\ 8}{1\ 7\ 6\ 4}$. *da* $572\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{3}{6}$. *perche a sommare m̃ con più, si sottrà il minor numero dal maggiore, & il restante, che hà la denominatione del maggior num. viene ad essere la somma cercata)* fà à punto $564\frac{1}{4}$. come è noto à gl'intẽdenti d'Algebra.

Moltiplichisi $23\frac{13}{14}$

via $23\frac{13}{14}$

138

$19\frac{5}{7}$ $\frac{1\ 6\ 9}{1\ 9\ 6}$

23

529

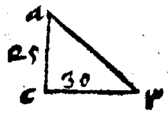
fà $572\frac{1\ 1\ 3}{1\ 9\ 6}$. che è maggiore di $564\frac{1}{4}$. in $8\frac{6\ 4}{1\ 9\ 6}$

Per li dui rettangoli, ò moltiplicationi di 23. via $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. si può moltiplicare in vna sol volta il doppio di 23. cioè 46. via 13. 14. esimi, che faria 598. 14. esimi, cioè $42\frac{1}{1}\frac{0}{4}$. Ouero *(che hora è più commodo)* il doppio di $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. che è $\frac{1\ 3}{7}$. cioè $1\frac{6}{7}$. via 23. che quãto al 6. settimi via 23. fà 138. settimi, cioè $19\frac{5}{7}$. & l'1. intiero via 23. fà 23. che essi $19\frac{5}{7}$. 23. & 529. prodotto di $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. via $\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. fà $572\frac{1\ 3}{1\ 9\ 6}$. che è il quadrato di $23\frac{1}{1}\frac{3}{4}$. Et per sommare $\frac{5}{7}$. con $\frac{1\ 6\ 9}{1\ 9\ 6}$. si è detto, al $\frac{5}{7}$. per arriuare ad 1. intiero, manca $\frac{2}{7}$. questi $\frac{2}{7}$. si possono cauare dal $\frac{1\ 6\ 9}{1\ 9\ 6}$. che $\frac{1}{7}$. è 28. 196. esimi, & li 2. settimi ne sono 56. che cauato da 169. resta 113. però la somma di $\frac{5}{7}$. & $\frac{1\ 6\ 9}{1\ 9\ 6}$. sarà 1. & $\frac{1\ 1\ 3}{1\ 9\ 6}$.

Et notisi, che quando c r, fusse 10. & il quadrato di a c, fusse 44. & però il quadrato d'a r, 144. & la lunghezza d'essa a r, 12. precise, Noi partendo il 44. quadrato di a c, per 20. doppio di c r, che ne verria $2\frac{1}{5}$. quale gionto à 10. faria $12\frac{1}{5}$. questo $12\frac{1}{5}$. superaria, come s'è detto, il 144. vero quadrato di c r, nel quadrato del $2\frac{1}{5}$. cioè in $4\frac{2}{2}\frac{1}{5}$. che $12\frac{1}{5}$. via $12\frac{1}{5}$. fà $148\frac{2}{2}\frac{1}{5}$. Onde così non conosceressimo il 144. essere numero quadrato, come veramente è, Ne meno similmente conosceressimo detto 144. essere numero quadrato, partẽdo il 44. quadrato di a c, per 21. che è il doppio più 1. di c r, posto 10. & ne verria $\frac{4\ 4}{2\ 1}$. quale con il 10. faria $12\frac{2}{2\ 1}$. però dicendo a r, essere $12\frac{2}{2\ 1}$. questo saria più del vero, come s'è auuertito, essendo $\frac{4\ 4}{2\ 1}$. detto, maggiore d'vn'intiero; & il quadrato di questo $12\frac{2}{2\ 1}$. superaria il vero 144 in $\frac{1\ 0\ 2}{4\ 4\ 1}$. che nasce à moltiplicare $\frac{4\ 4}{2\ 1}$. trouato, via $\frac{2\ 3}{2\ 1}$. in che egli è maggiore d'1. intiero $\frac{2\ 1}{2\ 1}$.

Et accioche nel triangolo rettangolo, essendo i dui lati, che formano l'angolo retto, come si voglino, si possa senza cercare i quadrati d'ambidui, & poi la ℞ della sõma trouare la lunghezza del lato opposto all'angolo retto; Sappiasi, che hauendo vn numero poniamo 30. per il lato c r, à volere, che a r, sia 1. di più, cioè sia 31. bisogna, che il quadrato di a c, sia due volte 30. & il quadrato dell'1. più detto, cioè 1. che fà 61. in tutto di più, perche il quadrato di 31. è maggiore del quadrato di 30. nel prodotto della somma di 30. & 31. detti, moltiplicata per 1. loro differenza, che è quanto 2. via 30. & 1. via 1. Et à volere, che a r, sia 2. di più, cioè sia 32. bisogna,

sogna, che il quadrato di a c, sia 4. volte 50. ò vogliamo dire due volte 60. doppio di 30. & 4. quadrato del 2. detto di più, che bisogna, che il quadrato d'a c, sia 124. di più di 900. quadrato di c r, Et accioche a r, sia 3. di più di c r, cioè sia 33 conuiene, che il quadrato di a c, sia 3. volte 60. doppio di 30. & 9. quadrato di 3. che in tutto fà 189 di più. Et accioche a r, sia 4. di più, cioè sia 34. conuiene, che il quadrato di a c, sia 4. volte 60. *(doppio di 30.)* & 16. *(quadrato di 4.)* di più, Et accioche a r, sia 5. di più, cioè sia 35. conuiene, che il quadrato di a c, sia 5. volte 60. *(doppio di 30. c r,)* & 25. *(quadrato di 5.)* di più, & così de gl'altri; però conuersamente, mentre che c r, si pone 30. sapendo a c, essere 25. per trouare quanto più di 30. sarà a r, diremo; il quadrato di 25. è 625. quale conuien partire per il doppio di 30. ouero vedere quãte volte v'entra il semplice 30. & basta per numero paro di volte, con conditione, che dal restante della partitione si possa cauare il quadrato della mità del numero delle volte, che il 30. si dirà entrare nel 625. & allhora essa mità del numero delle volte dette sarà quello, in che a r, è maggiore di c r, & il restante fino al 625. posto sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto postoui per denominatore il doppio del numero totale trouato per a r, mostrarà il rotto, quale insieme con il numero trouato per a r, formarà la lunghezza di a r, ma sopraabbondantemente, poiche il quadrato di questa somma trouata per a r, superarà il vero quadrato di a r, nel quadrato del rotto detto; Che se il denominatore d'esso rotto si formasse da 1. più del doppio del numero trouato per a r, allhora esso rotto, insieme con detto numero trouato, componeria la lunghezza di a r, scarsamente, perche al quadrato di questa somma, per arriuare al vero quadrato di a r, mancaria tãto, quanto importa à moltiplicare il rotto detto, via la differenza, che è da esso rotto ad 1. intiero.



Hora dunque, che il quadrato di a c, è 625. lo partiremo per 30. c r, cioè vedremo quãte volte 30. entra in 625. *(ma basta per numero di volte paro)* che vi entra 20. volte, & resta 25. ma la mità di 20. è 10 & il suo quadrato è 100. che supera il 25. restato, però 10. è troppo, cioè a r, non può arriuare ad essere 10. più che c r, perilche poneremo 9. che 9. via 60 doppio di 30. ouero 18. via 30 fa 540. & 81. quadrato di 9. fà 621. quale si può cauare dal 625. *(però 9 è buono)* & resta 4 per numeratore d'vn rotto, essendo denominatore, ò il doppio di 30. & 9 cioè di 39. intiero di a r, ouero 1. più d'esso doppio; onde in l'vn modo diremo a r, essere quasi $39\frac{4}{7\ 8}$. *(& questo hauerà il suo quadrato maggiore del vero quadrato di a r, in* $\frac{1\ 6}{1\ 5\ 2\ 1}$*. quadr. del rotto* $\frac{4}{7\ 8}$*.)* ma in l'altro modo diremo a r, essere alquanto più di $39\frac{4}{7\ 9}$. *(& questo hauerà il suo quadrato minore del vero quadrato di a r, in* $\frac{3\ 0\ 0}{6\ 2\ 4\ 1}$*. che nasce à moltiplicare esso rotto* $\frac{4}{7\ 9}$*. via* $\frac{7\ 5}{7\ 9}$*. in che esso rotto è differente da 1. intiero)* Et il medesmo occorre ne gl'altri.

12769

Et se c r, sia 197. & a c, 113. il quadrato di 113. sarà 12769. nel quale il 197. cioè quasi 2. centonari, in circa 127. centonari entrarà circa à 62. volte, che la mità saria 31. per il numero cercato, da giongere al c r, per formare l'intiero di a r, ma il quadrato di questo 31. è 961. quale gionto à 62. volte 197. vediamo, che superaria il 12769. perilche 31. è troppo; poneremo dunque, che il numero cercato sia 30. il suo quadrato è 900. & 60. volte 197. fà 11820. che con 900. fà 12720. quale non eccede il 12769 però 30. è il numero cercato, da giongere à 197. & fà 227. per l'intiero di a r, che il rotto lo formaremo, ponendo 49. restante da 12720. à 12769. sopra ad vna righetta per numeratore, & di sotto per denominatore ponendoui il doppio di 227. che è 454. ouero 1. più, che fà 455. formando $\frac{4\ 9}{4\ 5\ 4}$. che è alquanto più del douere, Ouero formando $\frac{4\ 9}{4\ 5\ 5}$. che è alquanto manco del douere.

Et se nel Triangolo rettangolo a c r, ci fusse noto il lato a r, opposto all'angolo retto, & il c r, vno de gl'altri dui, che contengono l'angolo retto, & si volesse trouare l'altro lato a c; Per cauare il quadrato di c r, dal quadrato di a r, senza trouare essi quadrati, bastarà moltiplicare la somma di c r, & a r, via la differenza loro; & il prodotto sarà il restante cercato, che è il quadrato di a c, però la ℞ quadrata d'esso sarà la lũghezza di a c; Ouero *(che risulta l'istesso)* Moltiplicaremo la differenza di c r, à d a r, in se medesima, & per il doppio di c r, & gionti i prodotti insieme, la somma sarà la differenza delli quadrati di c r, & a r, cioè sarà il quadrato di c a; Hora dunque diremo, la differenza di 25. à 32. è 7. il suo quadrato è 49 che gionto à 7. volte 50. doppio di c r, minore, cioè à 350. fà 399 & questo è il quadrato di c a, la sua ℞ è quasi 20. ò poco più di $19\frac{1}{1}\frac{4}{9}$. & questa è la lunghezza di a c.

Regole di Pratica, che si applicano alli Quadrati ; Et seruiranno alli Sergenti, quali à mente vogliono formare ordinanze quadre di gente, ò sminuirle, ò accrescerle di numero di Fanti.

VOLENDOSI pigliare la ℞ delli numeri à mente, per formare ordinanze quadre di gente, potremo fare come segue; Sia che si habbino 12680. fanti da ordinare in forma quadra di gente; Onde per pigliare la ℞ di questo 12680. à mente, potremo dire. Questo numero contiene 126. centonara, & la ℞ di 126. è 11. *(che sono 11. decine, cioè 110. fanti per ciascun lato dell'ordinanza)* & auanza 5. centonara, che con l'80. che segue nel 12680. fà 580. fanti; Et per trouare quante file di più, oltre alle 110. dette, se ne possano fare; diremo à mente, 1. volta il doppio di 110. è 220. & questi con il quadrato d'1. detto *(che fà 221.)* formaria vna fila, ma perche li fanti 580. sono molto più, diremo 2. volte 220. doppio del 110. fà 440. & il quadrato di questo 2. è 4. che gionto ad esso 440. fà 444. & però fanti 444. formariano 2. file di più; & da 444. fino à 580. auanzano 136. fanti, che non bastano à fare vna fila per ogni lato di più, essendo manco di 220. & della differenza, che saria dal quadrato di 2. al quadrato di 3. qual differenza è 5. *(somma d'essi 2. & 3.)* & con il 220. faria 225. & però non 136. fanti, ma 225. bisognariano à poter fare in tutto 3. file di più, per ciascuno lato, cioè per fronte, & per fianco. Onde, perche 110. & 2. di più fà 112. diremo, che si faranno 112. file à 112. fanti per fila, & auanzaranno 136. fanti. Di questi 136. fanti si potria ponere 1. fila di più, ma solo per fronte, ò solo per fianco, dicendo, che la fronte fusse 113. & il fianco 112. Ouero la fronte 112. & il fianco 113. Et così auanzariano 24. fanti, differenza di 112. à 136.

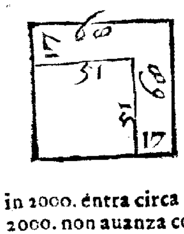
Et hauendo fanti 12000. da ridurre in ordinãza quadra di gente, diremo; Questi sono 120. centonari, che la ℞ è 10. decine, & auanzano 20. centonari, cioè 2000. onde fino ad hora si fanno 100. file à 100. per fila, & habbiamo 2000. fanti ancora, che per vedere quante file di più se ne possono cauare, diremo 1. volta il doppio di 100. è 200. & 2. volte è 400. & 3. volte è 600. & 4. volte è 800. 5. volte è 1000. 6. volte è 1200. 7. volte è 1400. 8. volte è 1600. 9. volte è 1800. & il quadrato di questo 9. è 81. onde dal 2000. cauato il 1800. che resta 200. & da questo cauato ancora l'81. resta 119. fanti; perilche haueremo 9. file di più, & però in tutto file 109. à 109. fanti per fila, & ancora auanzaranno fanti 119. Ma più breuemente; Veggasi quanti fanti importaria l'ordinanza di decine 10. & mezo, cioè di fanti 105. per fila, moltiplicando 10. decine, & mezo in se stesso; il che facilmẽte si fà così. Dicasi 10. via 10. fà 100. & à questo si gionga il medesmo 10. che fà 110. & sono centonari, alli quali si gionga sempre il quadrato di meza decina, che è vn quarto di centonaro; ò vogliamo dire il quadrato di 5. che è 25. & fà 110. centonari, & 25. cioè 110. accompagnatoli da man destra 25. che forma 11025. & però le 105. file importano 11025. fanti, che fino à 12000. resta 975; hora per vedere quante file di più delle 105. si faranno per causa delli 975. fanti, diremo 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 105. cioè 210. *(& 1. di più)* le 2. file, 2. volte 210. *(& 4. di più)* le 3. file, 3. volte 210. *(& 9. di più)* le 4. file, 4. volte 210. cioè 840. & 16. *(quadrato di 4.)* di più, che fà 856. & fino à 975. resta 119. fanti; hauendo 105. & 4. di più, fà 109. file, à 109. fanti per fila. Similmente à moltiplicare 35. via 35. cioè 3. decine, e mezo, via 3. decine, e mezo, fà 3. via 3. 9. & l'istesso 3. di più fà 12. che sono centonara, & ancora 25. di più, cioè 1225. Similmente 95. via 95. fà 9. via 9. 81. & l'istesso 9. di più fà 90. che sono centonari, & 25. di più, cioè 25. accompagnato da man destra al 90. che forma 9025. Et l'istesso occorre ne gl'altri numeri, che terminano in 5. moltiplicandoli in se medesimi. Ma volendo moltiplicare 37. via 37. diremo. Qui sono 3. decine, però 3. via 3. fà 9. centonari, poi 3. decine via 7. fà 21. decine, il che sempre si piglia due volte, dicendo 21. & 21. fà 42. decine, che con li 9. centonari fà (900. & 420.) 1320. & ancora si dice 7. via 7. fà 49. & questo si gionge al 1320. che fà in tutto 1369. & questo è il quadrato di 37. Ouero potiamo dire, il 37. supera 35. in 2. & 35. via 35. cioè 3. decine, e mezo, via 3. decine, e mezo, fà 3. via 3. 9. & 3. fà 12. al quale accompagnato 25. fà 1225. che è il quadrato di 35. hora per il 2. che resta fino al 37. diremo 2. via il doppio di 35. cioè 2. via 70. fà 140. & il quadrato di detto 2. è 4. che con il 140. fà 144. & questo si gionge al 1225. trouato, che fà in tutto 1369. il che è il quadrato di 37. Et il medesmo auuiene ne gl'altri numeri simili.

Supponendo hora, che si habbi vn'ordinãza quadra di gente di 42. file, à 42. per fila, & giongendoli 1500. fanti, di modo, che la totale ordinanza sia pure quadra di gente, si vogli sapere, quante file di più verranno ad essere. Diremo 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. & 1. (*quadrato d'*1.) di più; & perche 1500. è gran numero, & l'84. v'entra più di 10. volte, potremo dire, le 10. file importariano 10. volte 84. cioè 840. & 100. (*quadrato di* 10.) di

più,

più, che fà 940. il che anco è poco, che fino al 1500. auanza molto; onde seguendo diremo, le 11. file importariano 11. volte 84. che fà 840. & 84. cioè 924. & 121. (*quadrato d'*11.) di più; le 12. file importariano 12. volte 84. che fà 924. & 84. cioè 1008. & 144. (*quadrato di* 12.) di più; le 13. file importariano 13. volte 84. che fà 1008. & 84. cioè 1092. & 169. (*quadrato di* 13.) di più; le 14. file importariano 14. volte 84. che fà 1092. & 84. cioè 1176. & 196. (*quadrato di* 14.) di più, che in tutto fà 1372. qual numero è vicino al 1500. & cauato da esso 1500. resta 128. Et così haueremo 42. file, & le 14. trouate, che fanno 56. file, & ancora 128. fanti di più, quali per vedere se possono formare vna fila di più, diremo 1. volta il doppio di 56. è 112. & 1. (*quadrato d'*1.) di più, fà 113. che è il numero delli fanti, che bisognano per vn'altra fila; ma n'habbiamo 128. però bastano per vn'altra fila, & auanzano anco 15. fanti, perilche saranno in tutto 57. file à 57. per fila, & auanzaranno 15. fanti; onde con li 1500. fanti, verremo à giungerli 15. file per lato, & anco auanzaranno 15. fanti. Ouero, vedendo, che con l'essere la prima ordinanza 42. file, 1. fila di più importaria 1. volta il doppio di 42. cioè 84. fanti (*& 1. quadrato d'1. di più*) & che perche questo 84. nel 1500. fanti dati da giongerli entra molto più di 10. volte, & però che se ne farà più di 10. file di più; potressimo dire, le 10. file di più importaranno 10. volte 84. cioè 840. & 100. (*quadrato di questo* 10.) di più, cioè in tutto 940. fanti, che fino alli 1500. restano 560. fanti, onde così li aggiungeremo 10. file, che con le 42. fanno 52. & haueremo ridutta la ordinanza à 52. file, hauendo ancora 560. fanti; Et per vedere con questi quante file di più si potranno fare, diremo, hora 1. fila di più importa 1. volta il doppio di 52. cioè 104. & 1. (*quadrato d'*1.) di più; le 2. file importano 2. volte 104. che fà 208. & 4. (*quadrato di* 2.) di più; le 3. file importano 3. volte 104. che fà 312. & 9. (*quadrato di* 3.) di più; le 4. file importano 4. volte 104. che fà 416. & 16. (*quadrato di* 4.) di più; le 5. file importano 5. volte 104. che fà 520. & 25. (*quadrato di* 5.) di più, cioè in tutto 545. & così siamo peruenuti talmente vicini al 560. che habbiamo, che non resta se non 15. qual picciol numero non può bastare à formare vn'altra fila; onde concluderemo, che oltre le 52. se li potrà giongere ancora 5. file, & saranno in tutto 57. sì che alla prima ordinanza, che è di 42. file, si verranno à giongere 15 file, & anco auanzaranno 15. fanti. Ancora in altro modo si poteua dire; alla prima ordinanza di 42. file, giongendoli 8. file, per ridurla à 50. numero facile di file, bisognaranno 8. volte il doppio di 42. cioè 8. volte 84. che fà 640. & 32. cioè 672. & ancora 64. (*quadrato di questi* 8.) di più, che fà in tutto 736. fanti, & fino al 1500. fanti, che si hanno in tutto da giongere, resta 764. fanti, Et allhora haueremo 50. file, & 764. fanti, Et seguendo, potremo con facilità vedere quãte file di più si faranno con detti 764. fanti, dicendo. Per 1. fila bisogna il doppio di 50. cioè 100. (*& 1. di più*) & perche si vede, che questo 100. entra nel 764. 7. volte, con auanzo, potremo dire subito, le 7. file importano 7. volte 100. fà 700. & 49. (*quadrato di questo* 7.) di più, che fà 749. per le totali 7. file, & questo si può cauare dal 764. & resta 15. però la ordinãza si ridurrà la 57. file, cioè se glie ne aggiungeranno 15. file, & anco auanzaranno 15. fanti.

Et se supponendo, che vna ordinanza sia di 68. fanti, à 68. fanti per fila, & volendone cauare 2000. fanti, di modo, che la ordinanza resti quadrata pur di gente, si cerchi sapere quanto restarà per lato. Conosciamo, che à leuarne 1. fila, sì che restino 67. si leuaranno 68. & 67. *(cioè 1. manco di 2. volte 68. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 67.)* fà 135. fanti, Et à volere, che restino 66. si leuaranno ancora 67. & 66. *(cioè 1. manco di volte 67. ò vogliamo dire 1. più di 2. volte 66. numero delle file, che hanno da restare)* fà 133. soldati; & à volere, che restino 65. si leuaranno ancora 131. fanti; & à volere, che restino 64. file, si leuaranno ancora 129. fanti; & così potressimo andar seguendo, sin che il numero delli fanti leuati fusse arriuato al 2000. che si vuol leuare. Ouero cercaremo quante volte il doppio di 68. numero delle file della ordinanza entra in 2000. che si vuol leuare, ò il semplice 68. nella mità di 2000. ouero il 68. nel totale 2000. ma basta per numero di volte pari, & di questo auuenimento paro pigliaremo la mità, & il quadrato di questa mità si gionga al 2000. ò all'auanzo, che restarà doppo alla partitione del 2000. che essa mità sarà il numero delle file per ciascun lato da cauare, & la somma del quadrato detto, & auãzo della partitione, saranno fanti da cauare ancora dalla ordinanza, perche le file dette, cauate da ciascun lato, non arriuaranno al 2000. Che hora il 68.



in 2000. entra circa 30. volte, se bene non intieramente, che 30. volte 68. fà 2040. che fino al 2000. non auanza cosa alcuna, ma vi manca 40. però si può dire, che il restante ò auanzo d'hora sia manco 40. Et la mità del 30. è 15. il quadrato del quale è 225. che gionto al manco 40. fà 225. manco 40. cioè fà 185. però diremo, che se ne cauaranno 15. file per ciascun lato, cioè per fronte, & per fianco *(& restaranno 53. file)* & di più vi se ne doueranno cauare 185. fanti *(che le 15.*

le 15.

le 15. *file cauate importaranno ſolo 1815. fanti)* Et hora, che ſono 53. file, cauandone vna fila per lato, ſe ne verrà à cauare 105. fanti, & anco ci biſogna cauare 80. fanti, che ſono da 105. à 185. onde cauandone vn'altra fila per lato, & reſtaranno file 51. ſe ne verranno à cauare ancora fanti 103. *(che è il doppio più 1. del 51. numero delle file, che reſtano)* & à noi baſtariano 80. fanti, per arriuare al 2000. però ſe ne verrà à cauare 23. di più, cioè in tutto 2023. perilche diremo, che la ordinanza quadrata reſtarà di fanti, ò file 51. per ciaſcun lato, venendoſene à cauare 17. file per fronte, & per fianco, che importaranno fanti 2023.

Et ſe propoſte due ordinanze quadrate di gente, ineguali, vorremo ſapere quanti fanti ſiano più nella maggiore, che nella minore; baſtarà, che ſi gionga il numero delle file, dell'vna ordinanza, con il numero delle file dell'altra, & la ſomma ſi moltiplichi via la differẽza d'eſsi dui numeri, che il prodotto ſarà il numero delli fanti, in che la ordinanza maggiore eccederà la minore. Onde eſſendo vn'ordinanza quadra di gente di 113. file, & vn'altra ſimile di 94. file, per conoſcere la differenza loro circa al numero delli fanti, che ſono in eſſe; Giongeremo inſieme 113. & 94. che fà 207. & queſto moltiplicaremo per 19. differenza di 94. à 113. che fà 200. via 19. 3800. & 7. via 19. cioè 7. via 10. & 7. via 9. fà 70. & 63. che in tutto è 133. & con il 3800. fà 3933. per il prodotto di 207. via 19. & queſto 3933. è il numero delli fanti, che ſi trouano di più nella ordinanza maggiore.

Ritornando hora al modo ordinario di pigliare le radici quadrate, Sia propoſto $20\frac{1}{4}$. da pigliarne la ℞. Queſto numero, ſe bene è quadrato, non ſi conoſcerà, ò trouarà la ſua ℞ preciſe con le regole ordinarie dette, perche quanto alla prima regola, che ſupera, la ℞ d'eſſo $20\frac{1}{4}$. ſaria $4\frac{4\frac{1}{4}}{8}$. cioè $4\frac{17}{32}$. il quadrato di che ſupera il $20\frac{1}{4}$. in $\frac{289}{1024}$. quadrato del rotto $\frac{17}{32}$. Et quanto alla ſeconda regola, che non arriua al vero, la ℞ d'eſſo $20\frac{1}{4}$. ſaria $4\frac{4\frac{1}{4}}{9}$ cioè $4\frac{17}{36}$. il quadrato di che manca per arriuare al $20\frac{1}{4}$. in $\frac{323}{1296}$. che naſce à moltiplicare il rotto $\frac{17}{36}$. via $\frac{19}{36}$. differenza d'eſſo rotto all'intiero; Onde propoſto vn numero miſto, cioè compoſto d'intiero, e rotto, da pigliarne la ℞, conuerrà prima vedere ſe egli è quadrato, & non eſſendo quadrato, allhora ſi potrà vſare qual regola delle ſopradette ordinarie ci piacerà in trouare la ſua ℞ propinqua, eccedente, ò ſcarſa. Ma eſſendo quadrato *(come era il $20\frac{1}{4}$. la ℞ del quale è $4\frac{1}{2}$.)* conuerrà trouare la ſua vera ℞, nel modo particolare, che moſtraremo; che perciò hora ſeguiremo à moſtrare, come propoſto vn numero rotto, ò miſto, ſi conoſca ſe egli è quadrato, ò nò, & eſſendo quadrato, come ſe ne troui la ſua vera ℞.

Delli numeri rotti, ò miſti poſti in forma di rotto, quelli ſono quadrati, che hanno il numeratore, & anco il denominatore, che ſia numero quadrato; Et quando, ò l'vno, ò l'altro, cioè, ò il numeratore, ò il denominatore, ouero ambidui non fuſſero numeri quadrati, allhora eſsi numeri rotti, ò ſcritti in forma di rotto, non ſaranno quadrati; Auuertendo però, che li numeri rotti detti ſiano ſchiſati, ò ridutti à quella maggior breuità, che ſi poſſa, ſecondo il modo ordinario; poiche alcuni rotti non ſchiſati potriano parere non quadrati, & veramente ſariano quadrati; come per eſempio è $\frac{8}{18}$. che non hà il numeratore 8. ne il denominatore 18. quadrato, nondimeno è numero quadrato, perche egli ſignifica $\frac{4}{9}$. che hà il numeratore 4. & il denominatore 9. ambidui quadrati; però à concludere, che vn rotto ſia non quadrato, conuiene, che ſchiſato, che egli ſarà, ſi vegga, che ambidui i ſuoi numeratore, & denominatore non ſiano quadrati. Et notiſi, che anco può auuenire, che vn rotto non ſia ſchiſato, & che ſi conoſca egli eſſere quadrato, hauendo così il ſuo numeratore, come il denominatore quadrato; come ſaria per eſempio $\frac{16}{36}$. qual ſi vede eſſere quadrato; eſſendo 16. & anco 36. numeri quadrati, benche egli non ſia ſchiſato, riducendoſi à $\frac{4}{9}$. che pur ſi vede eſſere quadrato. Et in molti modi ſi può ſcriuere vn rotto quadrato, che hauerà il numeratore, & il denominatore quadrato; che per eſempio il $\frac{4}{9}$. detto può anco eſſere $\frac{36}{81}$. $\frac{64}{144}$. $\frac{100}{225}$. $\frac{484}{1089}$. & in altri innumerabili modi, che ſignificaranno l'iſteſſo $\frac{4}{9}$. Auuertaſi anco, che d'vn rotto, ò ſchiſato, ò non ſchiſato, quando il ſolo numeratore, ò il ſolo denominatore ſia numero quadrato, allhora eſſo rotto non ſarà quadrato, perche del numeratore, ouero del denominatore, cioè d'vno di loro, ſi potria bene pigliare la ℞ quadrata preciſe, ma dell'altro non; Et delli rotti, ò numeri ſcritti in forma di rotto, quadrati, per trouarne la ℞, ſi deue pigliare la ℞ del numeratore, & ſcriuerla ſopra ad vna riga per numeratore, & anco ſi deue pigliare la ℞ del denominatore, & ſcriuerla ſotto alla detta riga per denominatore, che il rotto così formato ſarà la ℞ cercata. Onde propoſto $\frac{16}{25}$. per trouarne la ℞, diremo la ℞ di 16. è 4. da ſcriuere ſopra ad vna riga, & la ℞ di 25. è 5. da ſcriuere ſotto alla detta riga, formando $\frac{4}{5}$. quale moltiplicato in ſe medeſmo, produce à punto il $\frac{16}{25}$. propoſto. Et così la ℞ di $\frac{81}{100}$. ſarà $\frac{9}{10}$. di $\frac{100}{144}$. ſarà $\frac{10}{12}$. ò vogliamo dire

dire $\frac{5}{6}$. di $\frac{625}{225}$. ſarà $\frac{25}{15}$. di $\frac{25}{4}$. *(che è $6\frac{1}{4}$.)* ſarà $\frac{5}{2}$. cioè $2\frac{1}{2}$. di $\frac{100}{49}$. *(che è $2\frac{2}{49}$.)* ſarà $\frac{10}{7}$. cioè $1\frac{3}{7}$. & così auuerrà de gl'altri. Delli rotti poi non quadrati, per trouarne la ℞ proſsima al vero, potremo pigliare la ℞ propinqua del numeratore, & ſcriuerla ſopra ad vna riga per numeratore, & ancora pigliare la ℞ propinqua del denominatore, & ſcriuerla ſotto à detta riga per denominatore, che il rotto così formato ſarà la ℞ proſsima cercata. Queſta ſapremo ella eſſere eccedente, ò ſcarſa, trouando il ſuo quadrato, che allhora ſe eſſo quadrato eccederà la quantità, di che s'è preſa la ℞, conoſciuto l'eccesso; Volendo noi trouare vna ℞ più propinqua, partiremo eſſo eccesso per il doppio della ℞ trouata, & l'auuenimento cauaremo da detta ℞ trouata, che il reſtãte ſarà ℞ eccedente più propinqua; Et ſe anco ne vorremo vna, ò più, più propinque operaremo nel medeſimo modo, trouandone quant'altre più propinque eccedenti ci piacerà. Ma ſe la prima ℞ trouata fuſſe ſcarſa, Conoſciuta la quantità della ſcarſezza del ſuo quadrato, la partiremo per la ſomma, che naſce à ſommare eſſa ℞ ſcarſa, con vna ℞ propinqua eccedente della quantità, di che s'è preſa la ℞, & l'auuenimento giongeremo alla prima ℞ ſcarſa trouata, che la ſomma ſarà ℞ ſcarſa più propinqua. Et nel medeſmo modo potremo ſeguire à trouarne quãt'altre ſcarſe più propinque vorremo. Ma ſe mediante la ℞ ſcarſa vorremo trouarne vna più propinqua eccedente, baſtarà partire la ſcarſezza del ſuo quadrato per il doppio di detta ℞ ſcarſa, & giongere l'auuenimento à detta ℞ ſcarſa, che la ſomma ſarà ℞ eccedente, mediante la quale poi *(partendo come s'è detto la quantità dell'eccesso del ſuo quadrato per il doppio d'eſſa ℞ eccedente, & cauando l'auuenimento da eſſa ℞ eccedente)* trouaremo vn'altra ℞ eccedente più propinqua, & poi ancora quant'altre vorremo. Sia per eſempio propoſto $\frac{29}{48}$. da trouarne la ℞ quadrata, per farlo pigliaremo la radice del 29. numeratore, & potiamo pigliarla eccedente, ò ſcarſa à beneplacito; ſia hora, che ſi pigli eccedente, & diciamo ella eſſere $5\frac{4}{10}$. cioè $5\frac{2}{5}$. quale ſi pona ſopra ad vna riga per numeratore; ancora ſi pigli la ℞ di 48. denominatore *(& potiamo pure pigliarla eccedente, ò ſcarſa à beneplacito)* & diciamo, che ſia $6\frac{12}{12}$. cioè 7. quale ſi pona ſotto alla riga detta per denominatore, formando $\frac{5\frac{2}{5}}{7}$. cioè $\frac{27}{35}$. che ſarà vicino al vero la ℞ di $\frac{29}{48}$. propoſto. Et per conoſcere ſe ella ſia eccedente, ò ſcarſa, trouaremo il ſuo quadrato, che è $\frac{729}{1225}$. & lo paragonaremo al $\frac{29}{48}$. che vedremo detto quadrato eſſere minore di $\frac{29}{48}$. in $\frac{533}{58800}$. però conoſciamo la ℞ trouata eſſere ſcarſa. Volẽdo hora trouare vn'altra ℞ ſcarſa più propinqua, giongeremo queſta prima ℞ ſcarſa $\frac{27}{35}$. con vna ℞ eccedente del $\frac{29}{48}$. & ſi può pigliare à beneplacito, onde potreſsimo pigliare la vnità, cioè 1. che è ℞ eccedente di detto $\frac{29}{48}$. ma più propinquamẽte ſi pigliarà $\frac{7}{8}$. ò $\frac{5}{6}$. ò qual'altro rotto ſi vogli, il quadrato del quale approſsimandoſi, ſi vegga eccedere $\frac{29}{48}$. & però ſia bene à pigliare rotto tale, che facilmẽte ſi gionga à detto

Di $\frac{29}{48}$. ſia la ℞ $\frac{5\frac{4}{10}}{6\frac{12}{12}}$. cioè $\frac{5\frac{2}{5}}{7}$. che è $\frac{27}{35}$. Il quad. d'eſſa è $\frac{729}{1225}$. che ſi paragona à $\frac{29}{48}$

4374
34992

11025
2450
35525

9800
58800

Il quadrato della ℞ è ſcarſo, cioè minore del $\frac{29}{48}$. in $\frac{533}{58800}$. però eſſa ℞ $\frac{27}{35}$. è ſcarſa.

Operatione per trouare vn'altra ℞ ſcarſa più propinqua.

		partit.	ſcarſezza del quad. della ℞.
℞ ſcarſa	$\frac{27}{35}$	11	533
		7	58800
℞ eccedente	$\frac{4}{5}$	1	8400
ſomma	$1\frac{4}{7}$		

auuenim. $\frac{533}{92400}$. da giongere à $\frac{27}{35}$

2640
792
71280
533

è la ſomma, che è ℞ ſcarſa più propinqua $\frac{71813}{92400}$

933569
1292634
502691
5157106969

8537760000 . è il [redacted]

142296
177870000

$\frac{29}{48}$

160083
35574
5158230000
5177106969

$\frac{1123031}{8537760000}$. è la ſcarſezza del quadrato della ℞.

Operatione da trouare la scarsezza del quadrato della ℞, mediante la regola ordinaria già in principio mostrata.

℞ scarsa adoprata	℞ scarsa trouata	℞ ecccedente adoprata	
$\frac{27}{35}$	$\frac{71813}{92400}$	$\frac{4}{5}$	18480 / 73920
differenza $\frac{533}{92400}$	differenza $\frac{2107}{92400}$		6321 / 6321

prodotto delle differenze $\frac{1123031}{8537760000}$ $\quad \frac{10535}{1123031}$

che è la scarsezza del quadrato della ℞ trouata.

à detto $\frac{27}{35}$. perilche hora sarà à proposito $\frac{4}{5}$. il quadrato del quale $\frac{16}{25}$. vediamo superare $\frac{29}{48}$. & perciò si può dire $\frac{4}{5}$. essere ℞ eccedẽte di $\frac{29}{48}$. & di più questo $\frac{4}{5}$. facilmente si somma con $\frac{27}{35}$. & fà $1\frac{4}{7}$. Con questa somma $1\frac{4}{7}$. partiremo hora $\frac{533}{58800}$. scarsezza del quadrato della ℞ trouata, & ne viene $\frac{533}{92400}$. quale si hà da giongere à detta ℞ scarsa $\frac{27}{35}$. & fà $\frac{71813}{92400}$. che è ℞ scarsa più propinqua, il quadrato della quale manca solo in $\frac{1123031}{8537760000}$. per arriuare al $\frac{29}{48}$. Hora con questa ℞ scarsa trouata, & con la ℞ eccedente sopradetta $\frac{4}{5}$. *(ò con altra ℞ eccedente prossima)* potremo trouarne vn'altra scarsa più propinqua, & poi quant'altre ci piacerà.

Et se mediante la prima ℞ scarsa $\frac{27}{35}$. hauessimo voluto trouare vn'altra ℞ più propinqua, ma eccedente, haueressimo partito il $\frac{533}{58800}$. scarsezza del qoadrato della ℞, per il doppio d'essa ℞, cioè per $\frac{54}{35}$. che ne viene $\frac{533}{90720}$. & questo giõto ad essa ℞ scarsa, che fà $\frac{70517}{90720}$. quale è ℞ propinqua eccedente del medesmo $\frac{29}{48}$. il quadrato della quale eccede il $\frac{29}{48}$. solo in $\frac{284089}{8230118400}$. che è ■ del $\frac{533}{90720}$. in che questa ℞ eccedente è differẽte dalla scarsa adoprata. Hora con questa ℞ eccedente, ne potressimo trouare quãt'altre più propinque eccedenti ci piacesse. Et quando da principio nel trouare la ℞ di $\frac{29}{48}$. proposto si fusse presa la ℞, così del numeratore 29. come del denominatore 48. scarsamẽte, formãdo p radice totale $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{12}{13}}$. che significa $\frac{767}{990}$. qsta non sapressimo però se fusse ℞ eccedente, ouer scarsa dl $\frac{29}{48}$. sẽza trouare il suo quadrato, & paragonarlo al $\frac{29}{48}$. il che facẽdo, vedremo esso quadrato essere minore di $\frac{29}{48}$. in $\frac{3854\frac{3}{4}}{980100}$. & però detta radice essere scarsa.

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ scarsa è $\frac{27}{35}$

il doppio è scarsezza

$\frac{54}{35}$	$\frac{533}{58800}$
7	11760
1	1680

auuen. $\frac{533}{90720}$. giongasi à $\frac{27}{35}$

2592
23328
69984
533
somma $\frac{70517}{90720}$ ch'è ℞ ecced.

90720
90720
81648
653184
8230118400

1198789
352585
493619
il ■ è $\frac{4972647289}{8230118400}$

$\frac{29}{48}$
15431472
3429216
4972363200

1028764800
171460800

l'eccesso è $\frac{284089}{8230118400}$

qual'eccesso è il ■ di $\frac{533}{90720}$

in che questa ℞ eccedẽte supera la $\frac{27}{35}$. scarsa adoprata

Di $\frac{29}{48}$. sia la ℞ $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{2}{3}}$ $\frac{59}{90}$ cioè $\frac{767}{990}$

Il suo qũad. è $\frac{588289}{980100}$ $\quad \frac{29}{48}$

165350 183762
20418$\frac{3}{4}$ 40836
21$\frac{3}{4}$
592143$\frac{3}{4}$

Il ■ della ℞ è scarso in $\frac{3854\frac{3}{4}}{980100}$

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ sia $\frac{5\frac{4}{10}}{6\frac{12}{13}}$. che è $\frac{27/5}{90/13}$. cioè $\frac{351}{450}$

Il suo quad. è $\frac{123201}{202500}$ $\quad \frac{29}{48}$

33750 37962
4218$\frac{3}{4}$ 8436
21$\frac{3}{4}$
122343$\frac{3}{4}$

Il ■ della ℞ eccede in $\frac{857\frac{1}{4}}{202500}$

Ancora solo $\frac{350}{450}$. che è $\frac{7}{9}$. sarà ℞ ecced. che il suo ■ $\frac{49}{81}$. eccede $\frac{29}{48}$. in $\frac{1}{1296}$.

$\frac{49}{81}$ $\quad \frac{29}{48}$ $\quad \frac{1}{16}$
2352 2349 $\frac{1}{1296}$

Di $\frac{29}{48}$. la ℞ sia $\frac{5\frac{4}{11}}{6\frac{12}{13}}$. cioè $\frac{5\frac{4}{11}}{7}$. che è

$\frac{59}{77}$. il suo ■ è $\frac{3481}{5929}$ $\quad \frac{29}{48}$

47432 27848 53361
284592 167088 11858
171941

Il ■ della ℞ è scarso in $\frac{4853}{284592}$

Ma

Ma se nel trouare la ℞ d'esso $\frac{29}{48}$. del 29. numeratore pigliassimo la ℞ eccedente, dicendo ella essere $5\frac{4}{10}$. & del 48. denominatore pigliassimo la ℞ scarsa, dicendo ella essere $6\frac{12}{13}$. &
formassimo $\frac{5\frac{2}{5}}{6\frac{12}{13}}$. cioè $\frac{351}{450}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. questa ℞ così trouata conosceressimo di neces-
sità douere essere eccedente, perche il suo numeratore eccede il vero *(essendo ℞ eccedente del 29.*
numeratore) & di più il denominatore è minore del vero *(essendo ℞ scarsa del 48. denominatore)*
perilche esso rotto totale, che forma la ℞, tanto maggiormente è maggiore del vero. Ma se nel
trouare pure la ℞ di detto $\frac{29}{48}$. del 29. numeratore si pigliasse la ℞ scarsa, dicendo ella essere
$5\frac{4}{11}$. & del 48. denominatore si pigliasse la ℞ eccedente, dicendo ella essere 7. & si formasse
$\frac{5\frac{4}{11}}{7}$. cioè $\frac{59}{77}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. questa ℞ così trouata si conosceria di necessità douere essere
scarsa, perche, oltre che il numeratore $5\frac{4}{11}$. è minore del douere *(essendo ℞ scarsa del 29. nu-*
meratore) di più il denominatore 7. è maggiore del douere *(essendo ℞ eccedente del 48. denomina-*
tore) perilche esso rotto totale, che forma la ℞, tanto maggiormente è minore del douere.

Et notisi, che nel trouare la ℞ di questi numeri rotti proposti, sarà molto espediente il pi-
gliare per ℞ loro vn rotto facile, il quadrato del quale superi il rotto proposto, se vorremo la
℞ eccedente, ouero il quadrato del quale sia scarso, ò minore del rotto proposto, se vorremo
la ℞ scarsa; & poi con questa prima ℞ trouarne vn'altra più propinqua. Onde proposto $\frac{29}{48}$.
da trouarne la ℞, pigliaremo da principio vna ℞ eccedente facile à beneplacito, & sia $\frac{4}{5}$. il suo

Di $\frac{29}{48}$. sia la ℞ eccedente $\frac{5}{6}$. Il suo quadrato $\frac{25}{36}$.

cioè $\frac{33\frac{1}{3}}{48}$. eccede il $\frac{29}{48}$. in $\frac{4\frac{1}{3}}{48}$.

$\frac{5}{6}$ $\quad \frac{2\frac{1}{6}}{48}$. mità dell'eccesso da partire

1 8

ne viene $\frac{13}{240}$. cauato da $\frac{5}{6}$. resta $\frac{187}{240}$. che è ℞ eccedẽte più propinqua, Il suo quadrato $\frac{34969}{57600}$. eccede il $\frac{29}{48}$. solo in $\frac{169}{57600}$. che è il quadrato di $\frac{13}{240}$. in che la seconda ℞ è differente dalla prima.

seconda ℞ $\frac{187}{240}$. il doppio è

$\frac{187}{120}$ $\quad \frac{169}{57600}$. eccesso da partire.

1 480

auuen. $\frac{169}{89760}$. da cauare da

$\frac{187}{240}$ 69938
374 169

resta $\frac{69769}{89760}$. che è ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale eccede $\frac{29}{48}$. nel quadrato di $\frac{169}{89760}$. in che questa ℞ è minore della antecedẽte i

quadrato è $\frac{16}{25}$. ma $\frac{5}{6}$. *(se bene è manco propinqua, essendo maggiore)* sarà più commodo, hauen-
do il denominatore communicante al 48. denominatore del $\frac{29}{48}$. Il quadrato di detto $\frac{5}{6}$. è
$\frac{25}{36}$. che supera $\frac{29}{48}$. in $\frac{4\frac{1}{3}}{48}$. Hora partito questo superamento per il doppio di $\frac{5}{6}$. ouero
partito $\frac{2\frac{1}{6}}{48}$. mità di questo superamento per il $\frac{5}{6}$. ne viene $\frac{13}{240}$. quale cauato da $\frac{5}{6}$. ℞ ec-
cedente detta, resta $\frac{187}{240}$. & questa è ℞ eccedente molto propinqua. Et se da principio
per ℞ del $\frac{29}{48}$. proposto, hauessimo preso $\frac{3}{4}$. il quadrato del quale è $\frac{9}{16}$. che è scarso in $\frac{2}{48}$.
Questo partito per il doppio di $\frac{3}{4}$. ℞ scarsa, ouero la mità d'essa scarsezza, cioè $\frac{1}{48}$. partito
per essa ℞ scarsa, cioè per $\frac{36}{48}$. ne viene $\frac{1}{36}$. quale gionto à $\frac{3}{4}$. ℞ scarsa, fà $\frac{28}{36}$. cioè $\frac{7}{9}$. che
è ℞ eccedente del $\frac{29}{48}$. il quadrato della quale è $\frac{49}{81}$. che supera $\frac{29}{48}$. in $\frac{1}{1296}$. quadrato
dell' $\frac{1}{36}$. in che la seconda ℞ $\frac{7}{9}$. è maggiore, ò differente dalla antecedente prima $\frac{3}{4}$.

Et sappiasi, che molti per trouare la ℞ di questi numeri rotti, ò posti in forma di rotto, non
quadrati proposti, Moltiplicano il numeratore del rotto, via il suo denominatore, & del pro-
dotto pigliano la ℞ propinqua, & essa partono per il denominat. del rotto proposto, & l'auue-
nimento dicono essere la ℞ propinqua cercata del rotto proposto. Onde in questo modo vo-
lendo trouare la ℞ di $\frac{29}{48}$. proposto, Moltiplicaremo 29. via 48. & del prodotto 1392. piglia-
remo la ℞ propinqua, & sia $37\frac{23}{74}$. quale partiremo per il denominat. 48. & ne viene $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$.
cioè $\frac{2761}{3552}$. quale è ℞ propinqua del $\frac{29}{48}$. Questa ℞ si conosce subito essere eccedente, per-
che il suo numeratore $37\frac{23}{74}$. è maggiore del douere, essendo radice eccedente del 1392.

Ma

Di $\frac{29}{48}$ $\quad$ 1392

$\quad$ 37

$\quad$ 492

$\quad$ $37\frac{23}{}$

la ℞ è $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$. cioè $\frac{2761}{3552}$. eccedente.

ouero $\frac{37\frac{23}{75}}{48}$. cioè $\frac{2798}{3600}$. scarsa.

Ma se hauessimo detto la ℞ di 1392. essere $37\frac{23}{75}$. che è scarsa, & però formato $\frac{37\frac{23}{75}}{48}$. per ℞ del $\frac{29}{48}$. questa ℞ saria scarsa, perche il suo numeratore $37\frac{23}{75}$. saria minore del douere *(essendo sempre il 48. denominatore conueniente al vero)* & però il rotto totale $\frac{1399}{1800}$. verria anco egli ad essere minore del douere. Et il pigliare la ℞ delli rotti in questo modo, è quanto se aggrandendo il rotto proposto da pigliarne la ℞, moltiplicandolo per vn numero eguale al suo denominatore, formassimo vn'altro rotto à lui eguale, che hauesse il denominatore quadrato, che allhora presa la ℞ del numeratore *(che non si può hauere se non propinqua)* & postala per numeratore, & presa la ℞ del denominatore *(che si hà precise essendo egli numero quadrato, & essa ℞ è il denominatore del rotto da principio proposto, cioè il numero, con il quale si è moltiplicato detto primo rotto proposto)* ponēdola per denominatore, il rotto così formato sarà la ℞ propinqua del rotto da principio proposto. Et tanto è formare il rotto detto, quanto partire il numero, che habbiamo trouato essere numeratore, per il denominatore del rotto da principio proposto, che è il denominatore di detto rotto formato. Onde nel pigliare la ℞ di $\frac{29}{48}$. al modo detto, egli si viene à ridurre à $\frac{1392}{2304}$. & hora presa la ℞ del numeratore, & del denominatore, si dice la ℞ di esso rotto, & però di $\frac{29}{48}$. proposto à lui eguale essere $\frac{37\frac{23}{74}}{48}$. che è eccedente, ouero $\frac{37\frac{23}{75}}{48}$. che è scarsa.

Et proposto $\frac{3}{4}$. da pigliarne la ℞. si può con facilità dire, la sua prima ℞ eccedente essere 1. l'eccesso del suo quadrato sopra al $\frac{3}{4}$. proposto è $\frac{1}{4}$. Questo partito per il doppio d'1. che è 2. ne viene $\frac{1}{8}$. che cauato da 1. resta $\frac{7}{8}$. per seconda ℞ eccedente più propinqua, Il suo quadrato è $\frac{49}{64}$. che supera $\frac{3}{4}$. in $\frac{1}{64}$. *(quadrato d'$\frac{1}{8}$. in che la seconda ℞ è minore della prima)* Et hora partendo questo eccesso $\frac{1}{64}$. per il doppio della ℞ $\frac{7}{8}$. cioè per $\frac{7}{4}$. ne viene $\frac{1}{112}$. da cauare da $\frac{7}{8}$. & resta $\frac{97}{112}$. che è terza ℞ eccedente più propinqua, il quadrato della quale supera il $\frac{3}{4}$. nel quadrato d'$\frac{1}{112}$. in che essa terza ℞ è minore della antecedente seconda.

Ancora proposto $\frac{4}{8}$. cioè $\frac{1}{2}$. da trouarne la ℞, si può dire similmēte la sua prima ℞ eccedente essere 1. ouero $\frac{3}{4}$. Il quadrato del quale $\frac{9}{16}$. eccede $\frac{1}{2}$. proposto in $\frac{1}{16}$. Questo partito per il doppio di $\frac{3}{4}$. cioè per $\frac{3}{2}$. ne viene $\frac{1}{24}$. che cauato da $\frac{3}{4}$. resta $\frac{17}{24}$. per seconda ℞ più propinqua. Il suo quadrato $\frac{289}{576}$. supera $\frac{1}{2}$. in $\frac{1}{576}$. quadrato d'$\frac{1}{24}$. in che la seconda ℞ $\frac{17}{24}$. è minore della prima $\frac{3}{4}$. Et così si potrà seguire à trouare quant'altre ℞ eccedenti più propinque si vorranno.

Quanto alli numeri misti, cioè composti da intiero, e rotto, Per conoscere se vn numero misto proposto sia quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & allhora, se così il suo numeratore, come il denominatore sarà numero quadrato, esso numero misto sarà anco egli quadrato. Et la sua ℞ si pigliarà nel modo, che si piglia nelli rotti simplici, cioè pigliaremo la ℞ del numeratore, & questa sarà numeratore da scriuere sopra ad vna riga; poi si pigliarà la ℞ del denominatore, & questa sarà denominatore da scriuere sotto alla riga, & il rotto, ò numero misto in forma di rotto così formato, sarà la ℞ precise del numero proposto, qual ℞ si potrà ridurre à numero misto di forma ordinaria, partendo il numeratore per il denominatore al solito. Che per esempio proposto $76\frac{9}{16}$. per vedere se egli è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & sarà $\frac{1225}{16}$. del quale, perche il 1225. numeratore è numero quadrato, che la sua ℞ è 35. precise, & anco il suo denominatore 16. è numero quadrato, che la sua ℞ è 4. conosceremo, che esso numero proposto è quadrato, & la sua ℞ sarà $\frac{35}{4}$. cioè $8\frac{3}{4}$. Et proposto $18\frac{18}{49}$. per vedere se è quadrato, lo ridurremo à forma di rotto, & sarà $\frac{900}{49}$. & perche si vede così il suo numeratore 900. come il denominatore 49. essere numero quadrato, diremo egli essere numero quadrato, & la sua ℞ sarà $\frac{30}{7}$. cioè $4\frac{2}{7}$. Di quì conosciamo, che delli numeri misti proposti, quando il denominatore del rotto accompagnato al suo intiero *(intendendosi sempre, che essi rotti siano schisati, ò ridutti alla maggior breuità, che si possa)* è numero quadrato, allhora riducendosi il numero misto à forma di rotto, se auuerrà, che il suo numeratore sia anco egli numero quadrato, si concluderà, che esso numero misto sia quadrato; ma quando il suo numeratore non fusse quadrato, allhora si concluderà esso numero misto non essere quadrato, poiche non basta, che il denominatore solo, ò il numeratore solo sia quadrato, ma conuiene, che siano quadrati ambidui. Et però anco conosciamo, che delli numeri misti pure, quando il denominatore del rotto accompagnato al suo intiero non è numero quadrato, conosciamo dico, che

di ne-

di necessità esso numero misto non è quadrato, & però non occorre à ridurlo à forma di rotto,
ne vedere se il numeratore d'esso sia quadrato, perche quādo bene esso numerat. fusse quadra-
to, il denominatore poi già vediamo non essere quadrato, & però il numero misto, ò rotto to-
tale, à che egli si fusse ridotto, non potrà hauere ℞ quadrata precise. Che per esempio propo-
sto $3\frac{1}{5}$. perche il 5. denominatore del rotto $\frac{1}{5}$. non è numero quadrato, ancora il totale $3\frac{1}{5}$.
non potrà essere quadrato, ne occorre perciò à ridurlo à $\frac{16}{5}$. per vedere se sia quadrato, poi-
che se bene il 16. numeratore è quadrato, questo non basta, che conuerria, che anco il 5. deno-
minatore fusse quadrato, quale già à prima vista habbiamo conosciuto non essere quadrato.

Et delli numeri misti non quadrati, per trouarne la ℞ propinqua, se bene ciò si può fare in
ciascuno delli dui modi, che si fà nelli rotti, cioè hauendo ridotto il numero misto proposto
da trouarne la ℞ à forma di rotto, pigliare la ℞ propinqua del numeratore, & porla sopra ad
vna riga per numeratore, & poi pigliare la ℞ propinqua del denominatore, & porla sotto alla
riga per denominatore, che il rotto, ò per dire più propriamente, il numero in forma di rotto
così formato, sarà la ℞ propinqua cercata. Ouero hauendo pure ridotto il numero misto
proposto à forma di rotto, Moltiplicare il numeratore, via il suo denominatore, & del prodot-
to pigliare la ℞ propinqua, & questa partirla per il denominatore detto, che l'auuenimēto sa-
rà la ℞ propinqua cercata del numero misto proposto. Sarà nondimeno molto commodo
il trouare la ℞ propinqua di questi numeri misti non quadrati, nelli modi, che già si sono mo-
strati, poiche non occorrerà à ridurli à forma di rotto; bene è vero, che quando il denomina-
tore del rotto, che si troua nel numero misto è quadrato, & che perciò non siamo sicuri, che es-
so numero misto sia non quadrato *(come sapressimo se il denominatore del rotto detto fusse non qua-
drato)* è necessario ridurre esso numero misto à forma di rotto, & vedere se il suo numeratore
sia quadrato, che essendo non quadrato, allhora saremo sicuri il numero misto proposto essere
non quadrato, Ma quando detto numeratore fusse quadrato, & che perciò allhora il numero
misto proposto verria ad essere quadrato, la sua ℞ *(che si trouaria precise)* conuerria pigliarla
nel modo, che si piglia nelli rotti quadrati, cioè trouare la ℞ del numeratore, & porla sopra
ad vna riga per numeratore, & anco trouare la ℞ del denominatore, & porla sotto alla riga
per denominatore, che il numero misto in forma di rotto così formato, saria la ℞ precise del
numero misto proposto. Et questo si fà, perche quando il numero misto proposto è quadrato,
noi con le regole già date del pigliare le ℞ eccedenti, ò scarse, à beneplacito delli numeri in-
tieri, ò misti proposti, non ce ne accorgiamo altrimenti, ne con esse si viene à trouare la sua
precise ℞, poiche esse regole attendono à trouare le ℞ propinque delli numeri proposti, sup-
ponendo, che essi siano non quadrati.

Sia hora per esempio proposto $75\frac{5}{8}$. da pigliarne la ℞; Questo numero si conosce subito es-
sere non quadrato, perche l'8. denominatore del $\frac{5}{8}$. suo rotto *(abbreuiato intieramente)* è non
quadrato; noi dunque facilmente potremo dire, la ℞ di 75. è 8. & auanza 11. che con il $\frac{5}{8}$. fà
$11\frac{5}{8}$. auanzo da ponere sopra ad vna riga per numeratore, ponendoui di sotto per denomina-
tore il doppio d'8. che è 16. ouero il doppio più 1. che è 17. & così diremo la radice propinqua

Di $75\frac{5}{8}$

$8\frac{99}{128}$. è ℞ eccedēnte. $\quad$ $8\frac{93}{136}$. è ℞ scarsa.

$8\frac{93}{132}$. cioè $8\frac{31}{44}$. è fra queste due.

Quadrisi essa ℞.

496

$11\frac{12}{44}$

528

961

Il suo ■ è $75\frac{1489}{1936}$

Et pigliando $8\frac{93}{134}$

1488

$11\frac{25}{133}$

3325

8649

Il suo ■ è $75\frac{11974}{17689}$

$2211\frac{1}{8}$

$11055\frac{5}{8}$

eccede in $\frac{918\frac{3}{8}}{17689}$

Et pigliando $8\frac{93}{134}$

1488

$11\frac{14}{134}$

1876

8649

Il suo ■ è $75\frac{10525}{17956}$

$2244\frac{1}{2}$

$11222\frac{1}{2}$

è scarso in $\frac{697\frac{1}{2}}{17956}$

del $75\frac{5}{8}$.

del $75\frac{5}{8}$. proposto essere $8\frac{11\frac{9}{8}}{16}$. cioè $8\frac{1}{1}\frac{9}{4}\frac{1}{2}$. & sarà eccedēte *(che il suo quadrato supera il $75\frac{5}{8}$. nel quadrato del rotto $\frac{9}{1}\frac{3}{2}\frac{3}{3}$.)* Ouero diremo la ℞ propinqua del detto $75\frac{5}{8}$. essere $8\frac{11\frac{5}{8}}{17}$. cioè $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{6}$. & sarà scarsa, che il suo quadrato sarà minore del $75\frac{5}{8}$. nel prodotto, che nasce à moltiplicare il rotto $\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{6}$. via $\frac{4}{1}\frac{3}{5}\frac{3}{6}$. differenza, che è da esso rotto ad 1. che si è gionto al doppio dell'8. intiero della ℞, per formare il 17. denominatore primiero del rotto della ℞.

Ma è da notare, per acquistare facilità, & anco propinquità nel pigliare queste radici, che nel nostro caso, conoscēdo $8\frac{9}{1}\frac{3}{2}\frac{3}{8}$. essere ℞ eccedente, & $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{6}$. essere ℞ scarsa, perche quanto al rotto il 128. denominatore è minore del douere, & il 136. è maggiore del douere; noi fra questi dui numeri 128. & 136. potressimo pigliare vn numero à beneplacito per denominatore, & sarà bene, quando si può, à pigliarlo tale, che egli sia communicante con il suo numeratore, che hora è 93. accioche il rotto da formarne si possa abbreuiare, rendendosi più cōmodo: Onde hora si potria pigliare 132. & formare $\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{2}$. che schisato è $\frac{3}{4}\frac{1}{4}$. & la ℞ totale sarà $8\frac{3}{4}\frac{1}{4}$. il quadrato della quale è $75\frac{1}{1}\frac{9}{8}\frac{8}{3}\frac{9}{6}$. che eccede il $75\frac{5}{8}$. proposto in $\frac{2}{9}\frac{7}{4}\frac{9}{6}$. Onde ancora più propinqua radice sarà $8\frac{9}{1}\frac{3}{4}\frac{3}{3}$. che il suo quadrato $75\frac{1}{1}\frac{1}{7}\frac{9}{6}\frac{7}{8}\frac{4}{6}$. eccederia il $75\frac{5}{8}$. solo in $\frac{918\frac{3}{8}}{17689}$. Et pigliando $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{4}$. questa saria scarsa, perche il suo quadrato $75\frac{1}{1}\frac{9}{7}\frac{5}{6}\frac{2}{5}\frac{5}{6}$. non arriuaria à $75\frac{5}{8}$. mancandoui $\frac{697\frac{1}{4}}{17956}$. Questo $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{4}$. si saria trouato da principio, se nel pigliare la ℞ del $75\frac{5}{8}$. che è 8. & auanza $11\frac{5}{8}$. da ponere sopra ad vna riga per numeratore, & di sotto postoui 16. doppio dell'8. intiero della ℞; à questo 16. hauessimo gionto non 1. ma $\frac{3}{4}$. rotto facile *(& poco maggiore dell' $\frac{11\frac{5}{8}}{16}$. che saria il rotto ordinario eccedente)* facendo essere il denominatore $16\frac{3}{4}$. & però il rotto totale $\frac{11\frac{5}{8}}{16\frac{3}{4}}$. che significa $\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{4}$. & con l'8. intiero, fà $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{4}$. Et se per formare il denominatore del rotto della ℞, al 16. doppio dell'8. intiero, hauessimo gionto solo $\frac{5}{8}$. rotto facile, & minore dell' $\frac{11\frac{5}{8}}{16}$. rotto ordinario eccedente, formando per rotto totale $\frac{11\frac{5}{8}}{16\frac{5}{8}}$. che significa $\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{3}$. & con l'8. intiero fà $8\frac{9}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{3}$. sapressimo, che questa di necessità saria ℞ propinqua, & eccedente del $75\frac{5}{8}$. proposto.

Auuertasi nondimeno, che di questi numeri misti non quadrati, per trouarne la ℞ propinqua è molto commodo il pigliarla del solo intiero loro, senza tener conto del rotto nell'auāzo, con che si forma il numeratore del rotto della ℞; & allhora per denominatore d'esso rotto porui sempre il doppio dell'intiero, poiche la ℞ così trouata, essendo ℞ eccedente del numero intiero, che è parte del misto proposto, s'accostarà molto al vero. & ancora sarà pure eccedēte, sempre che il quadrato del rotto d'essa ℞ superi il rotto accompagnato all'intiero del misto; ma saria scarsa, quando il quadrato di detto rotto della ℞ non arriuasse al rotto accompagnato all'intiero del misto proposto; Onde se volessimo pure vna ℞ eccedēte del numero misto proposto, noi allhora mediante questa scarsa la potressimo trouare, & saria poi molto propinqua, operando come già s'è mostrato, cioè partēdo la scarsezza del quadrato della ℞ scarsa per il doppio d'essa ℞ scarsa, & giongendo l'auuenimento à detta ℞ scarsa, che la somma saria ℞ eccedente. Onde se del $75\frac{5}{8}$. vorremo facilmente trouarne la ℞, pigliādo solo il 75. intiero, diremo la sua ℞ eccedēte è $8\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. il quadrato della quale e 75. & $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{1}{6}$. di più *(che è il quadrato del rotto $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$.)* & perche questo $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{1}{6}$. non arriua à $\frac{5}{8}$. rotto accompagnato al 75. nel $75\frac{5}{8}$. proposto, che li manca $\frac{3}{2}\frac{9}{5}\frac{9}{6}$. vediamo questo $8\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. essere ℞ scarsa del $75\frac{5}{8}$. proposto, & la scarsezza del suo quadrato essere $\frac{3}{2}\frac{9}{5}\frac{9}{6}$. quale se partiremo per $\frac{1}{1}\frac{3}{3}\frac{2}{6}$. cioè per $\frac{2}{2}\frac{4}{5}\frac{4}{6}\frac{8}{6}$. doppio della ℞ scarsa detta, che ne verrà $\frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{9}{4}$. & questo giongeremo à detta ℞ scarsa $8\frac{1}{1}\frac{1}{6}$. la somma, che è $8\frac{3}{4}\frac{9}{4}\frac{7}{8}$. sarà ℞ eccedente del proposto $75\frac{5}{8}$. Et il quadrato di detta ℞ eccederà esso $75\frac{5}{8}$. proposto nel quadrato di $\frac{1}{4}\frac{3}{4}\frac{3}{4}\frac{9}{8}$. in che questa ℞ eccedente è differente dalla ℞ scarsa adoprata à trouarla.

$\frac{39}{4448}$. con $8\frac{11}{16}$
278
3058
39
fà $8\frac{3097}{4448}$
49552
$11\frac{624}{4448}$
26688
106752
9591409
il [illegible] è $75\frac{12366961}{19784704}$
2473088
12365440
eccede in $\frac{1521}{19784704}$

Voglio

Voglio anco pigliar fatica di mostrare almeno in parte la causa, ò fondamento del modo di operare nel pigliare la ℞ quadra delli numeri grandi, per satisfare alli principianti, quali con questo lume possino poi à pieno andar considerando, & conoscendo quanto in ciò sia à proposito. Onde per dar principio, Sappiasi, che d'vn numero proposto, per trouarne la ℞, prima si vede da quante figure sarà contenuto il numero, che hà da mostrare essa ℞, & per vederlo, si fà vn punto sopra, ò sotto alla prima figura destra del numero proposto, poi lassata la seconda, si fà vn'altro punto sotto alla terza, & lassata la quarta, si fà vn'altro punto sotto alla quinta, & così si segue fino al fine delle figure del numero proposto, di modo cioè, che fra l'vn punto, & l'altro vi sia vna figura intermedia. Et il numero delli punti in questo modo trouati, mostrarà il numero delle figure, dalle quali deue essere contenuto il numero, che hà da essere ℞ del numero proposto. Et la causa di ciò nasce di qui. Vn numero d'vna figura sola moltiplicato in se stesso, produce vn numero d'vna figura, ò al più vn numero contenuto da due figure, come auuiene per esempio à moltiplicare 2. in se stesso, che fà 4. ouero 9. in se stesso, che fà 81. onde quando vn numero proposto sarà contenuto da vna, ò da due figure, se bene arriuasse à 99. la sua ℞ sarà numero d'vna figura sola, & però non arriuarà à 10. numero, che è il minore di due figure, che si possa trouare, & il suo quadrato è 100. che è contenuto da tre figure, & però supera 99. che è il maggior numero, che si troui contenuto da due figure. Ancora, Vn numero di due figure moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da tre figure almeno, ò da quattro figure al più, come si vede nelli quadrati di 10. & di 99. che sono 100. & 9801. Ancora Vn numero contenuto da tre figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da cinque figure almeno, ò da sei figure al più, come si vede nelli quadrati di 100. & di 999. che sono 10000. & 978001. Ancora Vn numero contenuto da quattro figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da sette figure almeno, ò da otto al più; Cioè Ciascun numero moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero, che sarà contenuto da due volte tante figure al più, ouero da vna manco di due volte tanto, almeno. Onde Vn numero di 25. figure, moltiplicato in se stesso, produrrà vn numero contenuto da 50. figure al più, ò da 49. almeno; Et così conuersamente, ò per il contrario. Vn numero di 50. figure, ò di 49. douendo si produrre da alcun numero moltiplicato in se stesso, conuiene, che il producente sia di 25. figure, cioè sia di tante figure, quanto è la mità del numero delle figure, del numero, che hà da essere prodotto, se esso numero di figure del prodotto sarà paro; ò quanto è la mità del numero paro à lui prossimo maggiore, se esso numero di figure del prodotto fusse disparo. Et perche proposto vn numero, à trouare vn'altro numero intiero, che moltiplicato in se stesso produca il proposto, ò se li approssimi più che si può *(quando il proposto non sia quadrato)* quello, che si trouarà si chiama la ℞ del proposto; conosciamo, che quando vn numero proposto sarà poniamo di 30. figure, ò di 29. che la sua ℞ necessariamente sarà numero di 15. figure, & se il numero proposto fusse di 80. ouero 79. figure, la sua radice necessariamente saria numero di 40. figure, &c. Questo inteso, per venire breuemente alla inuētione dell'operare nel pigliare la ℞ quadra delli numeri, & procedere naturalmente secondo il nostro solito, douiamo auuertire, che il pigliare la ℞ d'vn numero proposto è à punto il conuerso del moltiplicare vn numero dato in se stesso, onde conuiene, che sappiamo trouare operatione conuersa ad esso moltiplicare, & lo faremo considerando bene il modo del moltiplicare; Che per esempio dato 46. da moltiplicare in se medesimo, vediamo, che il prodotto consta di tre moltiplicationi, cioè di 36. quadrato di 6. prima figura destra, qual 36. occupa il primo luogo, di 48. doppio del prodotto di 4. seconda figura, via 6. prima, qual 48. occupa il secondo luogo; & di 16. quadrato di 4. seconda figura, qual 16. occupa il terzo luogo, & se bene nel secondo luogo hora si vede entrare il 3. del 36. & nel terzo luogo si vede entrare il 4. del 48. & il 16. &c. si vede occupare ancora il quarto luogo, questo non impedisce, che noi non conosciamo, che il proprio luogo del quadrato della prima figura destra del 46. dato, è il primo luogo del prodotto totale, & che il proprio luogo del doppio del prodotto della seconda figura, via la prima, è il secondo luogo del prodotto totale, & che il proprio luogo del quadrato della seconda figura del numero dato, è il terzo luogo del prodotto totale, se bene quādo li quadrati, & doppio del prodotto detto sono numeri, che habbino due figure, essi possono con la loro seconda figura inferirsi nel luogo à loro seguente verso man sinistra. Hora dal vedere la operatione, che ci mostra, che 46. via 46. fà 2116. noi ingegnandoci di trouare il 46. producente il 2116. quando esso 46. non ci fusse noto, consideraremo, che nel 21. trouato nel quarto, & terzo luogo s'include

46
46
36
48
16
2116

2116
46
8 516

41
41
1
8
8
16
1681

22
22
4
8
8
4
484

clude

clude il quadrato della seconda figura del 46. però conuiene, che essa seconda figura *(benche ella sarà la prima di questa operatione, cominciãdo da man sinistra)* sia quella, il quadrato della quale è incluso nel 21. cioè quella, che è ℞ del maggior numero quadrato, che è compreso in 21. ma questo maggior quadrato è 16. però essa figura sarà 4. & oltre il quadrato di esso 4. nel 21. resta 5. al quale accompagnato il 16. seguente del 2116. fà 516. In questo 516. hora sappiamo inchiudersi il 48. doppio del prodotto di 4. figura trouata del 46. nel 6. figura da trouarsi, & anco inchiudersi il quadrato d'esso 6. da trouarsi, ma di modo, che il doppio del prodotto delle due figure dette si contiene nel solo 51. che arriua ad occupare solo il secondo luogo destro del 516. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 516. però conuerrà, che la figura da trouarsi sia tale, che moltiplicata via il 4. trouato, & il doppio del prodotto cauato dal 51. ouero *(& resulta l'istesso)* che moltiplicata via il doppio del 4. trouato, & il prodotto cauato dal 51. & poi à quello, che resta accompagnato il 6. il numero, che se ne compone possa capire, ò contenere il quadrato di detta figura da trouarsi; ma il numero, ò figura, che moltiplicata via 8. doppio di 4. facci 51. ò manco, è quello, che si troua à partire 51. per esse 8. onde diremo l'8. in 51. entra solo 6. volte, però più di 6. non può essere la figura, che si cerca, ma sarà 6. ò manco di 6. & per vedere se è 6. diremo à cauare il prodotto di 8. via 6. cioè 48. dal 51. resta 3. & à questo accompagnato il 6. del 516. fà 36. hora se questo 36. potrà capire il quadrato del 6. detto, cioè se il quadrato di 6. si potrà cauare da 36. esso 6. sarà la figura cercata; ma il quadrato di 6. è à punto 36 cioè à punto si può cauare dal 36. & non resta cosa alcuna, però conosciamo, che il 6. è la figura cercata precise, & questa accompagnata al 4. trouato fà 46. & così sappiamo, che 46. è necessariamente la ℞ di 2116. & che è ℞ precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 6. dal 36. che si haueua nõ è restato cosa alcuna. Hora, che sappiamo come si operi nel pigliare la ℞ d'vn numero, che non passi quattro figure, & che perciò la sua ℞ non sia se non di due figure, noi pure seruẽdoci del natural discorso, vedremo d'ampliare la nostra cognitione, & però supponeremo d'hauere vn numero di tre figure, & sia 465. da moltiplicare in se stesso, ma fingeremo, che il 46. finistro sia vna figura sola, & perciò egli con il 5. siano solo due figure, perilche nel moltiplicare esso 465. in se stesso, diremo, 5. prima figura, via 5. prima figura, fà 25. da ponere nel primo luogo *(cioè il 5. destro nel primo luogo, & il 2. più auanti come bisogna)* poi 5. prima figura, via 46. seconda, fà 230. che con l'altro 230. fà 460. ouero più facilmente diremo, 10. doppio del 5. prima figura, via 46. seconda, ouero 92. doppio della seconda, via 5. prima, fà 460. & questo poneremo nel secondo luogo, cioè il 0. destro nel secondo luogo, & il 46. più oltre, poi diremo 46. seconda figura, via 46. seconda figura, fà 2116. & questo poneremo nel terzo luogo, cioè il 6. destro nel terzo luogo, & il 211. più oltre; finalmente sommaremo questi prodotti insieme, come l'ordine loro ricerca, & haueremo per prodotto totale 216225. & questo è il quadrato di 465. Hora da questa operatione ci ingegnaremo di cauarne la sua conuersa, che sarà mediante il prodotto, trouare il suo producente, cioè trouare la ℞ del 216225. & perche vediamo il quadrato del 5. prima figura del 465. occupare il primo luogo, il 460. doppio del prodotto del 46. seconda figura, nella prima occupare il secondo luogo, & il quadrato del 46. seconda figura occupare il terzo luogo, & seguenti; cioè, perche vediamo, che quanto al 46. vengono occupati tutti i luoghi del 216225. eccetto i dui primi destri, conosciamo, che nel 2162. consiste la operatione del 46. cioè che il quadrato del 46. si include nel 2162. ò vogliamo dire, che la inuentione del 46. depende dal 2162. & che la inuentione del 5. depende dal seguente 25. però prima nel modo superiore trouaremo la ℞ del 2162. sapẽdo, che la prima figura sinistra si hà da trouare mediante il numero del terzo luogo, & del quarto ancora, quando in esso quarto luogo vi è cosa alcuna, come auuiene hora; & che la seguente figura della ℞ si hà da trouare mediãte il primo luogo, & anco del secondo, & dell'auanzo delli altri, quando d'essi auanza cosa alcuna; onde hora pigliando il 21. diremo la ℞ di 21. è 4. cioè il maggior numero intiero quadrato, che si includa in 21. è 16. del quale la ℞ è 4 & auanza 5. però posto 4. fra le righe rincontro all'1. il 5. auanzo scriueremo sotto alle righe al suo luogo, cioè rincontro all'1. del 21. & à questo 5. accompagnaremo da man destra il 62. che farà 562. mediante il quale inuestigaremo la seguente figura, adoprando esso 562. in due volte, come s'è detto, cioè il 56. da se, & il 2. con quello, che auanzarà da se, dicendo 8. *(doppio di 4. trouato)* in 56. entra 7. volte, & non auanza cosa alcuna, & però haueremo poi solo il 2; il quadrato di detto 7. è 49. & non si può cauare da esso 2. però questo 7. è troppo grande, cioè non può essere la figura, che cerchiamo; noi dunque abbassandoci vna vnità, cioè pigliando il numero prossimo minore, che è 6. cõsideraremo se egli è buono, cioè

465		216225
465		465
25		
460	8	562
2116		516
216225	92	4625

no, cioè se è la figura, che cerchiamo, dicendo 6. volte 8. doppio di 4. trouato, fà 48. & questo cauato da 56. resta 8. quale accompagnato al 2. seguente, fà 82. & il quadrato di 6. detto è 36. che si può cauare dall'82. *(& resta 46.)* però 6. è la figura, che cerchiamo, da ponere fra le righe rincontro al 2. del 2162. & così sappiamo la ℞ di 2162. essere 46. & che anco auanza qualche cosa; & per trouare esso auanzo *(se bene ciò si può fare breuemente, moltiplicando, & sottrando in vn'istesso tempo)* noi al modo ordinario moltiplicaremo il 6. trouato in se stesso, per ponere il suo quadrato nel primo luogo, & anco moltiplicaremo il medesmo 6. per il doppio del 4. trouato, cioè per 8. *(che quest' 8. per facilità si può anco scriuere da se da man sinistra dell'operatione)* da ponere il prodotto nel secondo luogo, &c. cioè diremo 6. via 6. fà 36. & ponendo il 6. serbaremo il 3. poi 6. via 8. fà 48. & 3. serbato fà 51. che posto oltre al 6. fà in tutto 516. & questo sottratto dal 562. sopraposteli, resta 46. & così sin'hora sappiamo del 2612. la ℞ essere 46. & restare 46. Fatto questo, considerando il totale 261225. separato in 2612. *(nel quale habbiamo trouato la figura della sua ℞ essere 46. & auanzare 46.)* & in 25. hauendo adoprato il 2612. adopraremo hora il 25. nel modo da principio imparato, che sarà accompagnando 25. al 46. auãzato, che fà 4625. & considerando, che in questo 4625. si include il prodotto del doppio della figura trouata *(cioè di 92. doppio di 46.)* via la figura da trouarsi, & anco vi si inchiude il quadrato di essa figura da trouarsi, ma di modo, che il doppio del prodotto detto delle due figure si contiene nel solo 462. che arriua ad occupare solo il secondo luogo destro del 4625. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 4625. però la figura da trouarsi hà da essere tale, che moltiplicata via 92. doppio del 46. trouato, & il prodotto cauato dal 462. & al restante accompagnato il 5. quel numero, che se ne compone possa contenere il quadrato di detta figura da trouarsi, onde venendo alla inuentione d'essa diremo, 92. in 462. entra 5. volte, & auanza 2. *(operando al solito, cioè dicendo 9. in 46. entra 5. volte, & auanza 1. che con il 2. fà 12. & in questo 12. anco il 2. del 92. entra le medesme 5. volte, & di più auanza 2.)* qual 2. accompagnato al 5. seguente del 4625. fà 25. & il quadrato del 5. detto è 25. che capisce à punto nel 25. che habbiamo. però si conosce, che 5 è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo, cioè accompagnata al 46. trouato, fà 465. quale si vede di necessità douere essere la ℞ di 216225. & che è ℞ precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 5. dal 25. che si haueua, non resta cosa alcuna.

Et se bene quello, che fin quì si è detto potria bastare all'accorto Pratico, circa alla intelligenza del modo di pigliare la ℞ di qual si vogli numero contenuto da quante figure si voglino, nondimeno seguiremo ancora ad inuestigare giuditiosamente la ℞ delli numeri, delli quali essa ℞ sia di 4. figure, & che perciò essi numeri siano contenuti da sette, ouero otto figure; & per farlo supponeremo d'hauere 4653. da moltiplicare in se stesso, fingendo, che il 465. finistro sia vna figura sola, & che però egli con il 3. siano solo due figure; perilche nel moltiplicare esso 4653. in se stesso, diremo, 3. prima figura, via 3. prima figura fà 9. da ponere nel primo luogo, poi 3. prima figura, via 465. seconda, fà 1345. & ancora 465. seconda figura, via 3. prima, fà 1345. che con l'altro 1345. fà 2790. Ouero più facilmente diremo, 6. doppio del 3. prima figura, via 465. seconda, ouero 930. doppio della seconda figura, via 3. prima, fà 2790. & questo poneremo nel secondo luogo, cioè il 0. destro nel secondo luogo, & il 279. più oltre; poi diremo 465. seconda figura, via 465. seconda figura, fà 216225. & questo poneremo nel terzo luogo, cioè il 5. destro nel terzo luogo, & il 21622. più oltre; finalmẽte sommaremo insieme questi prodotti come si ricerca, & haueremo 21650409. prodotto totale, & questo è il quadrato di 4653. Hora da questa operatione impararemo la à lei conuersa, che sarà mediante il prodotto trouare il suo producente, cioè trouare la ℞ del 21650409. onde vedendo il quadraro del 3. prima figura del 4653. occupare il primo luogo, & il 2790. doppio del prodotto del 465. seconda nella prima occupare il secondo luogo, & il quadrato del 465. seconda figura occupare il terzo luogo, & seguenti, cioè vedendo, che quanto al 465. vengono occupati tutti i luoghi del 21650409. eccetto i dui primi destri, conosciamo, che nel 216504. consiste la operatione del 465. cioè che il quadrato del 465. si include nel 216504. ò vogliamo dire, che la inuentione del 465. depende dal 216504. & che la inuentione del 3. depende dal seguente 09. però prima nel modo superiore trouaremo la ℞ del 216504. & perciò prima la ℞ del 2165. supponẽdo diuiso il 216504. in 2165. & in 04. che del 2165. vedremo la ℞ essere 46. & auanzare 49. al quale accompagnato il 04. seguente, fà 4904. onde per trouare la figura da accompagnare al 46. supponendo separato il 490. dal 4. nel 4904. diremo, 92. doppio del 46. trouato, in 490. entra 5. volte, & auanza

4653		21650409
4653		4653
9	8	565
2790		516
216225	92	4904
21650409		4625
	930	27909

Piglisi la ℞ di 122991126872592599470980663603

3 5 0 7 0 0 9 0 8 0 0 0 8 1 0

6 329
325

70 491
000. è superfluo.

700 49112
49049

7014 6368
00000. è superfluo.

70140 636872
000000. è superfluo.

701400 63687259
63126081

7014018 56117825
00000000. è superfluo.

70140180 5611782599
5611214464

701401816 56813547
0000000000. è superfluo.

7014018160 5681354709
00000000000

70140181600 568135470980
000000000000. è superfluo.

701401816000 56813547098066
56112145280064

7014018160016 70140181800236
70140181600161

70140181600162 20007503
00000000000000. è superfluo.

auanza 20007503

Nella superiore operatione si sono fatte quelle moltiplicationi di zeri, &c. accioche il principiante conosca à pieno, perche elle siano in tutto superflue, & d'ingombro, & però da non vsar mai, onde egli potrà operare come quì sotto si vede.

122991126872592599470980663603

3 5 0 7 0 0 9 0 8 0 0 0 8 1 0

6 329
325

700 49112
49049

701400 63687259
63126081

70140180 5611782599
5611214464

701401816000 56813547098066
56112145280064

7014018160016 70140181800236
70140181600161

auanza 20007503

auanza molto, cioè tãto, che accompagnatoli il 4. destro del 4904. dal numero, che se ne formasse si potrà cauare il quadrato di detto 5. però 5. è la figura da scriuere fra le righe in compagnia del 46. & farà 465. per la ℞ di 216505. & p sapere quanto auanza, moltiplicaremo 5. *(figura hora trouata)* in se stesso, & fà 25. del quale poneremo il 5. sotto al 4. destro del 4904. serbando il 2. poi moltiplicando esso 5. trouato, via 92. *(doppio del 46.)* diremo 5. via 2. fà 10. & 2. serbato fà 12. del quale scriueremo il 2. al suo luogo, serbãdo l'1. poi 5. via 9. fà 45. & 1. serbato fà 46. da scriuere al suo luogo, & haueremo 4625. da sottrare dal 4904. & resta 279. & così sappiamo la ℞ di 216504. essere 465. sopradetto, & che auanza 279. hora considerãdo il totale 21650409. separato in 216504. *(del quale habbiamo trouato la figura della sua ℞ essere 465. & auanzare 279.)* & in 09. hauendo adoprato il 216504. adopraremo mò il 09. che farà accõpagnando 09. al 279. auanzato, che fà 27909. & considerando in questo 27909. includersi il prodotto del doppio della figura trouata *(cioè di 930. doppio di 465.)* via la figura da trouarsi, & anco includeruisi il quadrato d'essa figura da trouarsi, di modo però, che il doppio del prodotto detto delle due figure si comprende nel solo 2790. che arriua ad occupare solo il secõdo luogo destro del 27904. & il quadrato della figura da trouarsi occupa tutto il resto del 27909. vediamo la figura da trouarsi douere

Proua 35070090800081 0
35070090800081 0

315630817200729
284067735490656 1
280560726400648
245490635600567
122745317800283 5 20007503. auanzo.

122991126852592599470980663603

uere esser tale, che moltiplicato via 930. doppio del 465. trouato, & il prodotto cauato dal 2790. & al restante accompagnato il 9. il numero, che se ne compone, possa contenere il quadrato di detta figura da trouarsi; onde venendo alla inuentione d'essa, diremo, 930. in 2790. entra 3. volte precise, cioè 9. in 27. entra 3. volte senza auanzo, & 3. seguente in 9. seguente entra le medesme 3. volte senza auanzo, & vltimamente 0. seguente in 0. seguente entra le istesse 3. volte senza auanzo, però hora del 27909. totale haueremo solo il 9. destro, che non auanza cosa alcuna, al quale egli s'accompagni; ma del 3. detto *(numero delle volte, che il 930. entra nel 2790.)* il quadrato è 9. che à punto capisce nel 9. che habbiamo, per ilche si conosce, che 3. è la figura cercata, & questa scritta fra le righe al suo luogo in cõpagnia del 465. trouato, fà 4653. quale si vede douere essere la ℞ di 21650409. Et che è ℞ precise, cioè che non auanza cosa alcuna, perche nel fine della operatione à cauare il quadrato di 3. figura trouata da 9. che si haueua, non resta cosa alcuna. Hora considerãdo noi, che nel 4653. il quadrato del 3. destro depende in particolare dal 9. prima figura destra puntata del 21650409. il quadrato del 5. seguente dal 4. terza figura, doue è il secondo punto; il quadrato del 6. terza figura dal 5 *(quinta figura)* doue si fà il terzo punto, & il quadrato del 4. quarta figura dall'1. *(settima figura)* doue è il quarto punto, conosceremo benissimo la causa del modo di puntare i numeri, delli quali si piglia la ℞, cioè perche essi punti si fanno sotto alla prima, terza, quinta, settima, nona, vndecima, &c. interlassando vna figura fra vn punto, & l'altro; & perche le figure da trouarsi si vanno ponendo sotto alle figure puntate, & finalmente, perche dal numero de' punti si vede altretante douere essere le figure da trouarsi, che componeranno la ℞ cercata. Ancora vediamo, che proposto vn numero grande quanto si vogli, da pigliarne la ℞, noi puntatolo, per vedere da quante figure sarà contenuto la ℞ d'esso, fingeremo, che si habbia da pigliare la ℞ solo del numero, che si contiene fino al secondo punto sinistro inclusiuamente *(cioè inclusoui esso punto, ò figura del punto)* & trouatala, all'auanzo della operatione accompagnaremo le due figure seguenti, abbracciando il seguente terzo punto, trouando la figura, che và posta sotto ad esso terzo punto, nel modo veduto, & trouatala, cioè trouate le 3 prime figure sinistre della ℞, all'auanzo della operatione accompagnaremo le due seguẽti figure, abbracciando il seguente quarto punto, & trouando la quarta figura, che và posta sotto ad esso quarto punto, nel modo medesmo, & poi pure similmente nell'istesso modo trouaremo la quinta figura della ℞, poi la sesta, & tutte l'altre, che seguiranno, fino al fine della operatione, nella quale quando non auanzarà cosa alcuna, sapremo il numero proposto essere quadrato, & la sua ℞ essere precise il numero trouato fra le righe, ma quando nel fine della operatione auanzasse qualche cosa, ciò mostrarà il numero proposto non essere quadrato, & il numero trouato fra le righe essere l'intiero propinquo della sua ℞; Et mediante l'auanzo, &c. volendo formare il rotto propinquo d'essa ℞, operaremo in quale delli modi mostrati ci verrà à proposito.

LAVS DEO SEMPER.

DISCORSO

Per venire in cognitione del modo di trouare la Radice quadra de' numeri misti d'intiero, & rotto, senza ridurli à forma di rotto.

SIA dato 66430 $\frac{870}{961}$. da pigliarne la radice quadra. Vediamo, che del denominatore 961. la ℞ è 31. che in 257. entra volte 8 $\frac{9}{31}$. il doppio è 16 $\frac{18}{31}$. però ogni 31. esimo importa 16 $\frac{18}{31}$. Questo in 381. auãzo entra volte 23. & 16 $\frac{18}{31}$. via 23. fà $\frac{414}{31}$. cioè 13 $\frac{11}{31}$. & 368. cioè 381 $\frac{11}{31}$. che si può cauare da 381 $\frac{870}{961}$. però potria essere, che li 31. esimi fussero 23. cioè che il rotto da accompagnare al l'intiero 257. fusse $\frac{23}{31}$. che questo $\frac{23}{31}$. via 257. intiero preso due volte, fà 381 $\frac{11}{31}$. che fino à 381 $\frac{870}{961}$. cioè cauato $\frac{341}{961}$. da $\frac{870}{961}$ resta $\frac{529}{961}$. qual deue essere il quadrato del solo rotto $\frac{23}{31}$. accioche la quantità proposta sia quadrata *(che altramente occorrendo, ella non saria quadrata)* ma à pun-

Moltiplichisi 257 $\frac{23}{31}$. in se stesso.

257 $\frac{23}{31}$ $\frac{46}{31}$ 1 $\frac{15}{31}$
3855
124 $\frac{1}{31}$ 341
257
66049 $\frac{529}{961}$
fà 66430 $\frac{870}{961}$

Piglisi la ℞ quadra di 66430 $\frac{870}{961}$

2 5 7
393
381

to il quadrato di 23. è 529. cioè il quadrato di $\frac{23}{31}$. è l'istesso $\frac{529}{961}$. però la quantità data è quadrata, & la sua ℞ è 257 $\frac{23}{31}$. Et così si potrà in vn'istesso tempo cercare se vna quantità da ta composta d'intiero, & rotto sia quadrata, & essendo quadrata, trouarne la sua ℞ quadra, senza ridurla à forma di rotto; auuertendo però, che, acciò possa essere quadrata, conuiene, che il denominatore del rotto d'essa quantità sia numero quadrato, & che anco si conosca *(con il moltiplicare le prime due figure destre, &c. del denominatore, & dell'intiero della quantità giongendoli le due prime figure destre del numeratore, ò altre, occorrendo)* che il numeratore, quando la quantità data fusse ridutta à forma di rotto, possa essere numero quadrato, cioè termini in 1.4.5.6.9. ouero 0. con le conditioni conuenienti all'altre figure ad esse 1. 4. 5. 6. 9. 0. antecedenti; & notate nel nostro Trattato della ℞ quadra.

Sia anco, che si vogli vedere se dato 7259 $\frac{1}{36}$. egli habbi radice precise, & trouarla se l'hà. Si vede, che il denominatore 36. è numero quadrato, & che anco à moltiplicare esso denominatore 36. via il 59. destro, & giongerli l'1. numeratore, il prodotto terminarà in 25. che è similmente inditio di potere essere quadrato il total prodotto di 36. via 7259. giontoli l'1. Onde pigliando al solito la ℞ del 7259. ella sarà 85. & auanza 34. che con il rotto $\frac{1}{36}$. faria 34 $\frac{1}{36}$. Hor notisi, che se il dato hà ℞, perche il denominatore del suo rotto è 36. la ℞ del quale è 6. conuerrà, che il denominatore del rotto da accompagnare all'85. sia 6. però esso rotto sarà $\frac{1}{6}$. ouero $\frac{2}{6}$. ò $\frac{3}{6}$. ò $\frac{4}{6}$. ò $\frac{5}{6}$. anzi ne $\frac{2}{6}$. ne $\frac{3}{6}$. ne $\frac{4}{6}$. potrà essere, perche questi veramente *(abbreuiati, ò schifati)* sono $\frac{1}{3}$. ò $\frac{1}{2}$. ò $\frac{2}{3}$. & però il denominatore del rotto da accompagnare all'85. doueria essere, ò 3. ò 2. & consequentemente il quadrato del composto conuerria, che hauesse rotto, il denominatore del quale fusse non 36. ma il quadrato di 3. ò di 2. cioè 9. ò 4. onde esclusi $\frac{2}{6}$. $\frac{3}{6}$. & $\frac{4}{6}$. resta, che solo possa essere $\frac{1}{6}$. ouero $\frac{5}{6}$. ma perche per formare il denominatore del rotto, oltre l'intiero della ℞ si doppia esso intiero, & ne nasce detto denominatore, doppiando hora 85. in mente, che fà 170. & partendo questo 170. per 6. che ne viene 28. & più *(cioè* 28 $\frac{1}{3}$.*)* ouero partẽdo il simplice 85. per la mità del 6. che è 3. & ne viene l'istesso 28 $\frac{1}{3}$. sapremo, che ogni sesto importarà 28. & poco più, ma quì auanza 34. che è molto più di 28. però il rotto non può essere $\frac{1}{6}$. Et perche $\frac{5}{6}$. poi importariano 5. volte 28. & più, che saria molto maggiore del 34. conosciamo, che il rotto non può manco essere $\frac{5}{6}$. & perciò siamo sicuri, che il dato 7259 $\frac{1}{36}$. non è num. quadrato, onde se vorremo la sua ℞ propinqua, diremo ella essere quasi 85 $\frac{1}{5}$. Et essendo dato 1570 $\frac{9}{64}$. da vedere se hà ℞ precise, & trouarla ancora se l'hauerà *(che il 64. denominatore quadrato, & il terminare in 9. il prodotto, che nascesse dal moltiplicare l'intiero, via il denominatore 64. & giongerli il 9. numeratore, sono inditij, ò segni di potere essere quadrato)* noi presa la ℞ dell'intiero 1570. ella è

Di 7259 $\frac{1}{36}$
quasi 8 5 $\frac{1}{5}$
85
34
la ℞ è quasi 85 $\frac{17}{85}$

Di 1570 $\frac{9}{64}$
la ℞ è 3 9 $\frac{5}{8}$
67
49

39. &

39. & auanza 49. che con il $\frac{9}{64}$. fà poi 49 $\frac{9}{64}$. hora, perche la ℞ di 64. denominatore è 8. conuerrà, che il denominatore del rotto da accompagnare al 39. *(se il dato numero sia quadrato)* sia 8. & però il numeratore douerà essere 1. ò 3. ò 5. ò 7. cioè il rotto douerà essere $\frac{1}{8}$. ò $\frac{3}{8}$. ò $\frac{5}{8}$. ò $\frac{7}{8}$. *(che $\frac{2}{8}$. ne $\frac{4}{8}$. ne $\frac{6}{8}$. può essere, perche questi sono $\frac{1}{4}$. ò $\frac{1}{2}$. ò $\frac{3}{4}$.)* ma questo 8. nel doppio di 39. ò la mità di 8. cioè 4. nel simplice 39. entra volte 9 $\frac{3}{4}$. però ogni ottauo importa 9 $\frac{3}{4}$. & questo in 49. auanzo entra 5. volte *(che sariano $\frac{5}{8}$. atti à poter seruire)* che 5. volte 9 $\frac{3}{4}$. fà 48 $\frac{3}{4}$. & auanza ancora $\frac{1}{4}$. Et accioche $\frac{5}{8}$. sia buono, conuien mò, che dall' $\frac{1}{4}$. detto, che auanza, giontoli il $\frac{9}{64}$. rotto del dato, si possa cauare precise il quadrato d'esso $\frac{5}{8}$. che è $\frac{25}{64}$. ma $\frac{1}{4}$. & $\frac{9}{64}$. cioè $\frac{16}{64}$. & $\frac{9}{64}$. fanno à punto $\frac{25}{64}$. però siamo sicuri il $\frac{5}{8}$. essere buono, & che il dato numero è quadrato, & la sua ℞ essere 39 $\frac{5}{8}$.

Ancora dato 326242 $\frac{162}{289}$. che hà segni di potere essere quadrato, presa la ℞ dell'intiero, ella è 571. & auanza 201. hora il 17. ℞ del denominat. 289. in 571. entra volte 33 $\frac{10}{17}$. che doppiato, fà 67 $\frac{3}{17}$. & questo è quanto importa ogni 17. esimo, quale in 201. entra quasi volte 3 *(& sariano 3. 17. esimi)* che 3. volte 67 $\frac{3}{17}$. fà 201 $\frac{9}{17}$. ma vediamo, che al 201. auanzo gionto il rotto $\frac{162}{289}$. se ne potrà cauare il 201 $\frac{9}{17}$. cioè che il $\frac{9}{17}$. ò $\frac{153}{289}$. che vi è, oltre al 201. può supplirsi dal $\frac{162}{289}$. che di più vi auanza ancora $\frac{9}{289}$. dal quale si può precise cauare il quadrato delli 3. 17. esimi detti *(che il suo quadrato è à punto $\frac{9}{289}$.)* però conosciamo, che il numero dato è quadrato, & che la sua ℞ è 571 $\frac{3}{17}$.

Di 326242 $\frac{162}{289}$
la ℞ è 5 7 1 $\frac{3}{17}$
76
134
201

Notisi, che per pigliare la ℞ propinqua eccedẽte delli numeri intieri non quadrati, alli quali mãca solo vna vnità ad essere quadrati, come 3.8.15.24.35. &c. noi per intiero preso quell'A, che è ℞ del prossimo inferiore minor quadrato; per formare poi il rotto poneremo per numeratore 1. più dell'auãzo del quadrato del num. A, preso per ℞ fino al num. dato, di che si piglia la ℞, & per denominatore pigliaremo il doppio, & 2. più del num. A, *(che è la ℞ presa)* & esso rotto così formato accompagnaremo al num. intiero A, preso per ℞, che il composto sarà la ℞ propinqua eccedente del num. dato, & l'eccesso sarà vn rotto, che hauerà sempre per numeratore 1. & per denominatore il quadrato del denominatore del rotto formato; Per esempio sia dato 99. *(che è 1. manco di 100. numero quadrato)* da pigliarne la ℞ quadra, l'intiero A, sarà 9. che è ℞ di 81. numero quadrato prossimo inferiore al dato 99. & l'auanzo di 81. quadrato di 9. al 99. è 18. al quale si giunge sempre 1. & fà 19. per numeratore del rotto, il denominat. del quale è sempre 2. più di 18. doppio del 9. intiero, ò vogliamo dire è sempre 1. più del numeratore, & però sarà 20. & si formarà $\frac{19}{20}$. che accompagnato al 9. intiero, fà 9 $\frac{19}{20}$. per la ℞ propinqua eccedente di 99. dato, & l'eccesso sarà $\frac{1}{400}$. che per numeratore hà sempre 1. & per denominatore il quadrato del denominatore 20. & così il quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. sarà 99 $\frac{1}{400}$. La causa di questo si conosce dal seguẽte discorso; Se dicessimo al solito la ℞ di 99. essere 9 $\frac{18}{18}$. *(cioè 10.)* il suo quadrato saria 100. cioè 1. più del 99. ma dicendo ella essere 9 $\frac{19}{20}$. quantità minore del 10. il quadrato di esso 9 $\frac{19}{20}$. sarà anco minore del quadrato di 10. Et la differẽza de' quadrati di questi 10. & 9 $\frac{19}{20}$. sarà quanto il prodotto, che nasce à moltiplicare la somma d'essi dui lati 10. & 9 $\frac{19}{20}$. che è 19 $\frac{19}{20}$. via la differẽza de gl'istessi 10. & 9 $\frac{19}{20}$. che è $\frac{1}{20}$. cioè à moltiplicare 19 $\frac{19}{20}$. via $\frac{1}{20}$. il prodotto sarà la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. Ma se il 19 $\frac{19}{20}$. fusse 20. quanto è il 20. denominatore del rotto $\frac{1}{20}$. allhora à moltiplicare 20. via $\frac{1}{20}$. faria precise 1. ma 19 $\frac{19}{20}$. è manco di 20. in $\frac{1}{20}$. però il dutto di $\frac{1}{20}$. in 19 $\frac{19}{20}$. farà manco d'1. & tanto manco, quanto importa il dutto d'esso $\frac{1}{20}$. nell' $\frac{1}{20}$. detto, che mãca al 19 $\frac{19}{20}$. per arriuare à 20. che è quanto à dire il quadrato d' $\frac{1}{20}$. cioè $\frac{1}{400}$. che hà sempre per numeratore la vnità, & per denominatore il quadrato del 20. denominatore del $\frac{19}{20}$. Et perciò il dutto di $\frac{1}{20}$. in 19 $\frac{19}{20}$. sarà 1. manco $\frac{1}{400}$. *(cioè sarà $\frac{399}{400}$.)* perilche la differenza del quadrato di 10. al quadrato di 9 $\frac{19}{20}$. sarà $\frac{399}{400}$. cioè $\frac{1}{400}$. manco d'1. Onde se il quadrato di 10. supera 99. dato in 1. il quadrato poi di 9 $\frac{19}{20}$. che non è intieramente 1. manco del quadrato di 10. ma vi manca $\frac{1}{400}$. verrà anco egli à superare il 99. ma solo in questo $\frac{1}{400}$. *(che è il quadrato di $\frac{1}{20}$. quale manca al 9 $\frac{19}{20}$. per arriuare à 10.)* come si volea mostrare.

Regola

REGOLA

Di ponere vna data quantità, ò numero di Fanti in ordinanza quadra di Terreno, ò d'altra sorte.

SAPPIASI, che si dice li fanti in ordinanza hauere fra loro da spalla à spalla 3. piedi, & da petto à petto, ò da schiena à schiena 7. piedi, cioè ciascun fante in ordinanza per fronte occupare piedi 3. & per fianco piedi 7. *(che da ciascuna fila alla à lei prossima sono piedi 7.)* onde hauendo fanti 21. & facendone 3. file à 7. fanti per fila, essi verriano ad occupare vn Quadro di Terreno, che saria piedi 21. per ciascun lato; perilche di quì si manifesta, che il volere ridurre vna data quantità di fanti, poniamo 300. ad ordinanza quadra di Terreno, è il trouare dui numeri nella proportione di 3. à 7. che moltiplicati insieme faccino 300. Per trouarli, ponasi, che l'vno sia 3. Cose, & l'altro 7. Cose, che hanno la proportione detta, il loro prodotto è 21. Censi, & doueria essere 300. però 21. Censi importa quanto 300. cioè è eguale à 300. onde si parte 300. per 21. numero delli Censi, & ne viene $\frac{300}{21}$. cioè $14\frac{2}{7}$. & questo è il valore d'1. Censo solo, perilche 1. cosa, che è ℞ quadra d'1. Censo valerà la ℞ quadra di $14\frac{2}{7}$. cioè ℞ $14\frac{2}{7}$. Et perche si pose l'vno de' dui numeri essere 3. Cose, & l'altro 7. Cose, moltiplicaremo la ℞ $14\frac{2}{7}$. valore d'1. Cosa; per 3. & per 7. cioè per ℞ 9. & per ℞ 49. & produrranno ℞ $128\frac{4}{7}$. & ℞ 700. che sono le due quantità cercate nella proportione di 3. à 7. quali moltiplicate insieme, producono 300. ma perche deuono seruire à numero di fanti, che hà da essere rationale, & intiero, pigliaremo le propinque ℞ scarse in intieri delli $128\frac{4}{7}$. & 700. che sono 11. & 26. & seruendoci di questi, si diria, che si fariano 11. file à 26. fanti per fila, nelle quali *(perche 11. via 26. fà 286.)* sariano fanti 286. & perciò fino al 300. dato auãzariano 14. fanti.

Si può notare, che in questi Casi basta trouare con la Regola vno delli dui numeri cercati, cioè, ò il numero delle file, ò il numero de' fanti, che formano vna fila, perche trouato l'vno in intieri, si può poi con vn simplice partire trouare l'altro, che trouato poniamo il numero delle file, si parta con esso il numero dato de' fanti, che l'auuenimento *(lassando l'auanzo, per non entrare in rotti, & sarà esso auanzo il numero de' fanti, che auanzariano fuori dell'ordinanza)* sarà il numero de' fanti di ciascuna fila; ouero trouato il numero de' fanti d'vna fila, con esso si parta il numero dato de' fanti, che l'auuenimento sarà il numero delle file.

Ma per ridurre questa operatione alla Pratica simplice de' numeri, & à Regola in questi casi si potrà dire. Per ridurre vna data quantità, ò numero di fanti in ordinanza quadra di terreno *(cioè tale, che il numero de' fanti della fronte sia volte $2\frac{1}{3}$. tanto, quanto il numero de' fanti del fianco, ò vogliamo dire quanto il numero delle file)* Moltiplichisi il numero dato de' fanti per 3. & il prodotto si parta per 7. & dell'auuenimento si pigli la ℞ quadra, che ella sarà il numero delle file, con il quale partito il numero, ò quantità data de' fanti, ne verrà il numero de' fanti di ciascuna fila; Et perche quell'auuenimento, di che si hà da pigliare la ℞ quadra sarà molte volte numero non quadrato, cioè non si potrà trouare la sua ℞ precise in numero rationale, allhora piglisi là più prossima minore in intieri *(che i numeri rotti, ò misti non fariano à proposito, se bene fussero precisi, trattandosi di fanti, che hanno la vnità indiuisibile)* che così la ordinãza per il verso delle file, cioè per la banda del fianco, sarà alquanto più corta, che la fronte, qual fronte perciò verrà à farsi tanto più lunga. Et se pigliassimo la ℞ prossima in intieri eccedente, che così hora le file verriano ad essere vna di più, essa ordinanza haueria alquanto più lungo il fianco, che la fronte.

Ouero in altro modo, Moltiplichisi la data quantità, ò numero de' fanti per 7. & il prodotto si parta per 3. & dell'auuenimento si pigli la ℞ quadra, che ella sarà il numero delli fanti, che vanno per fila, con il quale partito il numero dato de' fanti, ne verrà il numero delle file; Et se nel trouare la ℞ detta in intieri si pigliarà la prossima minore, la fronte sarà alquanto meno lunga, perche vi sarà vn fante di manco di quello, che vi saria pigliandosi la prossima maggiore; Onde per fare più ampla la fronte, si può vsare il primo modo, pigliando sempre la ℞ scarsa, cioè prossima minore in intieri, che quando si volesse fare più amplo il fianco, pigliando pure la ℞ scarsa prossima minore in intieri, si adopraria il secondo modo.

Et se la proportione del fianco, & fronte si volesse variare, Ouero, che le distanze supposte non fussero 3. & 7. ma poniamo 2. & 5. come se noi volessimo fare vn'ordinanza tale, che il numero de' fanti della fronte fusse due volte, & mezo quanto il numero delle file, cioè che se le file fussero 2. il numero de' fanti di ciascuna fila fusse 5. noi ci seruiressimo delli 2. & 5. nel modo istesso, che faressimo delli 3. & 7. Esempio.

Si hanno

Esempio con il primo modo.

Sono dati fanti 200
3
7) 600
auuenimento 85
la ℞ scarsa è 9) 200
22. & auanza 2

Si fariano 9. file à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2.

Con il secondo modo.

fanti 200
7
3) 1400
auuenimento 466
la ℞ scarsa è 21) 200
9. & auãza 11

Si fariano 9. file à fanti 21. per fila, & auanzariano fanti 11. però si può dire à fanti 22. per fila, & auanzariano fanti 2. come nell'altro modo.

Altro esempio. Primo modo.

Sono dati fanti 1500
3
7) 4500
642
la ℞ scarsa è 25) 1500
60

Si fariano 25. file à fanti 60. per fila.

Secondo modo.

fanti 1500
7
3) 10500
3500
la ℞ scarsa è 59) 1500
25
320
25. auanzà.

Si fariano 25. file à fanti 59. per fila, & auanzariano fanti 25. & perciò si può ponere vn'altro fante per fila, & dire, che si faranno 25. file à 60. fanti per fila.

Si hanno fanti 1800. da fare vn'ordinãza tale, che la frõte sia volte $2\frac{1}{4}$. quãto il fianco, cioè che essendo il fianco 4. file, allhora in ciascuna fila siano 11. fanti.

Primo modo.

fannti 1800
4
11) 7200
654
la ℞ scarsa è 25) 1800
72

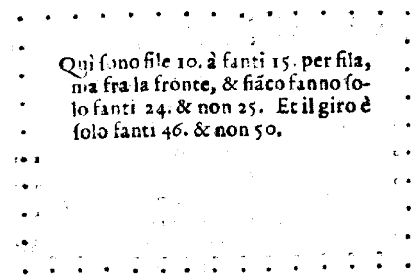
Si fariano file 25. à fanti 72. per fila.

Secondo modo. fanti 1800. via 11. fà
4) 19800
4950
la ℞ scarsa è 70) 1800
25. & auanza 50

Si fariano file 25 à fanti 70. per fila, & auanzariano 50 fanti, quali compartẽdoli nelle 25. file, potranno andare 2. fanti di più per fila, & saranno fanti 72. però si dirà, che si faranno 25. file à fanti 72. per fila.

Si hanno 1600. fanti, & se ne vuol fare vna ordinanza Quadrangola tale, che fra la fronte, & il fianco, ò che il numero delle file gionto al numero de' fanti, che saranno per fila, facci 100. si domanda quante file saranno, & à quanti per fila.

Auertasi, che dicẽdosi, che il numero de' fanti fra la fronte, & il fiãco sia 100. allhora il num. delle file con il numero de' fanti per fila verria ad essere 101. perche il fante angolare viene à comprẽdersi due volte, l'vna nel num. delle file, l'altra nel num. de' fanti, che saranno per fila, & però se le file deuano essere 20. cioè che il numero delle file sia 20. & il numero de' fanti, che vada à ciascuna fila sia 80. allhora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sarà 99. & si douerà dire, Con 1600. fanti si vuol fare vn'ordinanza Quadrangola tale, che il numero de' fanti fra la fronte, & fianco sia 99. *(cioè che il numero de' fanti del suo giro sia 196. che li 4. fanti delli 4. angoli seruono ciascuno d'essi due volte, cioè vna volta per fianco, & l'altra per fronte, onde conuiene hauerui consideratione)* Ouero, che il numero de' fanti del suo giro sia 196. si domanda quante file se ne faranno, & à quanti per fila.



Allhora al 196. gionto 4. fà 200. che la mità è 100. Ouero al 99. si giunga 1. & fà 100. & perciò di 100. cõuerrà fare due parti tali, che produchino 1600. & per farlo ecco il modo. Del 100. da diuidere, la sua mità A 50. si moltiplichi in se medesima, & fà 2500. dal quale si caui il 1600. che deue essere prodotto, & resta 900. di questo si pigli la ℞ quadra, che è 30. quale si giunga, & caui al 50 A, & ne resultano 80. & 20. quali sono le due parti del 100. che moltiplicate insieme, producono 1600. perilche con li 1600. fanti si fariano 20. file à 80. per fila, ma il numero de' fanti della fronte, & fianco, cioè cominciãdo à contare dal principio della fronte,

& se-

	100
la mità è	50
via eſſo	50
fà	2500
ſi caua	1600
reſta	900

la ℞ è 30. da giungere, & cauare al 50. & li reſultanti 80. & 20. ſono il numero delle file, & il num. de' fanti per fila, cioè 20. file à 80. per fila *(ò 80. file à 20. per fila.)*

& ſeguendo in eſſa, & paſſando poi al fianco, ſeguendo fino alla fine d'eſſo fianco, ſaria ſolo 99. che il fante angolare, cioè doue la fronte fà angolo con il fianco vien contato ſolo vna volta; Et ſe pure ſi voleſſe, che in eſſa ordinanza dati li 1600. fanti, il numero de' fanti fra la fronte, & fianco fuſſe non 99. *(come verria ad eſſere facendoſene 20. file à 80. per fila)* ma 100. allhora à queſto 100. ſi giungerà 1. & farà 101. & perciò conuerria mò diuidere 101. in due parti tali, che il prodotto loro ſia 1600. onde vſando la regola, ò modo ſopradetto, diuideremo il 101. in due parti eguali *(cioè ne pigliaremo la mità)* & ne viene 50 $\frac{1}{2}$ A, quale ſi moltiplica in ſe ſteſſo, cioè 50 $\frac{1}{2}$. via 50 $\frac{1}{2}$. & fà 2550 $\frac{1}{4}$. dal quale ſi caua il 1600. dato, & reſta 950 $\frac{1}{4}$. di queſto ſi piglia la ℞ quadra, che è quaſi 30 $\frac{5}{6}$. quale ſi giunge, & caua al 50 $\frac{1}{2}$ A, & ne reſultano quaſi 81 $\frac{1}{3}$. & 19 $\frac{2}{3}$. & più, & queſte ſono le due parti di 101. che moltiplicate inſieme, deuono fare 1600 ma fanno ſolo 1599 $\frac{5}{9}$. cioè non preciſe 1600. perche 30 $\frac{5}{6}$. non è la ℞ quadra preciſe di 950 $\frac{1}{4}$. *(ne ſi può trouare eſſendo eſſo 950 $\frac{1}{4}$. cioè $\frac{3801}{4}$. non quadrato)* ma trattando di fanti, che hanno le vnità Aritmetiche indiuiſibili, cōuerrà laſſare i rotti, & hora ſe diremo i dui numeri cercati eſſere 81. & 19. la ſomma loro ſaria ſolo 100. & non 101. come biſogna, però giongendoſi vna vnità all'81. che i rotti accompagnatili hora lo comportano, ſi potrà dire, che ſiano 82 & 19. *(che 81. & 20. giongendo cioè la vnità non all'81. ma al 20. non ſi può dire, perche il loro prodotto ſaria 1620. quale è maggiore del 1600. dato)* & però ſi concluderà, che ſi faranno 19. file à fanti 82. per fila, che importaranno fanti 1558. auanzandone 42. fino al numero 1600. dato; Et ſe voleſsimo, che in eſſa ordinanza dato li 1600. fanti, il numero del giro fuſſe non 196. *(come verria ad eſſere facendoſene 20. file à 80. per fila)* ne manco 198 *(come verria ad eſſere facendoſene 19. file à 82. per fila)* ma che fuſſe 200. allhora à queſto 200. ſi giungerà 4. *(per li 4. fanti angolari detti)* & fà 204. del quale ſi pigliarà la mità, che è 102. Et di queſto 102. ſi faranno due parti, che produchino il 1600. dato, onde operando al modo moſtrato, eſſe parti ſaranno quaſi 82 $\frac{2}{3}\frac{0}{1}$. & 19 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$. & più, ma laſſando i rotti, accreſcendo l'82 $\frac{2}{3}\frac{0}{1}$. fino al ſeguēte intiero 83. ſi potrà dire, che ſiano 83. & 19. & che perciò ſi potranno fare 19. file à 83. per fila, & importaranno 1577. fanti, onde vi auanzaranno fanti 23. & il giro dell'ordinanza ſarà non 204. ma 200. fanti, come ſi propone; & allhora il numero de' fanti fra la fronte, & fianco ſaria non 102. ſomma di 19. & 83. ne meno 100. mità del 200. giro, ma ſaria 101. però ſiaſi accorto in tali domande per darli reſolutione, conforme à quello, che ſi cerca.

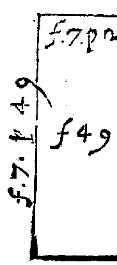
	102
la mità è	51
via	51
	2601
ſi caua	1600
	1001
	3 1 $\frac{4}{6}\frac{0}{2}$
	5 1
	8 2 $\frac{2}{3}\frac{0}{1}$
	1 9 $\frac{1}{3}\frac{1}{1}$

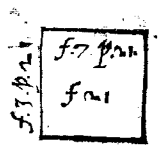
	122
la mità è	61
via	61
	3721
ſi caua	3400
reſta	321
la ℞ è	1 7 $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. quaſi.
	6 1
ſomma	7 8 $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. quaſi.
differ.	4 3 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. & più.

Dati anco fanti 3400. da farne ordinanza quadrangolare tale, che il numero de' fanti del ſuo giro ſia 240. Vedremo, che girando fanti 240. cioè 240. vnità diſcrete, le continue, ò di miſura lineale verranno ad eſſere 244. & la mità, cioè la ſomma della lunghezza, & larghezza ſarà 122. però cōuerrà diuidere 122. in due parti, che produchino 3400. & ſaranno quaſi 78 $\frac{1}{1}\frac{6}{7}$. Et 43 $\frac{1}{1}\frac{1}{7}$. & più, ma in intieri per cauſa del riſpondere in numeri conuenienti alli fanti, ſi dirà, che ſe ne potranno fare 79. file à 43. fanti per fila, onde in eſſa ordinanza entraranno 3397. fanti, & vi auanzaranno 3. fanti.

Dicendoſi. Si hanno 8640. fanti, da farne due ordinanze, la fronte di ciaſcuna delle quali ſia vn medeſmo numero di fanti, ma che l'vna ſia quadra di gente, & l'altra quadra di Terreno, ſi domanda quanti fanti hauerà ciaſcuna d'eſſe, & per fronte, & per fianco.

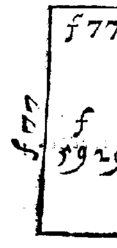
Perche ſi dice, che i fanti in ordinanza hanno fra loro di diſtanza per fronte piedi 3. & per fianco piedi 7. ſi vede, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte al numero de' fanti del fianco è come da 7. à 3, onde quando la fronte habbia 7. fanti, il fianco ne hauerà 3. che così la fronte, come il fianco ſarà lunga piedi 21. Queſto concluſo, Ponaſi, che nell'ordinanza quadra di Terreno il numero de' fanti della fronte ſia 7. coſe, & però del fianco ſarà 3. coſe, & il numero de i fanti d'eſſa ordinanza ſarà il prodotto da 3. coſe in 7. coſe, cioè ſarà 21. cenſi *(che à moltiplicare coſe via coſe, il prodotto è, ò vogliamo dire ſi chiama cenſi.)* Ancora l'ordinanza quadra di gente douendo hauere la fronte medeſma, che hà l'ordinanza quadra di Ter-

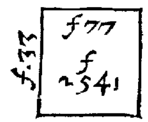




	7 ✝		7 ✝
via	7 ✝	via	3 ✝
fà	49 ☊	fà	21 ☊

ſomma 70 ☊. eguale à fanti 8640.
1 ☊. eguale à fanti 123 $\frac{3}{7}$.
1 ✝. vale ℞ 123 $\frac{3}{7}$. cioè
11 $\frac{1}{1}\frac{1}{1}$. & più, che è anco 11 $\frac{1}{10}$. & più.





Si poſſono giūgere 2. file à queſta, che ſaranno fanti 154. & reſtaranno fanti 16.

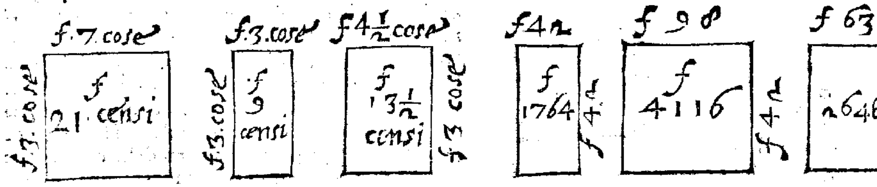
fanti 5929
fanti 2541
fanti 8470. in tutto.
8640
fanti 170. reſtano.

di Terreno hauerà fanti 7. coſe per fronte, & però medeſmamente fanti 7. coſe per fianco, & il numero de' fanti d'eſſa ſarà il prodotto da 7. coſe in 7. coſe, cioè 49. cenſi, quali con fanti 49. cenſi dell'altra ordinanza fanno fanti 70. cenſi, & queſto doueria eſſere fanti 8640. però è eguale à fanti 8640. Onde partiremo 8640. per 70. numero delli cenſi, & ne viene 123 $\frac{3}{7}$. che è quanto vale 1. cenſo, perilche 1. coſa, che è la ℞ quadra d'1. cenſo, valerà la ℞ di 123 $\frac{3}{7}$. che è 11 $\frac{1}{10}$. & più, ma laſſando il rotto, che non ſi può vſare, parlando di fanti, vnità indiuiſibili, poneremo, che 1. coſa vagli il ſolo intiero 11. cioè, che 1. coſa importi fanti 11. perilche la fronte di ciaſcuna delle due ordinanze, che fù poſta eſſere 7. coſe, ſi dirà eſſere 7. volte 11. cioè 77. fanti, perilche ancora 77. fanti ſarà il fiāco dell'ordinanza quadra di gente, cioè ella hauerà 77. file, che à 77. fanti per fila, contenirà 77. via 77. cioè 5929. fanti, Et la ordināza quadra di Terreno, che fù poſta hauere 3. coſe per fiāco, hauerà 3. volte 11. *(che la coſa ſi dice valere 11.)* cioè 33. fanti per fianco, ò vogliamo dire 33. file, che à 77. fanti per fila, importano 33. via 77. cioè 2541. fanti, quali con li fanti 5929. dell'altra ordinanza quadra di gente ſono in tutto fanti 8470. onde fino all'8640. numero de' fanti dato, reſtano fanti 170. da adoprare in l'vna, ò in l'altra ordinanza, ò in altro modo à beneplacito.

Et dicendoſi. Si vuole, hauendo 8640. fanti, farne 3. ordinanze, che habbino ciaſcuna d'eſſe vn medeſmo numero di file, cioè tanti fanti per fianco l'vna, quanto ciaſcuna dell'altre due, per poterne accompagnare inſieme due di loro, quali ſi vogliono, ò tutte tre à beneplacito, & tali, che la prima ordinanza ſia quadra di gente, la ſeconda quadra di Terreno, & la terza habbi la fronte volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto il fianco, riſpetto al numero de' fanti, Si domanda quanto ſarà il numero de' fanti del fianco *(cioè quante file)* & quanto il numero de' fanti della fronte *(cioè quanti fanti per fila)* hauerà ciaſcuna di eſſe tre ordinanze.

Quì per commodità cominciando alla ordinanza quadra di Terreno, nella quale ſappiamo, che quando haueſſe 7. fanti per fronte, ne haueria 3. per fianco, poneremo, che il numero de' fanti della ſua fronte ſia 7. coſe, & così il numero de' fanti del ſuo fianco ſarà 3. coſe, onde la ordinanza quadra di gente, che deue hauere l'iſteſſo, ò eguale fianco, hauerà medeſmamente per fianco fanti 3. coſe, & però anco per fronte *(douendo eſſere quadra di gente)* hauerà pure fanti 3. coſe, l'altra ordinanza poi, che pure ſi vuole, che habbi il fianco eguale à ciaſcuna dell'altre due, hauerà ſimilmente per fianco 3. coſe; & perche la fronte deue eſſere volte 1 $\frac{1}{2}$. quanto il fianco, ella ſarà di fanti 4 $\frac{1}{2}$. coſe *(che 3. coſe fianco preſe volte 1 $\frac{1}{2}$. cioè 3. coſe via 1 $\frac{1}{2}$. fà 4 $\frac{1}{2}$. coſe)* Onde il numero de' fanti d'eſſe tre ordinanze ſarà 9. cenſi, 21. cenſi, & 13 $\frac{1}{2}$. cenſi, che in tutto fanno 43 $\frac{1}{2}$. cenſi, ma noi vogliamo, che in tutto elle contenghino li fanti 8640. però queſti 43 $\frac{1}{2}$. cenſi importarāno, ò ſaranno eguali à 8640. & 1. cēſo ſolo ſarà eguale, ò valerà 198 $\frac{18}{29}$. Onde 1. coſa, che è la ℞ quadra d'1. cenſo, valerà la ℞ quadra di 198 $\frac{18}{29}$. cioè 14 $\frac{1}{14}$. & più *(che è anco 14 $\frac{1}{11}$. & più)* Però il fianco di ciaſcuna delle tre ordinanze, che fù poſto 3. coſe, ſarà 3. volte 14. *(laſſando il rotto)* cioe 42. fanti, & le 3. fronti, che furno poſte 3. coſe, 7. coſe, 4 $\frac{1}{2}$. coſe, ſaranno 3. via 14; 7. via 14. & 4 $\frac{1}{2}$. via 14. cioè 42. fanti, 98 fanti, & 63. fanti, & eſſe 3. ordinanze conteniranno fanti 1764. 4116. & 2646. che fanno in tutto fanti 8526. & ad arriuare al numero 8640. dato, vi auanzaranno fanti 114. da adoprare doue più ſia à propoſito.

Modo



9. censi
21. censi
$13\frac{1}{2}$. censi

$43\frac{1}{2}$. censi eguale à fanti 8640
cioè 87. censi eguale à fanti 17280

198
85
75
54

1. censo vale $198\frac{18}{29}$

però 1. cosa vale la ℞ di $198\frac{18}{29}$

cioè $14\frac{1}{4}$. & più.
che è anco $14\frac{1}{1}$. & più.

fanti 1764
fanti 4116
fanti 2646

fanti 8526. in tutto.
da 8640

fanti 114. restano, che piacendoci, si potrà giungere 1. fante alla fronte della prima ordināza, & 1. fante alla fronte della terza, ò 2. fanti alla fronte d'vna di loro, che saranno 42. & 42. fà 84. fanti, & così restaranno solo 30. fanti.

Modo facile da ridurre vn'ordinanza quadra di gente, à quadra di Terreno.

DELL' vltima fila fatte due parti eguali, l'vna mità si aggiunga alla prima fila della fronte, & l'altra mità alla seguente seconda fila, Ancora dell'altra fila, che sarà l'vltima, le due mità si giungano l'vna alla terza fila superiore, & l'altra alla quarta, Ancora della fila, che hora sarà l'vltima, le due mità si giungano l'vna alla quinta fila superiore, & l'altra alla sesta, Et così si vada seguendo, fin che la coda dell'ordinanza habbi tanti fanti per fila, quāto hauerà la fronte, che allhora l'ordinanza di quadra di gente sarà douentata quadra di Terreno.

Per esempio. Hauendo vn'ordinanza quadra di gente di file 30. à fanti 30. per fila, l'vltima fila diuisa per mezo, si giongerà la mità, che è 15. fanti, alla prima fila della fronte, & gl'altri 15. fanti alla seconda fila, & allhora la fronte sarà di 45. fanti, & così segnendo, si verrāno adoprando le 10. vltime file della prima ordinanza *(cioè sempre la terza parte delle file, che hora sono 30.)* & alle restanti 20. file si accompagnaranno le 20. mità fatte dalle 10. file leuate, & allhora l'ordinanza sarà ridutta à file 20. di 45. fanti per fila, che sarà quasi quadra di Terreno, perche il fianco sarà di piedi 140. & la fronte di piedi 135. Et in essa ordinanza sariano fanti 900. che moltiplicato 20. numero delle file, via 45. numero delli fanti di ciascuna fila, fà 900. numero totale d'essi fanti.

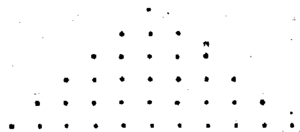
Et se l'ordinanza quadra di gente fusse di file 40. à 40. fanti per fila, si pigliaria il terzo d'esse 40. file, che si dirà essere 13. file *(& non $13\frac{1}{3}$. che in queste quantità discrete la vnità non si diuide)* & restaranno 27. file, Et delle 13. file, le 26. mità, che saranno 20. fanti per ciascuna, si accompagnaranno, ò giongeranno alle 26. file della ordinanza, & così haueremo 26. file à 60. fanti per fila, ma vi restarà vna fila di più in vltimo di fanti 40. da seruirsene, come parerà al giudicioso Sergente.

Et se l'ordinanza fusse di 35. file à 35. fanti per fila, che il terzo è file 11. & ne restano 24. ò vogliamo dire è 12. & ne restano 23; le 12. diuise in 24. mità sariano fanti 17. & 18. per ciascuna mità, ma diciamo 17. che auanzaria 1. fante per fila, & così essendo 12. file, auanzarāno 12. fanti, & delle 24. mità, le 23. accompagnate alle 23. file dette restate nell'ordinanza haueranno fanti 52. per fila, & vi restaranno ancora li 12. fanti detti, oltre la meza fila di 17. fanti, che in tutto saranno 29. fanti, Et così haueremo file 23. à fanti 52. per fila, che fanno fanti 1196. & con li 29. auanzati sono 1225. che è il numero dell'ordinanza delle 35. file à 35. fanti per fila.

Come

Come vn'ordinanza quadra di Terreno si riduca à quadra di gente.

ET se essendo l'ordinanza quadra di Terreno, la vorremo ridurre à quadra di gente, si pigliarà d'ogni fila la terza parte de fanti, cioè separatala dalla fronte in due parti, che l'vna per fronte sia doppia di fanti all'altra, allhora d'ogni due file della parte leuata facendone vna sola fila, le andaremo accommodando alla coda della prima ordinanza, quale con questa aggiuntione di file douentarà quadra di gente. Per esempio. Hauendo vna ordinanza quadra di Terreno di file 30. à fanti 70. per fila, da ridurre à quadra di gente, noi, preso il terzo del 70. della fronte, quale, per non si potere spezzare la vnità, potremo dire essere 23. & restarà 47. fingeremo ella essere diuisa in due parti, che l'vna sia l'ordinanza di file 30. à fanti 47. per fila, la fronte della quale hà da stare così. & delle 30. file della da leuarsi à fanti 23. per fila, faremo solo 15. file à fanti 23. & 23. cioè à fanti 46. per fila, & queste file 15. poste doppo alle 30. dell'ordinanza ferma, formaranno con quelle file 45. ma perche queste 15. vltime sariano solo à fanti 46. per fila, essendo l'altre 30. à fanti 47. ò si potrà leuare 1. fante per fila da esse ritirandole alla coda, Ouero con l'vltima delle 15. file aggiunte alla coda, riempire li 14. luoghi delle antecedenti 14. à 1. fante per luogo, ò lassarli in quel modo, che sarà espediente. Et perche così haueressimo 44. file à fanti 47. per fila, onde ella non saria del tutto quadra di gente, ma la fronte saria di più numero, che il fianco, noi da principio nel pigliare il terzo del 70. in cambio di 23. che è scarso, potressimo, se così ci piacesse, pigliare 24. che la fronte restarà di fanti 46. per fila, & delle 30. file, che si leuaranno à 24. fanti per fila, farne solo 15. à 48. fanti per fila, da accommodare alla coda dell'ordinanza ferma, che saranno poi file 30. & 15. cioè 45. & anco vi saranno fanti 2. per fila di più in ciascuna delle 15. aggiunte, cioè in tutto fanti 30. che si potranno accommodare alla coda, doue sarà espediente, & così si haueranno file 45. à fanti 46. per fila, & anco vna fila di più di fanti 30.

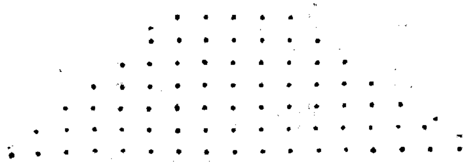


Et hauendo vn'ordinanza Cunea, ò Triangolare, che cominci da 1. fante, & segua à 3. 5. 7. 9. 11. 13. & così passando alli altri seguenti numeri dispari per ordine; Per sapere quanti fanti ella contenga, sommisi l'vltimo numero con 1. che è il primo, & della somma si pigli la mità, qual mità farà, ò mostrarà sempre in simili ordinanze il numero delle file, & ella si moltiplichisi in se stessa *(cioè nel numero delle file)* che il prodotto sarà il numero de' fanti di tale ordinanza.

Per esempio, Essendo i fanti dell'vltima fila 23. à questo si giunga 1. fante, che è il fante, ò numero della prima fila, & fà 24. la mità del quale è 12. & questo 12. ci mostra, che quì sono 12. file, hora esso 12. si moltiplichi in se stesso, & fà 144. però 144. è il numero de' fanti d'essa ordinanza.

Et se in simili ordinanze ci fusse noto solo il numero delle file, egli si moltiplichi in se stesso, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza. Et se del doppio di detto numero delle file si cauarà 1. che e l'1. fante della prima fila, il restante sarà il numero de' fanti dell'vltima fila, onde se il numero delle file fusse 18. li fanti sariano 324. Et dal doppio di 18. cioè da 36. cauato 1. il restante 35. saria il numero de' fanti dell'vltima fila.

Et se dato vn numero di fanti gli vorremo ponere in vna ordinanza tale, che cominci da 1. & vada seguendo per i numeri dispari per ordine, noi di tal numero pigliaremo la ℞ quadra, che ella sarà il numero delle file, che se ne faranno, & dal suo doppio cauato 1. il restante sarà il numero de' fanti dell'vltima fila. Onde hauendo fanti 500. presa la sua ℞, che è 22. *(che 22. via 22. fà 484.)* & auanza 16. diremo, che se ne faranno file 22. & auanzaranno 16. fanti, & l'vltima fila sarà di fanti 43. che è 1. manco di 44. doppio di 22. numero delle file.



Et quādo il numero de' fanti della prima fila non fusse 1. ma qualche numero disparo, poniamo 5. & il numero dell'vltima fila 17. Si giongeranno essi dui numeri insieme, 17. & 5. & fanno 22. la mità sempre della qual somma, cioè hora 11. si moltiplicarà per il numero delle file, che hora è 7. & fà 77. & questo è il numero de' fanti d'essa ordinanza. Et à cauare il numero della prima fila dal numero dell'vltima, & alla mità del restante giongere 1. la somma è il numero delle file, Onde in questa, che hà 5. per prima fila, & 17. per vltima, cauaremo 5. da 17. & resta 12. alla mità del quale, che è 6.

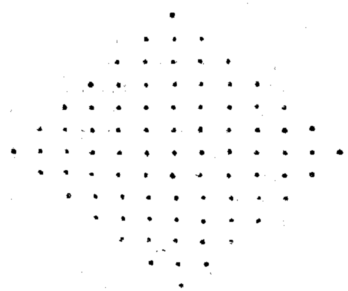
si gionga

si gionga 1. & fà 7. qual 7. è il numero delle file. Et sapendo il numero delle file, & il numero della prima fila, ad esso numero della prima fila giongendo il doppio del numero delle file meno 1. la somma sarà il numero dell'vltima fila, Onde in questa, che il numero delle file è 7. che cauatone 1. resta 6. il suo doppio è 12. quale giongeremo à 5. prima fila, & fà 17. & questo 17. è il numero dell'vltima fila.

Il medesmo auuiene quando il numero della prima fila fusse paro, & che il numero della seconda fusse 2. più del numero della prima, & così il numero della terza, & delle seguenti eccedesse il numero della à lei antecedente in 2. che per essempio essendo il numero della prima fila 6. & il numero dell'vltima 28. cauando il 6. dal 28. che resta 22. alla sua mità 11. giongendo 1. la somma 12. sarà il numero delle file; Ouero sapendo, che la prima fila è 6. & che le file sono 12. da questo 12. cauaremo 1. & resta 11. al doppio del quale, che è 22. giongeremo il 6. della prima fila, & fà 28. per il numero dell'vltima. Et quanto al numero de' fanti dell'ordinanza, per trouarli mediante il numero della prima, & dell'vltima fila, & del numero delle file *(de' quali tre numeri hauendone noti dui, si può da se trouar l'altro)* noi pure giongeremo il numero della prima fila con il numero dell'vltima, & la mità della somma moltiplicaremo con il numero delle file, che il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinãza, Onde essendo la prima fila 6. & l'vltima 28. la somma è 34. la mità del quale è 17. da moltiplicare via 12. numero delle file *(ò noto, ò trouato con l'arte detta)* & fà 204. che è il numero de' fanti dell'ordinanza.

Ancora essendo proposto vn numero di fanti da ponere in vna ordinanza simile, che cominci da vn numero H, dato, & vada progredendo sempre con la aggiuntione di 2. di fila in fila, & si domandi quante file se ne faranno, & quanti fanti sarà l'vltima fila; Noi per regola, dal numero de' fanti della prima fila cauaremo sempre 1. & il quadrato della mità A, del restãte giongeremo al numero de' fanti proposto, & dalla ℞ della somma cauaremo detta mità A, che il restante sarà il numero F, delle file de l'ordinanza. Da questo numero F, delle file si caui sempre 1. & al doppio del restante si giunga il numero della prima fila, & la mità della somma moltiplicata con il numero delle file, il prodotto sarà il numero de' fanti dell'ordinanza, Questo cauato poi dal numero proposto, si vedrà quanto sia il numero de' fanti, che restano fuori dell'ordinanza. Per essempio proposto 1000. fanti da ponere in ordinanza; che cominci nella prima fila da 10. fanti, & segua à 12. 14. 16. &c. ordinatamente, per la aggiuntione di 2. di fila in fila, noi dal 10. numero della prima fila cauaremo 1. & resta 9. la mità del quale è $4\frac{1}{2}$ A, il suo quadrato $20\frac{1}{4}$. si giunge al 1000. proposto, & fà $1020\frac{1}{4}$. del che si piglia la ℞ non eccedente, & si può dire essere $31\frac{5}{6}\frac{2}{3}$. & alquanto più; da questo si caua l'A $4\frac{1}{2}$. & resta $27 - \frac{5}{2}\frac{5}{6}$ & più, ma à noi serue il solo intiero 27. & questo è l'F, che mostra il numero delle file douer essere 27. Da questo 27. cauando per regola 1. resta 26. al doppio del quale, cioè à 52. si giunge il 10. numero della prima fila, & fà 62. che è il numero de' fanti dell'vltima fila, questi dui numeri 10. & 62. della prima, & vltima giunti insieme, fanno 72. che la sua mità 36. moltiplicata con 27. numero delle file, fà 972. quale è il numero de' fanti dell'ordinanza, che cauato dal 1000. proposto, resta 28. però 28. fanti restano fuori d'essa.

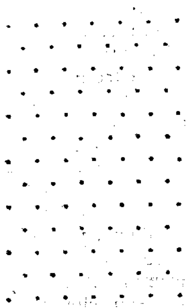
Et se li 1000. fanti si volessero ponere in ordinanza simile, ma che la prima fila fusse di 15. fanti, la seconda di 17. poi 19. &c. noi pure dal 15. cauaremo 1. che resta 14. & la sua mità 7 A, moltiplicaremo in se medesma, che fà 49. quale giongeremo al 1000. & della somma 1049. pigliaremo la ℞ non eccedente, che è circa à $32\frac{2}{5}\frac{5}{5}$. dal quale cauaremo il 7 A, & resta $25\frac{2}{6}\frac{5}{5}$. ma à noi basta l'intiero 25. che è il numero delle file da farsi, dal quale cauaremo 1. & resta 24. al suo doppio 48. si giunge il 15. numero della prima fila, & fà 63. che è il numero dell'vltima fila, questo sommato con il 15. della prima, fà 78. la sua mità 39. moltiplicata via 25. numero delle file, fà 975. quale è il numero de' fanti, che entrano nell'ordinanza, però fino al 1000. proposto vi auanzano 25. fanti.



Hauendo anco alcuna ordinanza composta da dui Triãgoli, ò Cunei alla similitudine della posta in margine, & che si vogli sapere quanti fanti ella contenga, Noi dal numero delle file d'vno de' suoi dui Triangoli lo sapremo, ouero dal numero de' fanti della sua maggior fila; Auuertendo, che la maggior fila si può dire essere commune ad ambidui i Triangoli; & però non conuiene metterla in conto se non vna volta, cioè fingere, ò imaginarci, che serua ad vn solo qual si vogli de' dui Triãgoli, poniamo al primo, che così il secondo ha-

do ha-

do hauerà vna fila di manco di quello, che hà il primo; onde se il primo habbi 7. file, il secondo ne hauerà solo 6. & però il primo Triangolo contenirà 49. fanti, che è il quadrato di 7. numero delle sue file, & il secondo Triangolo contenirà 36. fanti, che è il quadrato di 6. numero delle sue 6. file; Et perche 49. & 36. fà 85. ella côtenirià 85. fanti. Et se guardassimo essa ordinanza per fianco, vedressimo ella apparire composta di dui Quadrangoli, ò Quadri di gente inserti l'interiore d'vna fila manco, cioè hora di 6. file à 6. fanti per fila; nell'esteriore di 7. file à 7. fanti per fila, & però 7. via 7. cioè 49. saria il numero de' fanti del maggior quadrato; & 6. via 6. che fà 36. saria il numero de' fanti del minor quadrato, & però in somma essi dui quadrati, & però l'ordinanza totale conteniria fanti 85.



Ma in esse ordinanze di doppio Cuneo, sapendo il numero de' fanti della maggior fila, che è sempre numero disparo, diuidendolo in due parti tali, che l'vna sia $\frac{1}{2}$. manco della sua mità, & l'altra sia il restante, cioè $\frac{1}{2}$. di più della sua mità, ò vogliamo dire in due parti, che l'vna sia vna vnità, cioè 1. maggiore dell'altra, la maggiore sarà il numero delle file del maggior Triangolo, & la minore sarà il numero delle file del minor Triangolo, de' quali dui numeri, ò parti, moltiplicato ciascuno in se medesimo, & i dui prodotti gionti insieme, la somma sarà il numero de' fanti della totale ordinanza; Onde se in vna ordinanza tale il numero de' fanti della maggior fila fusse 31. questo diuiso in 16. & 15. differenti fra loro in vna vnità, il 16. maggiore mostraria nel maggior Triangolo essere 16. file, & però 16. via 16. fà 256. fanti, Et nel minore 15. file, che perciò 15. via 15. fà 225. fanti, perilche essendo nel maggior Triangolo 256. fanti, & nel minore 225. vi saranno nella ordinanza totale fanti 481.

Et essendo proposto vn numero di fanti da ridurre in ordinanza simile, di doppio Cuneo, Noi dal doppio del numero proposto de' fanti cauaremo 1. & del restante pigliaremo la ℞ non eccedente, che il numero intiero disparo più à lei vicino non eccedente sarà il numero de' fanti della maggior fila, & anco il numero delle file, qual numero disparo diuiso in dui numeri differenti fra loro nella vnità, che vno d'essi sarà paro, & l'altro disparo, il maggiore di loro sarà il numero delle file del maggior Triangolo, & il minore sarà il num. delle file del minor Triangolo, I quadrati de' quali dui numeri mostraranno il numero de' fanti, che sono separatamẽte nelli dui Triangoli, perilche gionti insieme, la somma sarà il numero de' fanti della totale ordinanza, & cauatolo dal numero proposto, quello, che restarà sarà il numero de' fanti, che rimanghino fuori d'essa. Per essempio. Proposto 900. fanti, da ridurre in ordinanza tale di doppio Cuneo, Noi dal suo doppio 1800. cauaremo 1. & resta 1799. la ℞ non eccedente del quale è circa à $42\frac{3}{8}\frac{5}{5}$. di questo il numero intiero disparo prossimo minore è 41. però 41. sarà il numero delle file, & il numero de' fanti della maggior fila, quale diuiso in 20. & 21. fra loro differenti in vna vnità, il 21. maggiore è il numero delle file del maggior Triangolo, & il suo quadrato 441. è il numero de' fanti, che entrano in esso maggior Triangolo, Et il 20. minore è il numero delle file del minor Triangolo, & il suo quadrato 400. è il numero de' fanti, che entrano in esso minor Triangolo, quali con li 441. fanno fanti 841. che sono nella totale ordinanza, onde fino al 900. proposto vi rimangono 59. fanti fuori d'essa ordinanza.

Come hauendo due, ò più ordinanze simili, & volendo formarne vna, che le sia pur simile, & le contenga tutte, si possa facilmente conoscere quanto sarà la fronte, & fianco d'essa.

SIANO le tre ordinanze A, B, C, simili, che la fronte di ciascuna, rispetto al numero de' fanti, sia poniamo volte $1\frac{2}{3}$. quanto il fianco, essendo la fronte della prima A, fanti 50. & il fianco 30. Et della B, la fronte 65. & il fianco 39. Et della C, la fronte 40. & il fianco 24. Per sapere quanto sarà la fronte, & il fianco d'vn'ordinanza, che le contenga tutte, & sia simile ad esse, cioè tale, che similmente circa al numero de' fanti la fronte sia volte $1\frac{2}{3}$. quanto il fianco, Noi moltiplicaremo in se stesso ciascuno delli tre numeri delle tre fronti, cioè 50. 65. & 40. & i prodotti 2500. 4225. & 1600. sommaremo insieme, & della somma loro 8325. pigliaremo la ℞ quadra, & non l'hauendo precise, pigliaremo la propinqua intiera non eccedente, che hora è 91. & questo sarà il numero de' fanti della fronte della ordinãza grande da farsi; Ancora moltiplicaremo in se stesso ciascuno delli tre numeri delli tre fianchi, cioè 30. 39. & 24. & i prodotti 900. 1521. & 576. sommaremo insieme, & della somma loro 2997. pigliaremo la ℞ quadra,

& non

& non l'hauendo precise, pigliaremo la propinqua intiera non eccedẽte, che hora è 54.& questo 54.sarà il numero de' fanti del fianco della detta ordinanza grande da farsi, Questa nondimeno non sarà precise simile alle tre dette, perche essendo il fianco 54. il terzo del quale è 18.& li dui terzi 36. questo 36. gionto al 54. fà 90. & però 90. doueria essere la fronte, & noi l'habbiamo posta 91. il che auuiene, perche delli dui numeri 8325. & 2997. non si è potuto trouare la ℞ precise *(che essi non sono numeri quadrati)* che perciò anco ne segue, che questa ordinanza di 91. per fronte, & 54. per fianco non contenirà à punto tutti i fanti delle tre date, ma vi auanzarà qualche numero di fanti, quale auanzo si potrà trouare così; Li dui numeri P 8325. & R 2997. de' quali si sono prese le ℞ propinque, si moltiplichino insieme, & del prodoto 24950025. si pigli la ℞, & è 4995. precise, quale 4995. è sempre il numero de' fanti, contenuto in tutto nelle tre ordinanze date, & perciò hora il 24950025. & anco sempre il prodotto di P, in R, sarà di necesità numero quadrato. Da questo mò cauaremo 4914. numero de' fanti della ordinanza grande formata *(che si troua moltiplicando 91. fronte per 54. fianco)* & resta 81. quale è il numero de' fanti, che oltre all'ordinanza di 91. fronte, & 54 fianco vi auanzaranno.

Et quando di quante ordinanze simili, ò siti d'alloggiamenti, ò altro di forma simile, dato, non il numero de' fanti della fronte, & fianco, ma il numero de' piedi del Terreno, che occupassero per lato, si volesse formandone vna sola ordinanza simile, & di grandezza eguale à tutte le date, sapere quanti piedi sarebbe la fronte, & il fianco della grande da farsi, pure questo si esequirebbe nel modo medesmo sopradetto, adoprando i numeri dati de' piedi delle fronti, & fianchi loro in vece del numero de' fanti delle fronti, & fianchi, che ne resultarebbono i numeri de' piedi delle fronte, & fianco della ordinanza grande da farsi.

Et se da vna proposta ordinanza douendone leuare vna, ò più ordinanze simili, & il restante ridurre in ordinanza pure à queste simili, Come per esempio, Proposta vna ordinãza di 150. per fronte, & 60. per fianco, douendone leuare due simili, l'vna di 70. per fronte, & 28. per fianco, Et l'altra di 85. per fronte, & 34. per fianco, & del restante formare vn'ordinanza simile ad esse tutte, si vorrà sapere quanto sarà la sua fronte; & il suo fianco, prima, per trouare la fronte, sommaremo insieme i quadrati delle due fronti 70. & 85. delle due da leuarsi, cioè 4900. & 7225. & la somma 12125. cauaremo dal quadrato di 150. fronte della totale ordinanza, qual quadrato è 225000. & del restante 10375. pigliaremo la ℞ quadra, ò propinqua in intieri non eccedente, che ella è 101. & questo 101. sarà la fronte dell'ordinanza da farsi simile alla grande con quello, che resta doppo l'hauerne leuate le due dette; Ancora per trouarne il fianco sommaremo insieme i quadrati de i dui fianchi 28. & 34. che sono 784. & 1156 & la somma 1940. cauaremo da 3600. quadrato di 60. fianco della ordinanza grande, & resta 1660. del quale pigliaremo la ℞ quadra, ò propinqua in numero intiero non eccedente, che vedremo ella essere 40. & questo 40. sarà il fianco della ordinanza da farsi, quale non sarà precise simile all'altre *(poiche essendo il fianco 40. la fronte doueria essere 100.)* perche i numeri 10375. & 1660. non hanno hauuto ℞ quadra precise, & perciò vi auanzaranno ancora alcuni fanti, quale auãzo si potrà trouare al modo ordinario, cauando la somma del numero de' fanti di queste tre ordinanze, che sono 1960. 2890. & 4040. & fanno 8890. dal numero de' fanti della totale, che è 9000. & resta 110.

Et proposto vn numero di fanti, poniamo 1380. da ridurre in ordinanza, che quanto al sito la fronte hauesse vna data proportione al fianco, come se douesse la fronte essere $\frac{1}{4}$. di più di quello, che sia il fianco, cioè che se il fianco fusse piedi 84. la fronte sia 21. di più, cioè sia piedi 105. ò vogliamo dire in numeri piccoli, che quando il fianco si pona 4. la fronte sia 5. noi prima vedremo quanto è il sito, che deuono occupare li fanti 1380. proposti, moltiplicandoli per 21. *(che piedi 3. per fronte, & 7. per fianco, & però 3. via 7. cioè piedi 21. quadri di sito si pone occupare ciascun fante)* & fà piedi 28980. quadri di sito, Questo hora moltiplicaremo con vno delli dui numeri 4. & 5. della proportione data, poniamo con il 4. minore, che serue al fianco, & fà 115920. quale partiremo per 5. che è l'altro numero maggiore delli dui dati, & ne viene 23184. del quale pigliaremo la ℞ propinqua non eccedẽte in numero intiero, che è 152. & questo sarà corrispondente al 4. numero adoprato à moltiplicare, & però sarà il numero de' piedi del lato minore, cioè il fianco dell'ordinãza, al quale aggiunto la sua quarta parte, che è 38. fà 190. che è il numero de' piedi del lato maggiore, che è la fronte, onde partito il 152. del fianco per 7. ne viene 21. lassando il rotto, che non si può adoprare, & partito il 190. della fronte per 3. ne viene 63. lassando il rotto, perilche diremo, che la nostra ordinanza hauerà file 21. à fanti 63. per fila, però contenirà fanti 1323. onde ne auanzaranno 57. & per fianco sarà piedi 147. & per fronte piedi 189.

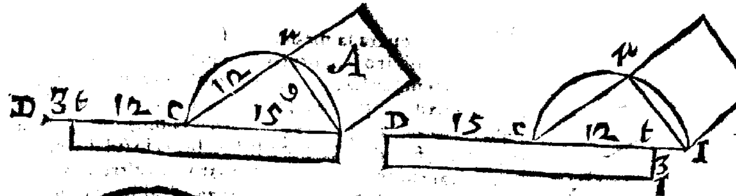
Et volendo d'vn proposto numero di fanti, poniamo delli 1380. formare vna ordinanza quadra

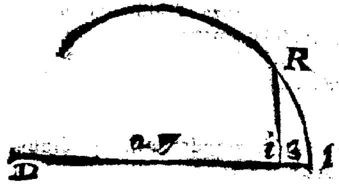
quadra di Terreno, si potrà nel medesmo modo veder prima quanto sito ella occuparà, moltiplicando il 1380. per 21. numero de' piedi, che occupa ciascun fante, & fà piedi 28980. che è la grandezza del sito quadro, di che pigliaremo la ℞ propinqua, che è circa à 570 $\frac{4}{7}$. & sono li piedi della lunghezza di ciascun lato, onde partito per 3. & per 7. lassando i rotti, ne viene 56. per la fronte, & 24. per il fianco, quali mostrano, che si faranno 24. file à 56. fanti per fila, & però vi saranno fanti 1344. onde vi auanzaranno fanti 36.

Ancora se proposto vn sito quadrato, poniamo di 9. pertiche, ò altre misure per lato, che sarà grande pertiche, ò misure quadre 81. si vogli formare vn sito quadrangolo rettangolo, che sia eguale ad esso quadrato *(cioè sia 81.)* & giri quanto si vogli, pur che esso giro sia maggiore del giro del quadrato *(perche delle figure quadrangole rettangole, ò equiangole di lati equidistanti di egual giro, la equilatera è la maggiore, & perciò conuersamente delle eguali di grandezza la equilatera è di minor giro)* & sia, che giri 60. noi veduto, che la somma della lunghezza, & larghezza è 30. cioè sempre la mità del giro, & sapendo, che la grandezza si troua moltiplicando la lunghezza, via la larghezza, conosceremo, che conuiene diuidere 30. in due parti tali, che il prodotto sia 81; Il che in numeri si fà così, Dal quadrato di 15. mità di 30. qual quadrato è 225. si caua la grandezza data 81. & del restante 144. presa la ℞, che è 12. ella si giunge, & caua al 15. detto, & ne resultano 27. & 3. & queste sono le due parti del 30. che moltiplicate insieme fanno 81. perilche si dirà, che il quadrangolo rettangolo, che deue hauere di giro 60. essendo 81. di grandezza, sarà lungo 27. & largo 3.

In linee sia il quadreto proposto A, che per lato habbi la retta I r. Et del quadrangolo rettangolo da farsi sia il giro G I, & la sua mità solo posta in margine sia la D I, Questa D I, si diuida per mezo in C, & sopra l'vna mità, & sia C I, come sopra à diametro, ò presa per diametro si formi il mezo Cerchio C r I, & in esso dall'estremo I, del diametro si accommodi la retta I r, eguale al lato I r, del proposto quadrato A, & dal punto r, doue ella tocca la circonferẽza, si tiri all'altro estremo C, del diametro la retta r C, che anco senza tirare le rette I r, & r C, basta segnare il punto r, & poi à questa c r, si facci eguale la c t, ò partendosi dal c, verso il D, ò verso l'I, come ci piaccia, che segnato il pũto t, egli diuiderà la totale D I, nelle due parti D t, t I, che saranno l'vna la lunghezza, & l'altra la larghezza del Quadrangolo da farsi eguale al quadrato A, proposto, La Dimostratione è facile, che la retta I r, è media proportionale fra D r, t I, & la operatione Geometrica è simile alla Aritmetica, ò numerale.

Ancora con facilità praticalmente si potriano trouare le due parti della D I, così; Sopra à tutta la D I, presa per diametro si formi il mezo cerchio D R I, & con vna squadra posto vno delli dui suoi brazzi sul diamet. D I, egli si cõduca sù per esso diametro finche hauendo segnato sù

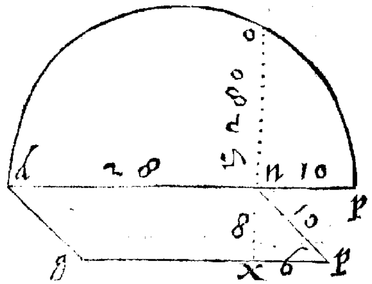


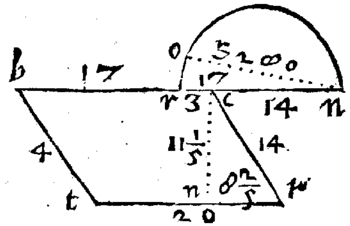


l'altro braccio, cominciãdo dal punto angolare il punto R, lontano dall'angolo quanto è la lunghezza del lato I r, del quadrato, questo punto R, peruẽga alla circonferenza, & allhora segnato il punto I, sul diametro doue si fermi l'angolo della squadra, esso punto i, determinarà le due parti D i, & I i, che sono i dui lati continenti l'angolo retto del quadrangolo da farsi eguale al quadrato A. Il che è chiaro, poiche la R i, è media proportionale fra le due D i, & i I, & perciò il rettangolo d'esse D i, i I, è eguale al quadrato della media i R, cioè al quadrato A.

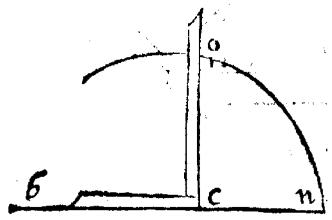
L'istesso modo seruiria, quando proposto vn Rombo, si volesse formare vn Romboide di lati equidistanti equiangolo, & eguale al Rombo, ma di vn dato maggior giro.

Et proposto vn sito quadrangolo di lati equidistanti d n p g, volendone formare vn'altro à questo eguale, & equiangolo, ma di vn giro dato, la mità del quale sia b n, ma tale, che il suo doppio, cioè il giro dato totale non sia minore del giro del Quadrangolo equilatero, che fusse eguale di superficie, & equiangolo al proposto, Noi trouaremo la media proportionale fra i dui lati, che contengono vno delli angoli del proposto, & sia la retta n o, *(& si troua facendo vn mezo cerchio sù la retta d p, continente li dui lati angolari d n, n p, del quadrangolo, & dal punto n, angoiare si tira al diametro d p, la perpendicolare, ò linea retta à squadra n o, fino alla circonferenza, che essa n o, è la media cercata fra le due d n, n p, & non minore del doppio di questa n o, ma eguale, cioè, ò maggiore, conuiene, che sia il semigiro del quadrangolo da farsi eguale, & equiangolo al dato, acciò il quesito sia possibile. Et quando esso semigiro dato fusse à punto eguale al doppio di questa media n o, allhora il quadrangolo da farsi saria equilatero, & ciascuno de' suoi 4. lati sarebbe eguale ad essa n o,)* poi sopra alla mità r n, della retta b n, semigiro dato formaremo vn mezo cerchio, & in esso dall'estremo n, accommodaremo la trouata media n o, & dal punto o, doue ella peruiene alla circonferenza al punto r, altro estremo del diametro r n, tiraremo, ò imaginaremo la retta o r, & ad essa eguale, principiando da detto punto r, segaremo dal diametro r n, la parte r c, segnando, cioè il punto c, che allhora il semigiro b n, sarà diuiso nelle due parti b c, c n, quali saranno i dui lati, che deuono formare vno de gl'angoli del quadrangolo da farsi equiangolo al proposto, perilche accommodato il lato c n, talmente, che con il c b, facci angolo eguale al d n p, del proposto, & con li dui n t, b t, eguali, & però anco equidistãti alli dui detti c b, & n c, chiuso il quadrangolo b n c t, che sarà equiangolo al proposto, & hauerà il giro dato, egli sarà eguale di grandezza al proposto.





Questo si può dimostrare, mediante la 14 propositione del Sesto libro delli Elementi di Euclide, come anco si conosce nella operatione numerale.



Ancora trouata la media n o, si potrà trouare il punto c, nel semigiro b n, praticalmente, che sopra ad esso semigiro b n, formato vn mezo cerchio, & in vn braccio d'vna squadra segnato il punto o, tanto distante dall'angolo retto della squadra, quanto è la lunghezza della media n o, si andarà poi con l'altro braccio sul diametro b c, fin tanto, che il punto o, segnato nell'altro braccio, peruenga precise alla circonferenza, ~~& allhora~~ doue sarà l'angolo della squadra, sul diametro segnato il punto c, egli sarà il punto cercato della diuisione del semigiro b n, perche la c o, sarà media proportionale fra esse due parti b c, c n.

n p, 10. da n x, 8 però c n, 14. darà c u, 11 $\frac{1}{5}$. che via t n, 20. fà 224. grandezza del quadrangolo b c n t, come è anco la grandezza del d n p g, dutto di 28. via 8.

Modo

Modo di trouare la Radice Cuba d'vn proposto numero, mediante il seguente esempio.

VOLENDO trouare la radice cuba poniamo di 45678902. bisogna prima puntare esso numero così. Cominciando da man destra faccisi vn punto sopra, ò sotto al 2. prima figura, & lassate le due seguenti, si facci vn'altro punto sotto all'8. & di nuouo lassate pure sempre le due seguenti figure, si facci vn'altro punto sotto al 5. & così con quest'ordine si seguirà di andar puntando, quando vi fussero più figure.

Hora nel numero proposto haueremo tre punti, il che ci fà conoscere, che la ℞ cuba d'esso numero sarà vn numero cõposto da tre figure; Et per trouarle, cominciaremo da man sinistra à trouare la prima in questo modo. Veggasi fin doue arriua il primo punto, cioè quanto è il numero, che è dal principio sinistro del 45678902. fino al primo punto, comprendendoui la figura, che hauerà sotto il punto, & vediamo essere 45. Veggasi hora quale è quel numero *(intendendo sempre de gl'intieri)* il cubato del quale sia esso 45 ò manco minore del 45. che si può, & vediamo, che è 3 Questo 3. è la prima figora sinistra del numero cercato, che hà da essere radice cuba del proposto, qual 3. si pona sotto al 5. puntato, tirandoui sotto vna linea, come si vede in margine; poi si caui il cubato di queste 3. che è 27. dal 45. detto, & resta 18. al qual restante si accompagnino da man destra le due figure, che seguitano nel 45678902. doppo al 45. che sono 67. & farà 1867. Hora cercaremo la seconda figura della ℞ cuba, che si hauerà da ponere sotto all 8. puntato, così. Triplichisi sempre la ℞ fin'hora trouata, che è il 3. detto, sopra alla riga, & fà 9. qual prodotto 9. chiamaremo per commodità A, & questo A, sempre si moltiplichi per la medesma ℞ fin'hora trouata, che hora è l'istesso 3. detto sopra alla riga. & fà 27. al qual 27. prodotto si accompagni sempre vn o. da man destra. & fà 270. qual 270. chiamaremo numero B. Conuien mò trouare vn numero, il maggiore, che si può *(quale chiamaremo C, & è quella figura della nostra ℞ cuba, che cerchiamo, quale si deue ponere sotto all'8. puntato)* tale, che moltiplicato per il numero A, cioè hora per 9 & al prodotto giũto il numero B, cioè hora 270. & la somma moltiplicata per esso numero C, che trouaremo produchi numero tale, che si possa cauare dal 1867. & che resti tanto, che di esso restante accompagnatoli prima da man destra l'8. puntato, se ne possa ancora cauare il cubato di detto numero C, che trouaremo; & per trouarlo, veggasi quante volte entra il numero B, cioè il 270. nel 1867. al più, che si vede, che vi entra 6. volte, il che ci fà conoscere, che il numero C, da trouare non può essere più di 6. ma farà 6. ò numero minore di 6. *(ma più facilmente, & quasi sempre sarà minore di 6. cioè del numero delle volte, che il 270. ò altro entri nel 1867. ò altro)* che per chiarirci se habbi da essere il 6. egli si moltiplicarà per il numero A, che è 9. & fà 54. & à questo 54 gionto il numero B 270. fà 324. & questo moltiplicato per esso 6 C, fà 1944. quale non si può cauare dal 1867. però il 6. è numero troppo grande, onde prouaremo il 5. antecedente minore al 6. cioè poneremo, che il numero C, qual cerchiamo sia 5. perilche moltiplicandolo per l'A 9. fà 45. al quale si giunga il B 270. & fà 315. questo si moltiplichi per esso C, fà 1575. numero, che si può cauare dal 1867. & resta 292. à questo 292. si accompagna l'8. puntato, & fà 2928. dal quale si può ancora cauare il cubato di detto C 5. qual cubato è solo 125. Questo 5. dunque sarà il numero C, che bisognaua trouare, & si deue ponere sotto all'8. puntato, & fatta con esso la operatione, che si deue, cioè moltiplicato esso C 5. per A 9. & al prodotto 45. giunto il B 270. che fà 315. & questo moltiplicato per esso C 5. che fà 1575. & questo cauato dal 1867. che resta 292, al quale accompagnato da man destra l'8. puntato, che fà 2928. di questo 2928. poi si caua il cubato del 5. trouato, che è 125. & resta 2803. hora à questo restante si accompagnino da man destra le due figure del 45678902. che seguitano l'8. puntato, cioè 90. & fà 280390, & si cerchi quale sia la seguente terza figura della nostra ℞ cuba, che si hauerà da ponere sotto al 2. puntato, nel modo istesso, che si è tenuto nel trouare il 5. Cioè si triplichi il 35. numero della radice fin'hora trouato, & fà 105. per il numero A, quale si moltiplichi per il medesmo 35. numero della ℞ fin'hora trouato, & fà 1675. al quale si accompagni da man destra vn o. & fà 16750. che è il numero B. Questo hora si vegga quante volte al più entra nel 280390. & vedremo, che v'entra 7. volte, però il numero C, che cerchiamo non potrà essere più di 7. ma sarà 7. ò numero minore di 7 hor prouisi se fusse 7. che questo 7 C, moltiplicandolo per A 105. fà 735. al quale giunto B 36750. fà 37485. & questo moltiplicato per esso C 7. fà 262395. numero, che si può cauare dal 280390. & si vede, che resta anco vn numero grande, di modo, che da esso restante accompagnatoli da man destra il 2. puntato, se ne potrà cauare il cubato d'esso 7 C, perilche diremo esso 7. essere il numero C, che cerchiamo, & però con esso 7. fatta la operatione sopradetta, & trouato il 262395. lo cauaremo rèmo dal 280390. che reſtarà 17995. al quale accompagnaremo da man deſtra il 2. puntato, & fà 179952. & da queſto cauaremo il cubato d'eſſo 7. trouato *(& che ſi ponerà ſotto al 2. puntato)* qual cubato è 343. & reſta 179609. Et hora, perche nel numero propoſto non ſono altre figure dietro al 2. puntato già adoprato, diremo d'hauer finita la operatione, cioè hauer trouata la ℞ cuba del numero propoſto, qual ℞ è il 357. poſto ſotto alle figure puntate, & di più auanza 179609. Cioè che la ℞ cuba del numero propoſto è alquãto più di 357. ma non arriua à 358. & quello, che ella è di più di 357. non ſi può trouar preciſe, perche il numero propoſto non è numero cubo; ma ſi può bene ſapere molto appreſſo al vero, cioè formare vn rotto, che giunto al 357. moſtrarà preſſo al vero quanto eſſa ℞ ſia più di 357. & eſſo rotto ſi forma così. Ponaſi il 179609. auanzo della noſtra operatione, ſopra ad vna righetta per numeratore, & poi per trouare il denominatore, Moltiplichiſi ſempre il triplo della ℞ trouata *(che hora è 357. & il ſuo triplo è 1071.)* via 1. più ſempre d'eſſa ℞ trouata, cioè hora per 358. & fà 383418. & queſto è il denominat. da ponere ſotto alla righetta, che gionto queſto rotto al 357. fà $357\frac{179609}{383418}$. & tanto diremo eſſere la proſsima ℞ cuba *(ma eccedente però)* del numero propoſto. Et ſe voleſsimo, che la ℞ cuba cercata fuſſe ſcarſa, & non eccedẽte, noi al denominatore del rotto trouato, come di ſopra, giongereſsimo ſempre 1. che la ſomma hora 383419. ſaria il denominatore del rotto, che daria la ℞ ſcarſa. Et ſappiaſi, che queſto 383419. ſaria preciſe la differenza, che è dal cubato di 357. al cubato di 358. intiero, che ſubito gli ſegue. Perche la differenza de' cubati di dui numeri intieri proſsimi *(cioè ſolo diſtanti fra loro in vna vnità)* è ſempre quello, che naſce à giongere 1. al numero, che ſi troua moltiplicando il triplo dell'vno d'eſsi dui numeri, via l'altro. Onde ſe vorremo trouare la differenza, che è dal cubato, poniamo di 78. al cubato di 79. noi moltiplicaremo queſti tre numeri 78. 79. 3. fra loro, cioè 234. via 79. ouero 237. via 78. ouero 6162. via 3. che fà 18486. al quale giongeremo 1. & fà 18487. quale è la differenza cercata.

Radici	Num.quad.	Num.cubi
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Et con queſto modo ſi trouarà la radice Cuba di qual numero ſi vogli.

45678902
3 5 7
27
1867
1575
2928
125
280390
262395
179952
343
179609
$357\frac{179609}{383418}$ è la ℞ cercata, ma eccedente.

3 ℞ trouata
via 3
9 A
3 ℞ trouata
270 B

39 ℞ trouata
3
105 A
35 ℞ trouata
36750 B

poſto, che C, ſia 6
via 9 A
54
270 B
324
via C 6
1944 è troppo

poſto C 7
105 A
735
36750 B
37485
7 C
262395 è buono
però C è 7

poſto dunque C 5 ſolamente
via A 9
45
B 270
315
via C 5
1575 però C è 5.

Per trouare il denomin. del rotto.
℞ trouata 357
3
1071
via 358
383418 è il denom.

Altro eſempio.
℞ trouata 7
ſuo triplo 21 A
1470 B
ſia C 4
A 21
84
B 1470
1554
C 4
6216 buono

Trouiſi la ℞ cuba di 42032754805312 6
7 4 9 0 8
343
7732
6216
15167
64
1510354

ſia C 5
via A 21
fà 105
1470 B
ſomma 1575
via C 5
produce 7875. che è troppo.

℞ trouata 74
ſuo triplo 222 A
164280 B
Sia C 9
via A 222
1998
giunto B 164280
ſomma 166278
via C 9
pdotto 1496502 buono

1510354
1496502
138528
729
137799053 12
134654620 80
3144432326
512
auãza 3144431814. che è numerat. d'vn rotto, il denominat. del quale ſia la differenza, che è dal cubato di 74908. trouato à 74909. num. intiero ſubito ſeguente, qual differenza è ſempre quanto il triplo del prodotto d'eſsi dui numeri intieri pſsimi, & 1. di più, ma eſſa differẽza forma il rotto, che è ſcarſo, ma 1. mãco d'eſſa differẽza, cioè il ſolo triplo del prodotto d'eſsi dui num. intieri proſsimi forma il rotto, che è ecced.

74908
74909
674172
524526
3670492
5611283372
3
15833850116. den. del rotto ecced.
1
15833850117. den. del rotto ſcarſo.

℞ trouata 749
ſuo triplo 2247
15729
110103
B 16830030
Il C, ſarà 0.

℞ trouata 7490
ſuo triplo 22470 A
1683003000 B
Sia C 8. via 22470 A
prodotto 179760
giõtoli B 1683003000
ſomma 1683182760
via C 8
produce 13465462080 buono.

Proua Aritmetica, cioè non ſpezzando la vnità.

74908
74908
599264
524356
3670492
5611208464

5611208464
74908
44889667712
39278459248
274949214736
420324403621312. cubato dell'intiero.
3144431814. auanzo.
420327548053126. numero propoſto.

SI può anco nel pigliare la ℞ cuba d'vn numero dato, poniamo del 420327548053126. operare così. Veduto la ℞ del 420. ſiniſtro eſſere 7. da mettere ſotto al o. puntato, & che auanza 77. da ponere ſotto alla riga, ad eſſo accompagnaremo le tre ſeguenti figure 327. compreſe ſino all'incluſione del ſecondo punto, & haueremo 77327. dal quale intenderemo il 7. puntato eſſere da ſe ſeparato dall'altre figure, perche il 7732. s'adopra da ſe nel modo ſeguente, & è, che il 7. figura nella ℞ già trouata ſi tripla, & fà 27 A, quale ſi moltiplica per il medeſimo 7. trouato, & fà 147. *(che è quanto à dire, ò reſulta quanto à moltiplicare il 7. via il medeſimo 7. & il prodotto 49. moltiplicare per 3. cioè eſſo 147. viene ad eſſere il triplo del quadrato del 7. trouato)* à queſto 147. ſi accompagna vn zero deſtro, & fà 1470. quale è il B, da vedere quante volte entra nel 7732. ſopradetto, per trouare il C, che entrandoui 4. volte largamente, ſi ponerà queſto 4. eſſere il C, & per chiarirci ſe è buono *(cioè che non ſia troppo)* & adoprarlo nella operatione, moltiplicaremo eſſo C 4. per l'A 21. & fà 84. al quale giongeremo B 1470. & fà 1554. da moltiplicare con il C 4. & produce 6216. à queſto mò, inteſo come decine riſpetto al 7. puntato del 77327. giongeremo il cubo dell'iſteſſo C 4. cioè 64. quale 64. con la ſua figura deſtra 4. deue peruenire ad occupare il 7. puntato, & però eſſo 4. deſtro ſi deue ponere vna figura, ò vn luogo più auãti da man deſtra nel ſcriuerlo *(ò imaginarlo quando lo voleſſimo giongere à mente)* ſotto al 6216. col quale eſſo 64. ſi giunge, cioè di modo, che il 6. ſeconda figura del 64. ſtia ſotto al 6. prima figura deſtra del 6216. & così giontoli inſieme, faranno in ſomma 62224. quale ſi hà da cauare dal totale 77327. & quando la ſottrattione non ſi poteſſe fare, cioè che la ſomma detta 62224. fuſſe maggiore del 77327. ciò ſaria ſegno il C, adoprato eſſere troppo grande, & perciò biſognaria ſupponere egli eſſere vna vnità manco, ò più d'vna, ſin tanto, che adoprandolo nel modo detto, la ſomma vltima, nella quale ſia compreſo il cubo del C, adoprato, ſi poteſſe cauare dal 77327. ò altro num. ſimile, che ſi haueſſe in ſuo luogo; onde hora ſi vede il C 4. eſſere buono,

Troua si la ℞ cuba di
4203275480531 26
7 4 9 0 8
77327
62224
15103548
14965719
137799053126
134654621312
3144431814

7. ℞ trouata.
21. suo triplo A.
via 7. ℞ trouata.
1470. B. in 7732.
entra volte 4. largamente, che sarà C.

4. C.
via 21. A.
84
1470. B.
1554
via C 4
6216
cubo di C 64
somma 62224

74. ℞ trouata.
che il suo triplo è 222 A, da moltiplicare con l'istesso 74. Ouero si può dire.

74. ℞ trouata.
5476. è il suo quadrato, che al suo triplo accompagnato vn zero destro, forma il B.
164280 B, in 1510354. entra 9. volte, che si pone essere il C.
C 9. via 222. triplo di 74. ℞ trouata, fà
1998
164280 B
166278
via C 9
1496502
729 cubo di C
14965749 somma

℞ trouata 7490
suo quadrato 56100100
il triplo, & o. 16830030 B, che in 1379905 entra nessuna volta, però il C, è o. da ponere sotto al 3. puntato, & l'auanzo hora sarà il totale 137799053. da accompagnarli mò le tre seguenti figure 126.

perche 62223. somma detta, si può cauare dal 77327. faremo dunque la sottrattione, & resta 15103. à questo accōpagnaremo le tre seguenti figure, cioè 548. compresaui l'8. puntato, quale nondimeno si considera prima separato dal composto 15103548. *(perche il 1510354. si adopra da se per vedere quāte volte il B, da formarsi v'entra, acciò si conosca quanto al più possa essere il C,)* & seguēdo à cercare la figura, ò C, che vada posta sotto l'8. puntato, preso il 74. sin'hora trouato, lo triplaremo, & fà 222 A, & questo moltiplicaremo per il medesmo 74. & fà 16428. Ouero *(senza tener conto hora dell'A, & resultarà l'istesso)* quadraremo, cioè moltiplicaremo in se medesmo il 74. sin'hora trouata, & fà 5476. quale triplaremo, & fà 16428. à questo accompagnaremo vn zero da man destra, & haueremo 164280. che sarà il B, cioè il B, è quello, che nasce ad accōpagnare vn zero destro al triplo del quadrato della radice trouata, qual B, si consideri quante volte egli entri in 1510354. & si vede, che v'entra 9. volte, largamente, perilche poneremo il C, figura della ℞, che và posta sotto all'8. puntato essere 9. Questo C 9. moltiplicaremo per il triplo di 74. antecedente radice trouata, cioè per 222. *(che si chiamaua A,)* & fà 1998. al quale giongeremo il B 164280. & la somma 166278. moltiplicaremo per l'istesso C 9. & fà 1496502 *(che è decine, rispetto al cubo di C,)* con il quale sommaremo il cubo di 9 C, cioè 729. occupādo vn luogo destro di più, cioè ponendo il 72. del 729. sotto al 02. del 1496502. & la somma sarà 14965749. quale, perche si può cauare dal totale 15103548. siamo sicuri il 9 C, adoprato essere la figura cercata, onde postalà sotto all'8. puntato, faremo anco la sottrattione occorrente, & resta 137799. à questo si accompagnaranno le tre figure seguenti, che contēgono il seguente punto, cioè 053. & si hauerà 137799053. da cercare hora con esso quale sia il C, ò figura da scriuere sotto al 3. puntato, & però al modo solito quadraremo il 749. sin'hora trouato, & esso quadrato 561001. moltiplicaremo per 3. accompagnando poi al prodotto vn zero destro, & haueremo 16830030. che è il B, da trouare con esso il C, vedendo quante volte questo B, entri nel 1377905. che si hà *(che il 3. puntato vltima figura, ò prima destra non si adopra con il B,)* ma vediamo, che non v'entra alcuna volta, però il C, sarà o. onde o. sarà la figura da scriuere sotto al 3. puntato, & hora senza fare operatione alcuna

℞ trouata 7490
suo quadrato 56100100
il triplo, & o. destro di più fà 1683000300 0 B. quale in 13779905312 entra 8. volte largamente, che si pone essere il C.
C 8. via 22470. triplo di 7490, ℞ trouata, fà 179760 al quale si giunge B
somma 1683182760
via C 8
13465462080
cubo di C 512
somma 134654621312 da cauare dal totale 137799053126, & resta 3144431814.

cuna con esso o. perche saria superfluo *(vedendosi, che à moltiplicare il triplo del 749. per esso o fa-*
via o. al quale gionto il B, & moltiplicata la somma (che saria l'istesso B.) per il medesmo o. saria o. al
quale gionto il cubo dell'istesso C o. posto vn luogo destro più auanti la somma, saria pur o. che cauata dal
totale 137799053. restaria pure il medesmo 137799053.) noi vedendo, che la ℞ sin'hora trouata è
7490. & auanza 17799053. à questo auanzo accompagnaremo l'altre tre figure seguenti, che
comprendono il seguente punto, cioè 126. & haueremo 137799053. mediante il quale, & il
7490. trouato, cercaremo la seguente figura della radice da scriuere sotto al 6. puntato, Peril-
che al modo solito sempre, al triplo del quadrato del 7490. accompagnaremo vn zero destro,
& formaremo il B, ma per questa operatione ci seruirà la già vltimamente fatta, accompa-
gnando al B 16830030. già trouato *(continente il triplo del quadrato del 749. & vn zero destro di*
più) dui zeri destri, per causa dell'vn zero destro del 7490. il quadrato del quale, oltre al
quadrato della sua parte sinistra 749 hauerà dui zeri destri *(come si vede considerando la differen-*
za, che è da moltiplicare 7490. via 7490. à moltiplicare solo 749. via 749.) & così haueremo 168-
3003000. per il B presente, da vedere quante volte egli entri nel numero sopradetto, che si hà
remosso il 6. puntato, cioè nel solo 13779905312. & vedremo, che vi entra 8. volte largamente,
onde posto il C, essere questo 8. lo moltiplicaremo al solito, via il triplo di 7490. radice troua-
ta, cioè via 22470. & fà 179760. al quale giōgeremo il B, & la somma moltiplicaremo per l'istes-
so 8 C, & fà 13465462080. da giongerli il cubo d'esso C, cioè 512. accommodatogli sotto, ò à
mente vna figura, ò luogo più inanzi dalla banda destra, & la somma sarà 134654621312. che
si può cauare dal 137799053110. totale *(& però l'8 C, adoprato è buono, & si ponerà sotto al 6 pun-*
tato) & resta 3144431814. che è l'vltimo auanzo, non restando altre figure nel numero dato da
adoprare, Et così haueremo trouato la ℞ cuba del numero dato essere 74908. & auanzare il det-
to 3144431814. da formarne il rotto propinquo al modo già detto, per accōpagnare al 74908.

Applicatione della Radice Cuba.

LA radice cuba hà il suo vso, ò s'adopra nel trattare delli corpi alla similitudine, che ser-
ue la ℞ quadra, trattando delle superficie, che per esempio, dicendosi, Vna superficie
quadrata è grande 64. piedi, si domanda quanto è per lato; per trouarlo, si piglia la ℞
quadra del 64. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato di tal superficie essere 8.
Similmente nelli corpi, dicendosi, Vn corpo cubo *(cioè di forma di dado, che hà gl'angoli retti, &*
tutti i lati delle sue sei superficie quadrate, che lo serrano eguali fra loro, & perciò la lunghezza d'esso cor-
po è eguale alla sua larghezza, & ciascuna di loro è eguale alla sua altezza) è grande piedi 512. cor-
porei *(che piede corporeo, ò vogliamo dire vn piede corporeo si intende essere vn dado, ò cubo, che sia lun-*
go, & ancor largo, & ancora alto vn piede; che vn piede superficiale poi s'intende essere vna superficie
quadra, lunga 1. piede, & larga 1. piede) si domanda, quanto è per lato esso cubo? Per trouarlo,
si piglia la ℞ cuba del 512. & perche ella è 8. si risponde ciascun lato del cubo essere 8. Et nelli
corpi sferifici, dicendosi, Si domanda vna palla di metallo, che pesi libre 99. quanto douerà es-
sere grossa, ò alta, supponendo, che ogni piede cubo, ò corporeo à guisa di dado di tal sorte di
metallo pesi libre 7. Noi prima vedremo quanti piedi corporei saria essa palla, partendo libre
99. suo peso per 7. numero delle libre, che è il peso d'vn piede corporeo, & ne viene $14\frac{1}{7}$. qua-
le è il numero delli piedi della grandezza della palla, poi, perche per le regole Geometriche
ci è noto, che ciascuna palla è *(prossimo al vero incognito)* li $\frac{1}{2}$ [illegible]. del cubo, ò dado, che la circon-
scriuesse, ò hauesse per lato la grossezza d'essa palla, vedremo quanto saria la grandezza del cu-
bo, che hauesse per lato la grossezza della proposta, dicendo, Se quando la palla è 11. di grādez-
za, il cubo di eguale altezza è grande 21. essendo mò la grandezza della palla $14\frac{1}{7}$. quanto sa-
rà la grandezza del cubo? Onde moltiplicando $14\frac{1}{7}$. per 21. che fà 297. & questo partēdo per
11. che ne viene 27. questo 27. sarà la grandezza del cubo, & hora pigliaremo la ℞ cuba d'esso
27. che è 3. & però 3. sarà ciascun lato del cubo; perilche diremo, che la palla proposta doue-
rà hauere di grossezza, ò altezza piedi 3.

Si può anco notare, che così come la ℞ quadra, & i numeri quadrati seruono à proportiona-
re, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro le figure superficiali simili, così anco la ℞ cu-
ba, & i numeri cubi seruono à proportionare, ò à trouare le proportioni, che hanno fra loro li
corpi simili; Che per esempio, dicendosi; Vn Triangolo, ò vn Quadrangolo, ò vn Pentagono,
&c. hà per lato, ò base, ò altezza misure 15. si domanda, volendo fare vn'altro Triangolo simi-
le, ò Quadrangolo, ò Pentagono, &c. che sia la nona parte di quello, quanto hauerà similmen-
te per lato, ò base, ò altezza? Noi, perche il primo del 15. è nonuplo al da farsi, pigliaremo la

℞ quadra di questo 9. denotante il nonuplo, & è 3. con il quale 3. partiremo il 15. & ne viene 5.
& questo 5. sarà il lato, ò base, ò altezza della figura, ò superficie da farsi alla similitudine del-
la proposta: Et così anco se d'vn cerchio il diametro sia 15. il cerchio poi, al quale questo sia
nonuplo, douerà hauere per diametro 5. Et conuersamente dicendosi, Di due superficie si-
mili, ò di dui cerchi l'vna hà di diametro, ò altezza 5. & l'altro 15. domando quante volte il
grande, ò maggiore contiene il piccolo, ò minore; Noi partiremo 15. per 5. che ne viene 3.
(mostrando, che il diametro del grande è triplo al diametro del piccolo) & questo 3. quadraremo, ò vo-
gliamo dire moltiplicaremo in se medesmo, cioè per l'istesso 3. & fà 9. qual 9. mostra, che il gran-
de contenirà 9. volte il piccolo; O perche 5. è l'$\frac{1}{3}$. di 15. quadraremo quest'$\frac{1}{3}$. & fà $\frac{1}{9}$. & di-
remo, che il piccolo è l'$\frac{1}{9}$. del grande.

Nelli corpi mò, dicendosi, Vna piramide, ò colonna, ò altro corpo è alto misure 15. si do-
manda, volendo vn'altra piramide, ò colonna, ò altro corpo simile al proposto, che sia l'ottaua
parte di quello, quanto egli sarà alto; Noi, perche il primo del 15. è ottuplo al da farsi, piglia-
remo la ℞ cuba di quest'8. denotante l'ottuplo, & è 2. con il quale 2. partiremo il 15. & ne vie-
ne $7\frac{1}{2}$. quale $7\frac{1}{2}$. sarà l'altezza del corpo, che si vuole, & così anco, Se d'vna palla l'altezza, ò
grossezza sia 15. la palla poi simile, alla quale questa sia ottupla, douerà esser'alta, ò grossa $7\frac{1}{2}$.

Et conuersamente dicendosi, Di dui corpi, ò palle simili, l'vno è alto $7\frac{1}{2}$. & l'altro 15. do-
mando quante volte il grande, ò maggiore cõtiene il piccolo, ò minore, Noi partiremo 15. per
$7\frac{1}{2}$. che ne viene 2. *(mostrãdo, che l'altezza del grande è 2. volte quanto l'altezza del piccolo)* & que-
sto 2. cubaremo, cioè moltiplicaremo per l'istesso 2. & il prodotto 4. moltiplicaremo anco per
l'istesso 2. & fà 8. quale 8. mostra, che il grande contenirà 8. volte il piccolo; O perche 2$\frac{1}{2}$. al-
tezza del piccolo è la mità, cioè l'$\frac{1}{2}$. di 15. altezza del grande, cubaremo questo $\frac{1}{2}$. *(cioè mol-
tiplicaremo $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. via $\frac{1}{2}$. che fà $\frac{1}{4}$. via $\frac{1}{2}$. cioè $\frac{1}{8}$.)* & l'$\frac{1}{8}$. suo cubo mostrarà, che il piccolo è
l'$\frac{1}{8}$. del grande.

Et parlando de' corpi, sappiasi, che ogni piramide regolare è la terza parte della colonna,
egualmente grossa, à lei simile, della medesma altezza, ò sia, cioè tonda, ò sia laterata, hauendo
per base vn Triangolo, ò Quadrangolo, ò Pentagono, Esagono, Ottagono, ò altra superficie,
Et perciò per trouare la grandezza corporea d'alcuna piramide, bisogna moltiplicare la gran-
dezza della superficie della sua base, via la terza parte della sua altezza *(che altezza è quella li-
nea imaginaria, quale partendosi dal punto, che è cima della piramide, và perpendicolarmente nel centro,
ò punto di mezo della superficie, che è sua base)* Ma nelle colonne la grandezza corporea si troua
moltiplicando la grandezza della superficie della sua base, via la totale altezza della colonna,
che il prodotto è la grandezza corporea, Onde se haueremo vna colonna quadrata *(ò pilastro)*
che sia per lato piedi 5. & sia alta piedi 40. noi, quanto al quadro della base, moltiplicaremo
5. lunghezza, via 5. larghezza, & fà piedi 25. per la grandezza della base, quale 25. moltipli-
caremo per 40. altezza, & fà piedi 1000. però si dirà, che essa colonna contiene piedi 1000.
corporei, che sono 1000. da detti cubi, lunghi 1. piede, & larghi 1. piede, & alti medesmamen-
te 1. piede. La piramide mò quadrata fatta sopra la medesma base di 5. piedi per lato, & alta
medesmamente piedi 40. saria grande la terza parte delli piedi 1000. della sua colonna, & pe-
rò conteniria solo piedi $333\frac{1}{3}$. corporei, Et l'istesso auuiene nell'altre.

Dalle cose dette si viene in cognitione del modo facile di comporre le Tauole da conoscere,
mediante la grossezza, ò altezza d'vna palla d'artigliaria, quanto ella pesi, & consequẽtemen-
te quanta poluere se gli habbi da accompagnare nel fare il suo tiro *(stante la proportione, che de-
ue hauere il peso della poluere al peso della palla, secondo le diuerse materie d'esse palle, ò ferro, ò pietra,
ò altro, & anco, secondo le diuerse finezze, ò qualità della poluere, come apporti l'vso, ò esperienza, ò
giudicio di chi le adopera)* Et questa si fà hauendo pesata vna palla grande *(per maggiore commodi-
tà, & sicurezza)* della sorte, ò qualità delle palle, per le quali si vuole fare la tauola, ben tonda,
& pulita, & presane anco diligentemente la sua altezza, ò grossezza, & da questa cognitione
si vien trouando il peso di ciascun'altra palla simile, di che altezza si vogli, che per esempio,
Essendo io giouine, in Perugia, al tempo, chè vi leggeuo Euclide, nello Studio, l'anno 1572.
desiderando l'Illustre Sig. Fuluio Mascalchi, Castellano della Fortezza, di fare vna Tauola per
seruitio d'essa; si prese vna palla di ferro della Colubrina, che chiamano la Paulina, & si vidde,
che pesaua 66. libre Perugine, & era alta, ò grossa vn mezo piede Perugino, qual piede per cõ-
modità si suppose essere diuiso in 120. parti, & però la grossezza della palla detta era 60. d'esse
parti, ma la bocca della Colubrina era 63. delle medesme parti; & mediante questa esperien-
za, ò cognitione fabricai la seguente Tauola; che cominciando da vna palla piccola, che fusse
grossa 10. d'esse parti, cioè $\frac{1}{12}$. di piede, si cuba esso 10. & fà 1000. & anco si cuba il 60. altez-
za della palla di peso noto, & fà 216000. poi si dice, Se il cubo 216000. dà libre 66. di peso, che
darà

darà il cubo 1000? & *(operando come insegna la Regola chiamata del Tre)* vedremo, che darà oncie
$3\frac{2}{3}$. perilche si dirà, che la palla, che sia alta parti 10. ò vn duodecimo di piede, douerà pesare
oncie $3\frac{2}{3}$. *(Il che anco si conosce, vedendo, che per essere l'altezza della palla piccola di 10. parti, l'$\frac{1}{6}$.
dell'altezza della palla grande di 60. parti, cubando questo $\frac{1}{6}$. (cioè dicendo $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$. via $\frac{1}{6}$.) che fà
$\frac{1}{216}$. questa mostra, che la piccola è l'$\frac{1}{216}$. della grandezza, & però del peso della grande, onde pi-
gliando l'$\frac{1}{216}$. di 66. libre, cioè partendo 66. libre, ò vogliamo dire 792. oncie per 216. (ò (schisando
per 6.) partendo 11. libre per 36. & anco schisando per 12. (che le libre douentaranno oncie) partẽdo 11.
oncie per 3.) ne viene oncie $3\frac{2}{3}$. & questo è il peso della palla piccola)* Et per trouare il peso della pal-
la, che sia alta, ò grossa 11. parti, cubaremo questo 11. *(che 11. via 11. fà 121. & questo 121. di
nuouo via 11. fà 1331.)* & essendo 1331. il cubo di 11. Et 216000. il cubo di 60. diremo, Se il cu-
bo 216000. dà libre 66. di peso, che peso darà il cubo 1331. O schisando la prima, & seconda
delle tre quantità per 6. potremo dire, Se 3600. dà libre 11. che darà 1331? Et anco potremo
dire, schisando per 12. la prima, & seconda quantità *(che così le 11. libre si riducono ad 11. oncie)*
Se 3000. dà oncie 11. che darà 1331? onde moltiplicando insieme la seconda, & terza delle tre
quantità, cioè 11. via 1331. & il prodotto 14641. partendo per 3000. prima delle tre quantità
(cioè 14. milia, & 641. per 3. milia) ne viene $4\frac{2}{3}$. & $\frac{641}{3000}$. cioè $4\frac{2641}{3000}$. che sono le oncie
del peso della palla piccola, cioè ella pesarà oncie $4\frac{2641}{3000}$. ma perche il rotto $\frac{2641}{3000}$. che
significa delle 3000. parti d'vn'oncia le 2641. è poco minore d'vn'oncia intiera, egli si potrà pi-
gliare per 1. oncia, & però dire, che detta palla pesarà quasi oncie 5. ò oncie 5. poiche nelle
cose simili materiali non si attende alla esquisita precisione astratta nelle quantità difficili da
trouarsi. Et perciò nella fabrica della Tauola, che è la seguente, non si è tenuto cõto delli rotti
di poco momento, se bene alle volte vi si veggono notati delli terzi, sesti, & ottaui d'oncia.

Si può anco auuertire dall' hauer notato, chè quando l'altezza d'vna palla è doppia all'al-
tezza d'vn'altra, allhora *(perche il cubo di 2. denominatore della proportione doppia, ò dupla è 8.)* la
grandezza, ò peso dell'vna è ottuplo, ò vogliamo dire 8. tanti della grãdezza, ò peso dell'altra;
Et conuersamente quando l'altezza dell'vna è la mità dell'altezza dell'altra, allhora la gran-
dezza, ò peso dell'vna è l'ottauo della grandezza, ò peso dell'altra, Et se l'altezza è tripla al-
l'altezza *(perche il cubo di 3. denominatore della proportione tripla è 27)* allhora la grandezza, ò
peso è 27. vplo, cioè 27. tanti della grandezza, ò peso; Et conuersamente se l'altezza dell'vna
è l'$\frac{1}{3}$. dell'altezza dell'altra, allhora la grandezza, ò peso dell'vna è l'$\frac{1}{27}$. della grandez-
za, ò peso dell'altra; Et se l'altezza è 4. volte, ò 5. ò 6. volte quanto l'altezza, ò sia l'$\frac{1}{4}$. ò
l'$\frac{1}{5}$. ò l'$\frac{1}{6}$. allhora la grandezza, ò peso è 64. volte, ò 125. ò 216. volte, quanto la grandez-
za, ò peso, ò l'$\frac{1}{64}$. ò l'$\frac{1}{125}$. ò l'$\frac{1}{216}$. Di quì si vede, che senza molta fatica di calcola-
re, si può in gran parte construere la Tauola con vna sola moltiplicatione, ò con vna so-
la partitione, Poiche sapendo della palla di 60. parti d'altezza il peso essere 66. libre, co-
nosciamo, che partendo esse libre 66. per 8. cubo di 2. & ne viene libre $8\frac{1}{4}$. cioè libre 8. &
oncie 3. questo douerà essere il peso della palla, che per altezza sia solo parti 30. al quale l'al-
tezza di parti 60 è doppia; Et quella, che sia alta parti 15. pesarà l'ottauo di esse libre 8. & on-
cie 3. cioè solo libre 1. & oncie $\frac{3}{8}$. che è alquanto più d'oncie $\frac{1}{3}$. Et così, mediante le quasi
oncie 5. che pesa la alta parte 11. sapremo, che la alta il doppio, cioè parti 22. pesarà otto volte
tanto, cioè quasi oncie 40. *(che 8. volte 5. fà 40.)* & però nella Tauola è notato per libre 3. oncie
3. che sono oncie 39. Et la alta parti 44. pesarà otto tanti di questa, cioè libre 26. se bene esso
peso trouato con maggior diligenza, mediante il cubo di 44. & di 60. è scritto nella Tauola li-
bre 26. oncie 1. Et così si potrà fare nelle simili; Anzi vediamo, che hauendo calcolata la Tauo-
la con diligenza al modo ordinario con i cubi delle parti dell'altezza, potremo poi anco, me-
diante l'altro modo breue detto, chiarirci se vi fusse errore. Che per esempio, vedendo, che
la palla alta parti 13. pesa oncie 8. & quella di parti 26. doppio al 13. pesa libre 5. & oncie 4.
che sono oncie 64. perche questo 64. oncie è ottuplo all'oncie 8. si viene ad assicurarsi, che il cal-
colo loro stia bene; Et così, perche la alta 3. volte 13. cioè 39. parti, deue pesare 27. volte oncie
8. cioè libre 18. vedendosi, che nella Tauola si dice il suo peso essere libre 18. & oncie $1\frac{1}{2}$. sia-
mo sicuri, che i loro calcoli stiano bene, ancorche la Tauola mostri le oncie $1\frac{1}{2}$. di più; il che
ci fà accorti, che la palla di parti 13. deue pesare qualche poca cosa *(se bene non di momento)* più
delle oncie 8. Et questo basti, che anzi io mi sono dilatato molto, accioche essendo questo di-
scorso pertinente in particolare à persone militari, fra le quali si trouino delli non molto esper-
ti nelli numeri, essi ancora ciò non ostante, ne possino cauare basteuole intelligenza.

Tauola per sapere quanto pesi, à peso di Perugia (*Città Augusta, capo dell'Vmbria, & famosa per lo Studio vniuersale delle Scienze, & persone Illustri in esse, & nella Militia*) vna Palla tonda di ferro da Artiglia-ria; sapendo quante delle sottonotate parti è la sua grossezza, ò altezza.

Il piede Perugino si suppone diuiso in centouinti parti eguali, & vna Palla, che habbi di altezza, ò grossezza dieci di esse parti (*che è vn duodecimo di piede*) pesa oncie $3\frac{2}{3}$. in circa; pesando quella di parti 60. (*presa per esemplare fondamento*) libre 66.

Parti	Peso				Parti	Peso	
10	libre	oncie	$3\frac{2}{3}$		56	libre 53	oncie 8
11			5		57	56	7
12			$6\frac{1}{3}$		58	59	7
13			8		59	62	9
14			10	Palla della Paulina	60	66	
15	libre 1	oncie	$\frac{1}{3}$		61	69	4
16	1		3		62	72	9
17	1		6	Bocca della Paulina	63	76	5
18	1		$9\frac{1}{2}$		64	80	
19	2		1		65	83	10
20	2		$5\frac{1}{3}$		66	87	10
21	2		10		67	91	$10\frac{2}{3}$
22	3		3		68	96	
23	3		$8\frac{1}{2}$		69	100	
24	4		$2\frac{2}{3}$		70	104	8
25	4		9		71	109	4
26	5		4		72	114	
27	6				73	118	10
28	6		8		74	123	10
29	7		$5\frac{1}{3}$		75	128	10
30	8		3		76	134	
31	9		1		77	139	5
32	10				78	145	
33	11				79	150	$7\frac{2}{3}$
34	12				80	156	$5\frac{1}{3}$
35	13		1		81	162	4
36	14		3		82	168	6
37	15		6		83	174	$8\frac{1}{2}$
38	16		9		84	181	1
39	18		$1\frac{1}{2}$		85	187	6
40	19		$6\frac{2}{3}$		86	194	
41	21		$\frac{2}{3}$		87	201	
42	22		8		88	208	2
43	24		$3\frac{1}{2}$		89	215	5
44	26		1		90	222	9
45	27		$10\frac{1}{8}$		91	230	3
46	29		$8\frac{5}{6}$		92	238	
47	31		8		93	245	10
48	33		$9\frac{1}{2}$		94	253	$9\frac{1}{2}$
49	35		$11\frac{1}{3}$		95	262	
50	38		$2\frac{1}{3}$		96	270	4
51	40		$6\frac{1}{3}$		97	278	$10\frac{1}{2}$
52	42		$11\frac{1}{2}$		98	287	7
53	45		$5\frac{2}{3}$		99	296	6
54	48		$1\frac{1}{3}$		100	305	$6\frac{2}{3}$
55	50		10				

il cubo 3000. pesa
oncie 11

94
94
8836
94
35344
79524
830584
11
9136424
$3045\frac{1}{2}$
lib. 253. $9\frac{1}{2}$

95
95
9025
171475
857375
11
9431125
3144
lib. 262

96 60
8 5
512 125
66
33792
$6758\frac{2}{5}$
lib. 270. 4

97
97
9409
65863
84681
912673
11
10039403
$3346\frac{1}{2}$
278. $10\frac{1}{2}$

98
98
9604
134456
941192
10353112
3451
lib. 287. 7

100 60
5 3
125 27
66
8250
lib. 205. $6\frac{2}{3}$

TAVOLA

Delle cose principali contenute in quest'Opera.

ALLI

ALLI LETTORI.

IL laborioso, & inquieto stato dell'animo *(oltre alla continua pericolosa indispositione del corpo, che mi trauaglia giorno, & notte)* mi hà talmente tolto il poter discorrere, regolare, ordinare, & facilitare, come soleuo, intorno alle cose, che mi proponeuo di scriuere, che se io non tenessi per fermo, che li giudiciosi Lettori con amoreuole benignità fussero per hauere risguardo à ciò, io non ardirei di scriuere; onde confidato nella bontà loro, hò giudicato esser ben fatto durar fatica *(che con grande difficultà, & discommodo scriuo quel poco di tempo, che mi sforzo impiegarui)* che questi miei fragmenti nati improuisamente in diuersi tempi, più tosto rozzamente, & inordinatamente vengano in luce, che, che essi stiano occulti, & vadano in obliuione, poiche così ancora potranno giouare à molti felici ingegni, già introdotti à bastanza per intenderli à pieno, & fargli prender diletto di ordinarli, ampliarli, & ridurli à perfettione. Preghiamo N. S. DIO, à laude, & gloria del quale deuono essere indrizzati tutti li nostri pensieri, & attioni, che per sua somma bontà, & misericordia ci liberi da gl'infortunij, & ci dia continua prosperità, acciоche continuamente ancora operiamo à gloria di Sua Diuina Maestà, con ornamento delle Dottrine, & beneficio vniuersale.

Finij questa copia, data alla Stampa, Lunedì alli 11. Agosto 1597. à hore 21 ½. nella stanza in S. Petronio vecchio, contrada di Bologna, essendo fatta la prima bozza alcuni anni auanti.

LAVS DEO SEMPER.

FA

6B

38G